

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Физико-механический институт  
Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики

Курс лекций «Модели молекулярного и турбулентного переноса.  
Полуэмпирические модели турбулентности»  
([http://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/lecture/RANS\\_models](http://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/lecture/RANS_models))

## Лекция 11

# Явные алгебраические модели рейнольдсовых напряжений (нелинейные модели)

Гарбарук Андрей Викторович (agarbaruk@mail.ru)  
2023

# Идея Роди

- Дифференциальное уравнение для рейнольдсовых напряжений можно преобразовать следующим образом

$$\begin{aligned}
 P_{ij} + (\Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2}) - \varepsilon_{ij} &= \frac{D\overline{u'_i u'_j}}{Dt} - \frac{\partial D_{ijk}}{\partial x_k} = \\
 &= \frac{D(k \cdot \overline{u'_i u'_j} / k)}{Dt} - \frac{\partial D_{ijk}}{\partial x_k} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} \frac{Dk}{Dt} + k \frac{D(\overline{u'_i u'_j} / k)}{Dt} - \frac{\partial D_{ijk}}{\partial x_k} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} \left[ P_k + \frac{\partial D_k}{\partial x_k} - \varepsilon \right] + k \frac{D(\overline{u'_i u'_j} / k)}{Dt} - \frac{\partial D_{ijk}}{\partial x_k} = \\
 &= \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} [P_k - \varepsilon] + k \frac{Da_{ij}}{Dt} + \left[ \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} \frac{\partial D_k}{\partial x_k} - \frac{\partial D_{ijk}}{\partial x_k} \right]
 \end{aligned}$$

- Предположим
  - ✓ Диффузионное слагаемое пропорционально соответствующему слагаемому в уравнении для кинетической энергии турбулентности

$$\frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} \frac{\partial D_k}{\partial x_k} - \frac{\partial D_{ijk}}{\partial x_k} = 0$$

- ✓ Можно пренебречь полной производной от тензора анизотропии

$$\frac{Da_{ij}}{Dt} = 0$$

**! Это предположение не является инвариантным**

- Генерация и диссипация рейнольдсовых напряжений пропорциональны генерации и диссипации для кинетической энергии турбулентности

$$\left( P_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij} \right) = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} (P_k - \varepsilon)$$

# Алгебраические модели Рейнольдсовых напряжений

- Идея Роди позволяет из любой дифференциальной модели рейнольдсовых напряжений сделать соответствующую алгебраическую модель

➤ Рассмотрим модель LRR

$$P_{ij} = -\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad \varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon \quad P_k = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad \Phi_{ij,1} = -C_1 \varepsilon a_{ij} \quad C_1 = 1.8$$

$$\Phi_{ij,2} = -\frac{c_2 + 8}{11} \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right) - \frac{30c_2 - 2}{55} 2k S_{ij} - \frac{8c_2 - 2}{11} \left( Q_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right), c_2 = 0.4$$

$$Q_{ij} = -\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$$

➤ Подстановка в  $(P_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij}) = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} (P_k - \varepsilon)$  приводит к ARSM

$$\gamma_1 \left( a_{ik} \bar{S}_{kj} + \bar{S}_{ik} a_{kj} - \frac{2}{3} a_{kl} \bar{S}_{kl} \delta_{ij} \right) + \gamma_2 \left( a_{ik} \bar{\Omega}_{kj} - \bar{\Omega}_{ik} a_{kj} \right) + \gamma_3 a_{ij} = \gamma_4 \bar{S}_{ij}$$

$$\gamma_1 = \frac{5 - 9c_2}{11}, \gamma_2 = -\frac{7c_2 + 1}{11}, \gamma_3 = C_1 - 1 + \sqrt{2C_\mu \bar{S}_{kl} \bar{S}_{kl}}, \gamma_4 = -\frac{8}{15} \quad C_1 = 1.8, C_\mu = 0.09$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{\tau}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right) \quad \bar{\Omega}_{ij} = \frac{\tau}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad \tau = \frac{k}{\varepsilon} = \frac{1}{C_\mu \omega}$$

# База модели

- Для замыкания модели необходимо определить турбулентные масштабы  $k$  и  $\tau$
- Уравнения для определения этих величин называются базой модели
  - Можно использовать  $k$ - $\varepsilon$  или  $k$ - $\omega$  уравнения
- EARSM в значительной степени «наследует» свойства базовой модели
  - Модели на базе  $k$ - $\varepsilon$  требуют специальных поправок, предотвращающих неавтомодельное поведение турбулентных характеристик ( $k$  и  $\omega$ ) на логарифмическом участке профиля скорости
  - Поправки основаны на сопоставлении двух линейных масштабов, которые должны быть равны на логарифмическом участке профиля скорости
    - ✓ Масштаб турбулентности  $l = k^{3/2} / \varepsilon$
    - ✓ Масштаб, основанный на расстоянии до стенки  $l_e = C_\mu^{-3/4} k d_w$
  - Yap correction

$$E = \max\left(\left[\frac{l}{l_e} - 1\right] \left(\frac{l}{l_e}\right)^2 A \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k}, 0\right)$$

# Недостатки алгебраических моделей Рейнольдсовых напряжений

- Необходимо решать систему трансцендентных алгебраических уравнений
  - Существенные вычислительные затраты
  - Невозможно гарантировать существование и единственность решения
    - ✓ Система может вообще не иметь действительных решений
  - Наличие нескольких решений может приводить к разрывам из-за «перескока» с одной ветки на другую
- Как и в случае дифференциальных моделей, невозможно априори гарантировать выполнение принципа реализуемости



- Алгебраические модели почти не применяются на практике
  - Вытеснены явными алгебраическими моделями рейнольдсовых напряжений (EARSM)

# Явные алгебраические модели рейнольдсовых напряжений (нелинейные модели)

Теория построения нелинейных моделей была разработана Pope (1975)

- Тензор анизотропии должен зависеть от производной скорости  $\frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ 
  - Безразмерный тензор скоростей деформаций (симметричный)

$$S_{ij} = \frac{\tau}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right)$$

- Безразмерный тензор завихренности (антисимметричный)

$$\Omega_{ij} = \frac{\tau}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

- Турбулентный масштаб времени обычно определяется как  $\tau = \frac{k}{\varepsilon} = \frac{1}{C_\mu \omega}$ 
  - Иногда используют формулу Дурбина

$$\tau = \max \left( \frac{k}{\varepsilon}, 6 \cdot \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}} \right) = \max \left( \frac{1}{C_\mu \omega}, 6 \cdot \sqrt{\frac{\nu}{C_\mu k \omega}} \right)$$

- ✓ Временной масштаб ограничен снизу масштабом диссипативных (Колмогоровских) вихрей

# Общий вид нелинейных моделей (I)

- Роре показал, что тензор анизотропии  $a_{ij} = \overline{u'_i u'_j} / k - 2/3$  является линейной комбинацией 10 тензорных групп  $\mathbf{a} = \sum_{i=1}^{10} \beta_i \mathbf{T}_i$

➤ Первого порядка (линейная) →  $\mathbf{T}_1 = \mathbf{S}$

➤ Второго порядка

$$\mathbf{T}_2 = \mathbf{S}^2 - \frac{1}{3} \{ \mathbf{S}^2 \} \mathbf{I}$$

$$\mathbf{T}_3 = \mathbf{\Omega}^2 - \frac{1}{3} \{ \mathbf{\Omega}^2 \} \mathbf{I}$$

$$\mathbf{T}_4 = \mathbf{S}\mathbf{\Omega} - \mathbf{\Omega}\mathbf{S}$$

➤ Третьего порядка

$$\mathbf{T}_5 = \mathbf{S}^2 \mathbf{\Omega} - \mathbf{\Omega} \mathbf{S}^2$$

$$\mathbf{T}_6 = \mathbf{S}\mathbf{\Omega}^2 + \mathbf{\Omega}^2 \mathbf{S} - \frac{2}{3} \{ \mathbf{S}\mathbf{\Omega}^2 \} \mathbf{I}$$

$$\mathbf{T}_7 = \mathbf{S}^2 \mathbf{\Omega}^2 + \mathbf{\Omega}^2 \mathbf{S}^2 - \frac{2}{3} \{ \mathbf{S}^2 \mathbf{\Omega}^2 \} \mathbf{I}$$

➤ Четвертого порядка

$$\mathbf{T}_8 = \mathbf{S}\mathbf{\Omega}\mathbf{\Omega}^2 - \mathbf{S}^2 \mathbf{\Omega}\mathbf{S}$$

➤ Пятого порядка

$$\mathbf{T}_{10} = \mathbf{\Omega}\mathbf{S}^2 \mathbf{\Omega}^2 - \mathbf{\Omega}^2 \mathbf{S}^2 \mathbf{\Omega}$$

$$\mathbf{T}_9 = \mathbf{\Omega}\mathbf{S}\mathbf{\Omega}^2 - \mathbf{\Omega}^2 \mathbf{S}\mathbf{\Omega}$$

- Каждая группа является
  - Симметричной
  - Девиаторной (след равен 0)
  - Безразмерной

- Коэффициенты  $\beta_i$  могут быть функциями только 5 тензорных инвариантов  $\{ \mathbf{S}^2 \}, \{ \mathbf{\Omega}^2 \}, \{ \mathbf{S}^3 \}, \{ \mathbf{S}\mathbf{\Omega}^2 \}, \{ \mathbf{S}^2 \mathbf{\Omega}^2 \}$

# Общий вид нелинейных моделей (II)

- Любая связь между тензором анизотропии и деформацией скорости удовлетворяет формуле Роре  $\mathbf{a} = \sum_{i=1}^{10} \beta_i \mathbf{T}_i$ 
  - Обобщенная гипотеза Буссинеска
    - ✓ Только  $\beta_1 \neq 0$
- Сложность модели определяется
  - Количеством ненулевых коэффициентов
  - Максимальным порядком используемых тензорных групп
    - ✓ Для предсказания вторичных токов в квадратном канале необходимы квадратичные слагаемые
    - ✓ Для описания нелинейного профиля тангенциальной скорости во вращающейся трубе необходимы слагаемые третьего порядка
- Для замыкания модели необходимо определить турбулентные масштабы  $k$  и  $\tau$ 
  - Уравнения для определения этих величин называются базой модели.
  - Можно использовать  $k$ - $\varepsilon$  или  $k$ - $\omega$  уравнения
  - EARSM в значительной степени «наследует» свойства базовой модели.
    - ✓ Модели на базе  $k$ - $\varepsilon$  требуют специальных поправок для расчета пограничных слоев с градиентом давления



# Модель Abid, Rumsey, Gatski (1995)

- Одна из серии моделей, разработанных в группе Speziale
  - Содержит члены только второго порядка

$$\mathbf{a} = -2C_{\mu}^* \mathbf{T}_1 + 2\alpha_5 C_{\mu}^* \mathbf{T}_2 - 2\alpha_4 C_{\mu}^* \mathbf{T}_4$$

- Проведена регуляризация  $C_{\mu}^* = \frac{3\alpha_1(1+\eta^2)}{3+\eta^2+6\xi^2\eta^2+6\xi^2}$

✓ Исключена возможность сингулярности

- Коэффициенты модели  $\eta^2 = \alpha_2 \{S^2\}, \xi^2 = \alpha_3 \{\Omega^2\}$

$$\alpha_1 = \left(\frac{4}{3} - C_2\right) \frac{g}{2}, \alpha_2 = (2 - C_3)^2 \frac{g^2}{4}, \alpha_3 = (2 - C_4)^2 \frac{g^2}{4},$$

$$\alpha_4 = \left(1 - \frac{C_4}{2}\right) g, \alpha_5 = (2 - C_3) g, g = \left[\left(\frac{C_1}{2}\right) + C_5 - 1\right]^{-1},$$

$$C_1 = 3, C_2 = 0.8, C_3 = 1.75, C_4 = 1.31, C_5 = 2.$$

- В качестве базы используется  $k-\omega$  модель
  - В уравнениях для масштабов (базе модели) используется турбулентная вязкость

$$\nu_T = C_{\mu}^* k \tau$$

- Эта модель (и ее варианты) используется в различных коммерческих кодах

# Модель Wallin, Johansson, 1997 (I)

- Основана на ARSM, полученной из DRSM LRR (Launder, Reece, Rodi, 1975)

$$\gamma_1 \left( \mathbf{aS} + \mathbf{Sa} - \frac{2}{3} \{ \mathbf{aS} \} \mathbf{E} \right) + \gamma_2 (\mathbf{a}\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{a}) + \gamma_3 \mathbf{a} = \gamma_4 \mathbf{S}$$

$$\gamma_1 = \frac{5-9c_2}{11}, \gamma_2 = -\frac{7c_2+1}{11}, \gamma_3 = C_1 - 1 + \sqrt{2C_\mu \{ \mathbf{S}^2 \}}, \gamma_4 = -\frac{8}{15}$$

$$C_1 = 1.8, C_\mu = 0.09$$

- В модели LRR константа  $c_2=0.4$
  - Подстановка формулы Pope позволяет получить EARSM, однако выражение получается чрезвычайно сложным
- Wallin&Johansson предложили использовать коэффициент  $c_2 = \frac{5}{9}$ 
    - $\gamma_1=0$ 
      - ✓ Это позволяет существенно упростить уравнение

$$\gamma_2 (\mathbf{a}\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{a}) + \gamma_3 \mathbf{a} = \gamma_4 \mathbf{S}$$

# Модель Wallin, Johansson, 1997 (II)

- Решение уравнения  $\gamma_2(\mathbf{a}\mathbf{\Omega} - \mathbf{\Omega}\mathbf{a}) + \gamma_3\mathbf{a} = \gamma_4\mathbf{S}$  относительно  $\mathbf{a}$  ведет к

$$\beta_1 = -\frac{N(2N^2 - 7\{\mathbf{\Omega}^2\})}{Q}, \beta_3 = -\frac{12\{\mathbf{S}\mathbf{\Omega}^2\}}{NQ}, \beta_4 = -\frac{2(N^2 - 2\{\mathbf{\Omega}^2\})}{Q}, \beta_6 = -\frac{6N}{Q}, \beta_9 = \frac{6}{Q}$$

$$Q = \frac{5}{6}(N^2 - 2\{\mathbf{\Omega}^2\})(2N^2 - \{\mathbf{\Omega}^2\})$$

- Необходимо определить величину  $N = C'_1 + \frac{9}{4} \frac{P_k}{\varepsilon}$   $C'_1 = \frac{9}{4}(C_1 - 1)$

➤ В трехмерном случае уравнение 6 степени

- ✓ Решение приближенно сводится к решению уравнения для

двумерного случая  $N = N_c + \frac{162(\phi_1 + \phi_2 N_c^2)}{D}$ ,  $\phi_1 = \{\mathbf{S}\mathbf{\Omega}^2\}^2$ ,  $\phi_2 = \{\mathbf{S}^2\mathbf{\Omega}^2\} - 0.5\{\mathbf{S}^2\}\{\mathbf{\Omega}^2\}$

➤ В двумерном случае уравнение 3 степени

$$N_c^3 - C'_1 N_c^2 - (2.7 \cdot \{\mathbf{S}^2\} I_S + 2 \cdot \{\mathbf{\Omega}^2\}) N_c + 2C'_1 \{\mathbf{\Omega}^2\} = 0$$

- ✓ Решается смешанным методом

$P_2 \geq 0$  - формула Кардано  $N_c = \frac{C'_1}{3} + (P_1 + \sqrt{P_2})^{1/3} + \text{sign}(P_1 - \sqrt{P_2}) |P_1 - \sqrt{P_2}|^{1/3}$

$P_2 < 0$  - тригонометрическая формула  $N_c = \frac{C'_1}{3} + 2(P_1^2 - P_2)^{1/6} \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(\frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 - P_2}}\right)\right)$

$$P_1 = \left(\frac{C_1'^2}{27} + \frac{9}{20}\{\mathbf{S}^2\} - \frac{2}{3}\{\mathbf{\Omega}^2\}\right)C_1', \quad P_2 = P_1^2 - \left(\frac{C_1'^2}{9} + \frac{9}{10}\{\mathbf{S}^2\} + \frac{2}{3}\{\mathbf{\Omega}^2\}\right)^3$$

# Низкорейнольдсовая поправка

- Низкорейнольдсовая поправка улучшает предсказание нормальных напряжений

- Почти не влияет на расчет углового отрыва

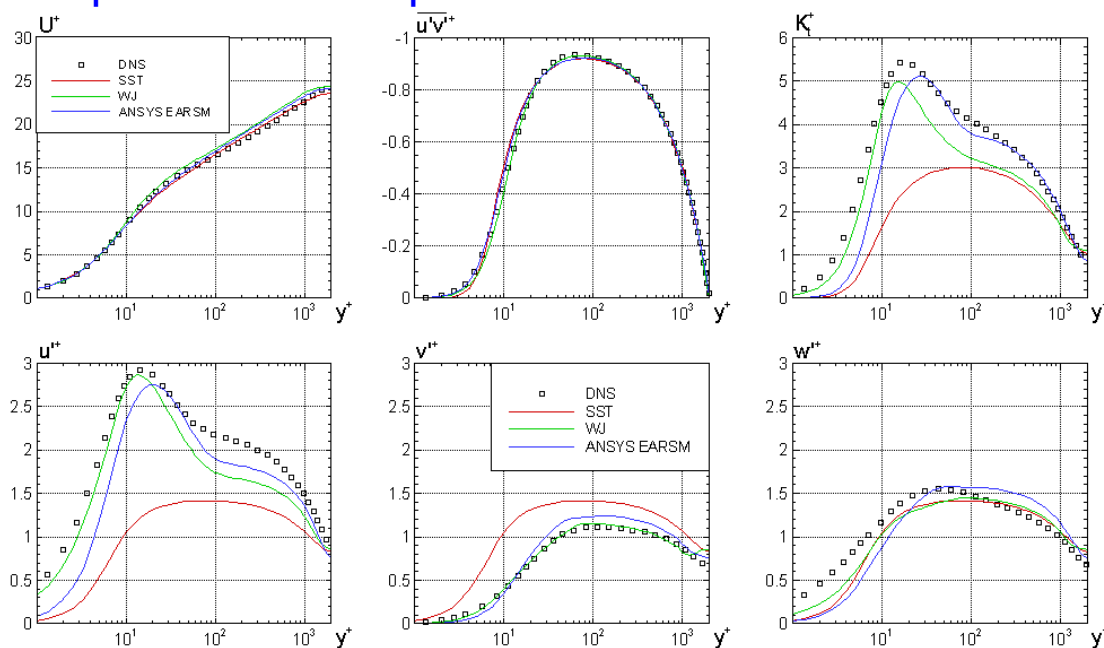
- Низкорейнольдсовая поправка в модели WJ основана на  $y^+$ :

- Технологически неудобна в силу нелокальности

- Практически неприменима для расчета сложных течений

$$f_1 = 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right)$$

Применение низкорейнольдсовой поправки оправдано только при необходимости точного расчета нормальных напряжений



Результаты расчета установившегося течения в плоском канале  
ANSYS EARSM – модель WJ с базой  $k-\omega$  BSL (Menter, 1994)

# Нелинейная версия модели Спаларта-Аллмареса

- Модель Спаларта-Аллмареса содержит одно уравнение

- Невозможно определить турбулентный масштаб времени

- ✓ В моделях с двумя уравнениями это  $\tau = \frac{k}{\varepsilon} = \frac{1}{C_\mu \omega}$

- В качестве временного масштаба используется

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}} = \frac{1}{\sqrt{(S^2 + \Omega^2)/2}}$$

- В модели используется только одно нелинейное слагаемое

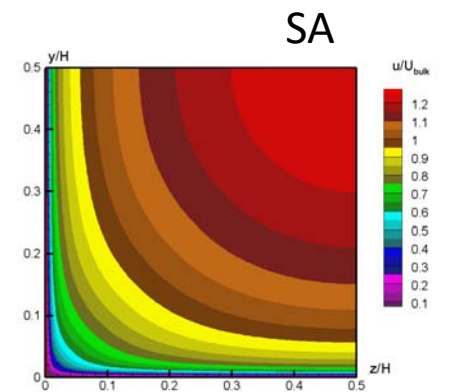
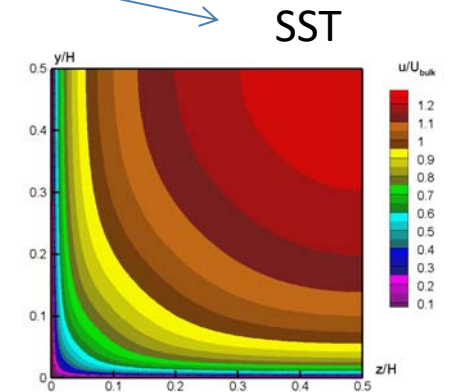
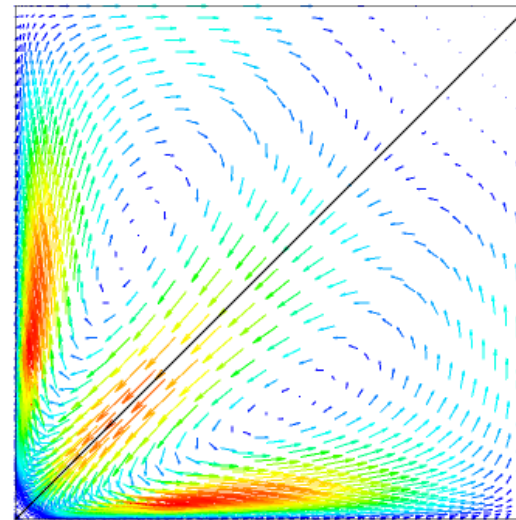
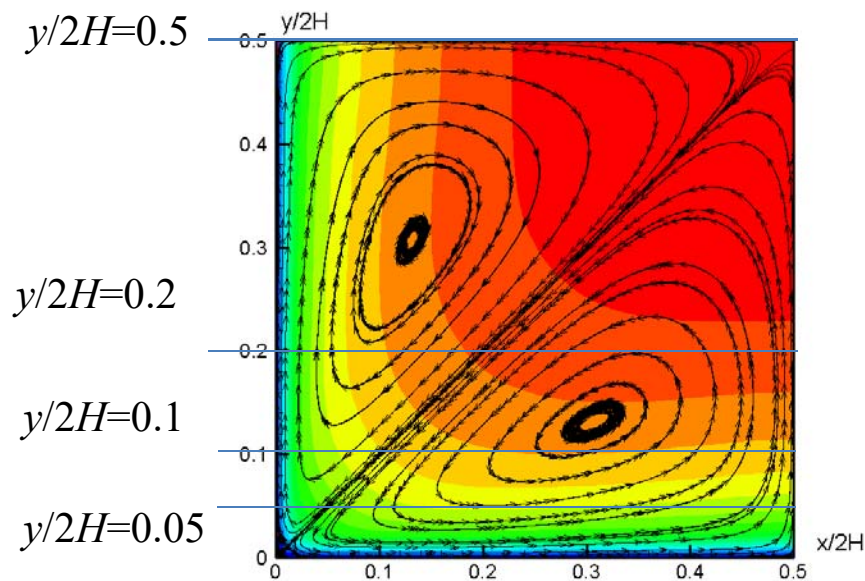
$$\overline{u'_i u'_j} = -2\nu_t S_{ij} - C_{cr1} \frac{4\nu_t}{\sqrt{(S^2 + \Omega^2)/2}} (S_{ik} \Omega_{kj} - \Omega_{ik} S_{kj}), \quad C_{cr1} = 0.3$$

- Эта поправка может быть использована с любой моделью турбулентности

## Примеры расчетов

# Установившееся течение в трубе квадратного сечения

Линейные модели не предсказывают вторичные токи



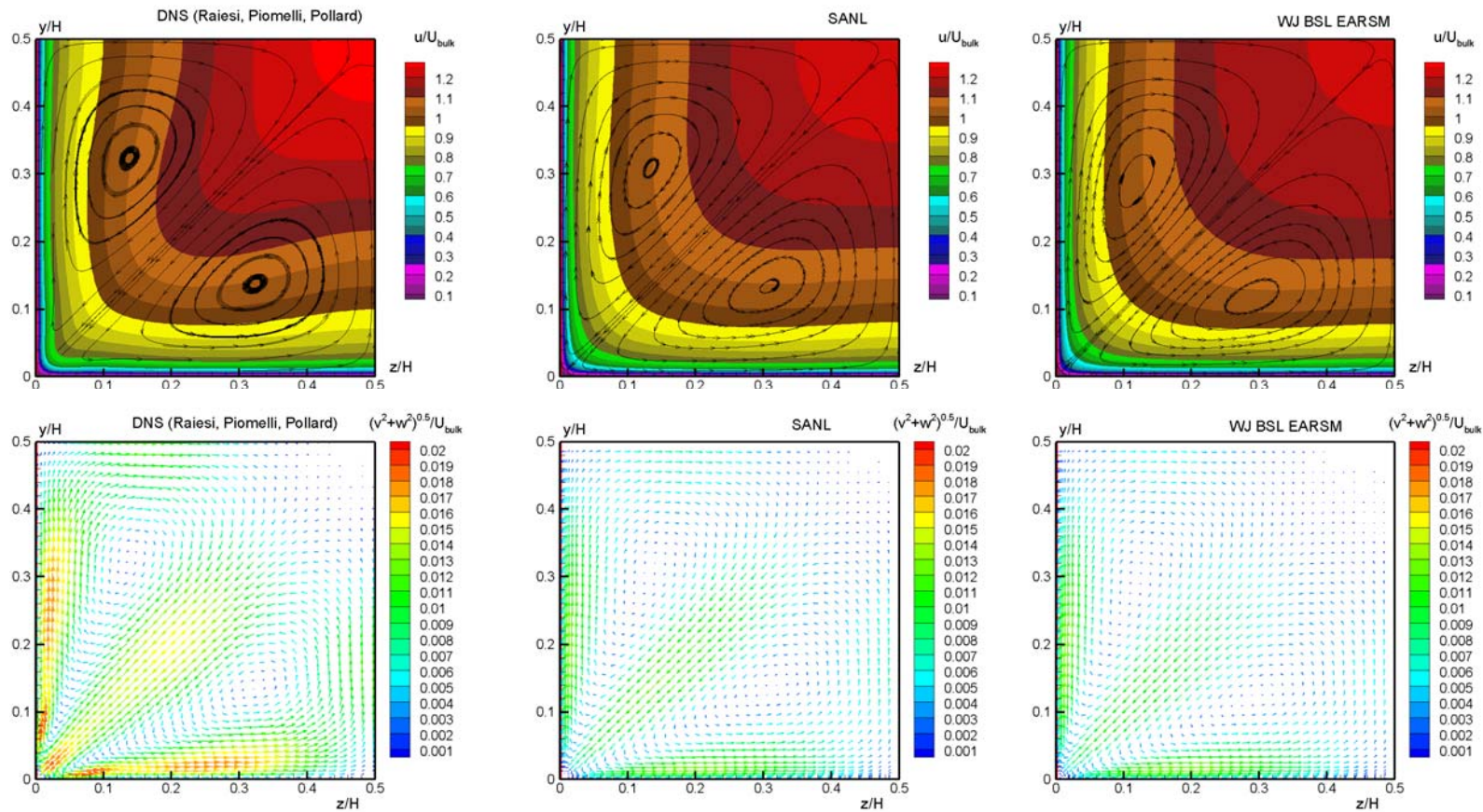
Вторичные токи в канале квадратного сечения



Сечения для сравнения профилей

# Установившееся течение в трубе квадратного сечения

- Нелинейные модели правильно предсказывают структуру течения
  - Интенсивность вторичных токов в углу несколько занижена



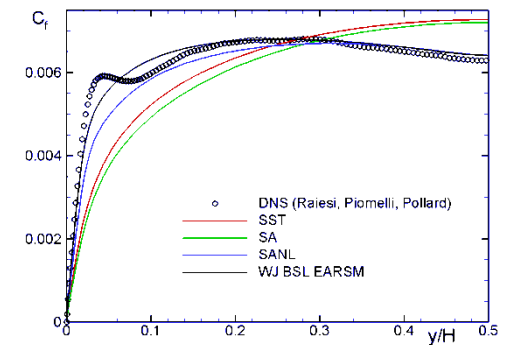
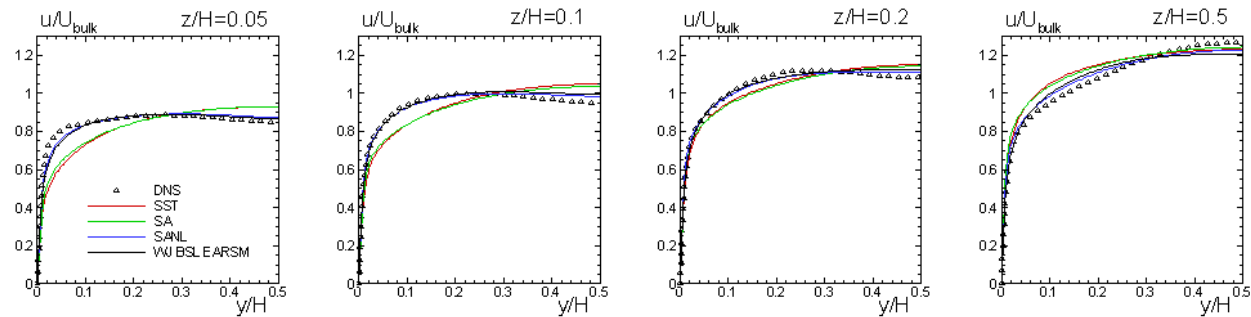
Вторичные токи в канале квадратного сечения



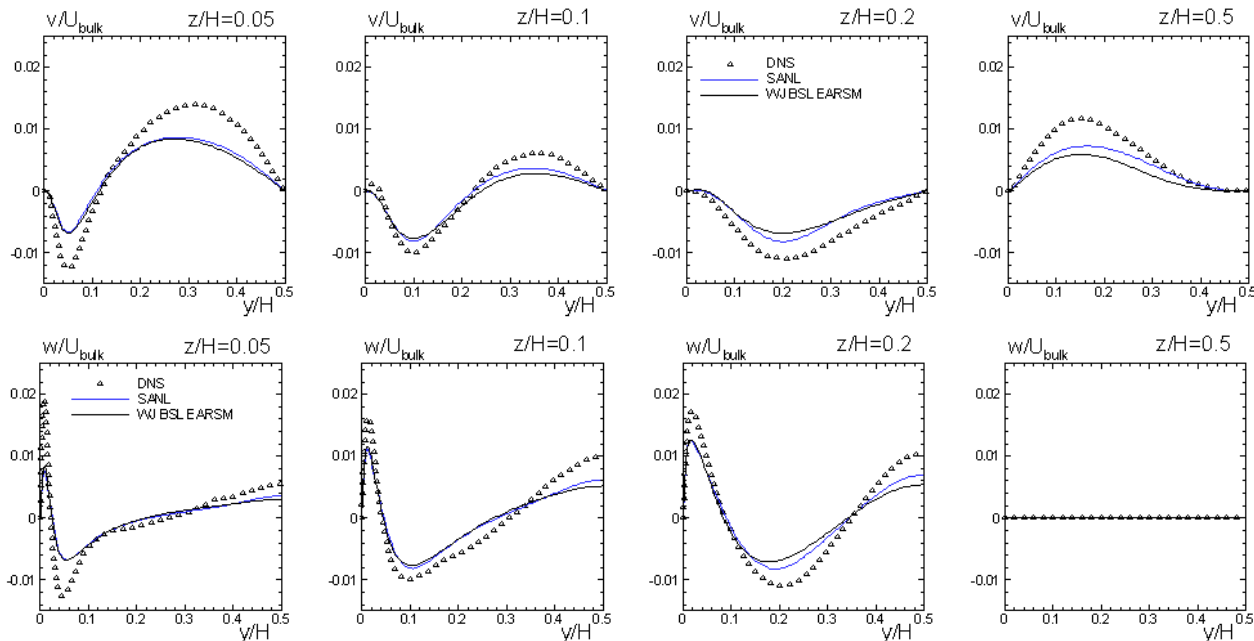
# Профили скорости и коэффициент трения

- Нелинейные модели

- Улучшают совпадение по продольной скорости и трению

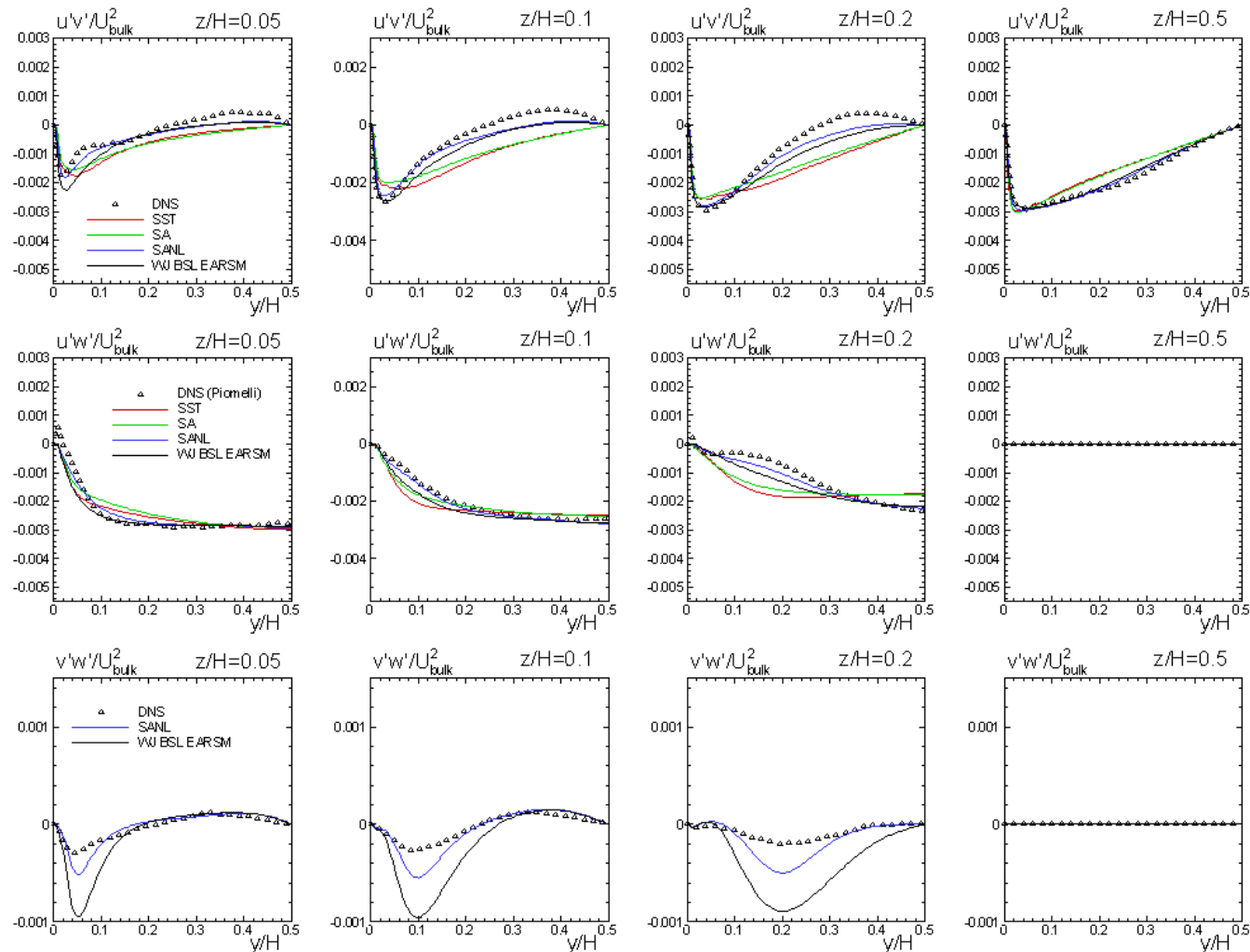


- Предсказывают вторичные токи



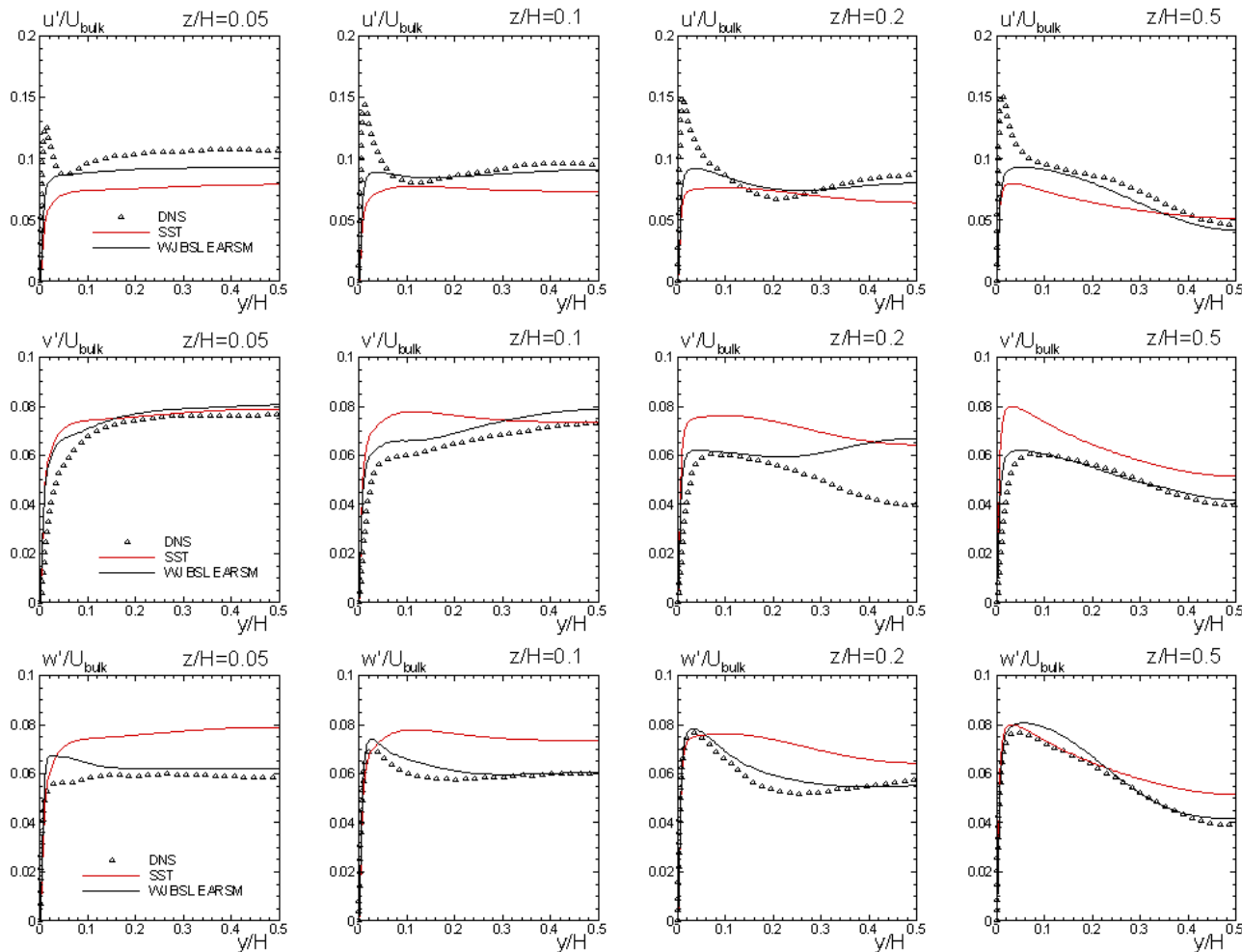
# Профили касательных напряжений

- Нелинейные модели улучшают точность предсказания касательных напряжений



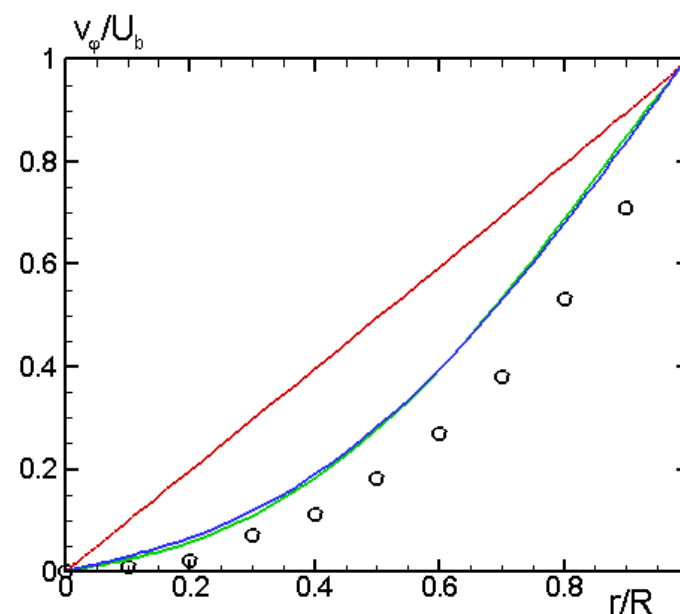
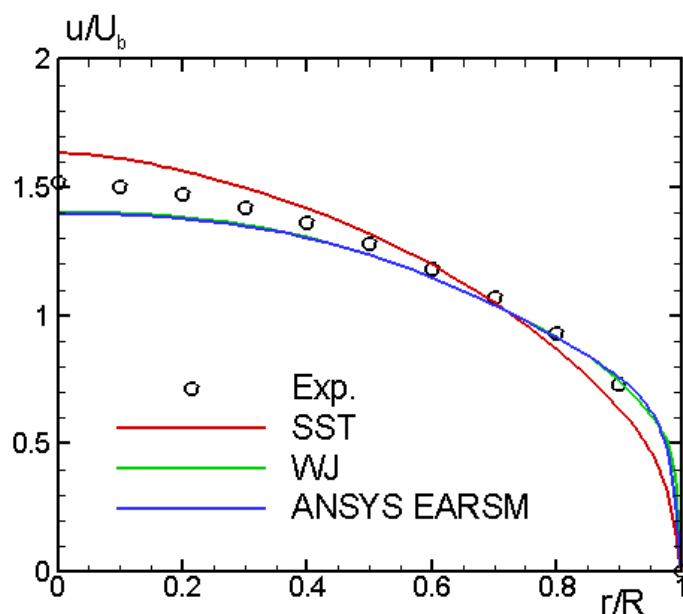
# Профили нормальных напряжений

- Точность предсказания нормальных напряжений не высока
  - Не предсказывается пик  $u'$  около стенки
  - ✓ Причина: применение  $k-\omega$  модели BSL в качестве базы



# Установившееся течение во вращающейся круглой трубе

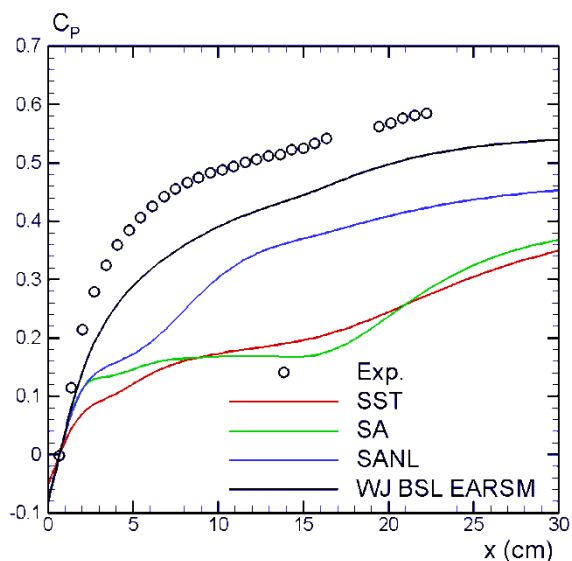
- Обе модели удовлетворительно предсказывают нелинейный характер тангенциальной скорости
  - Это возможно только при использовании в модели тензорных групп третьего или пятого порядка



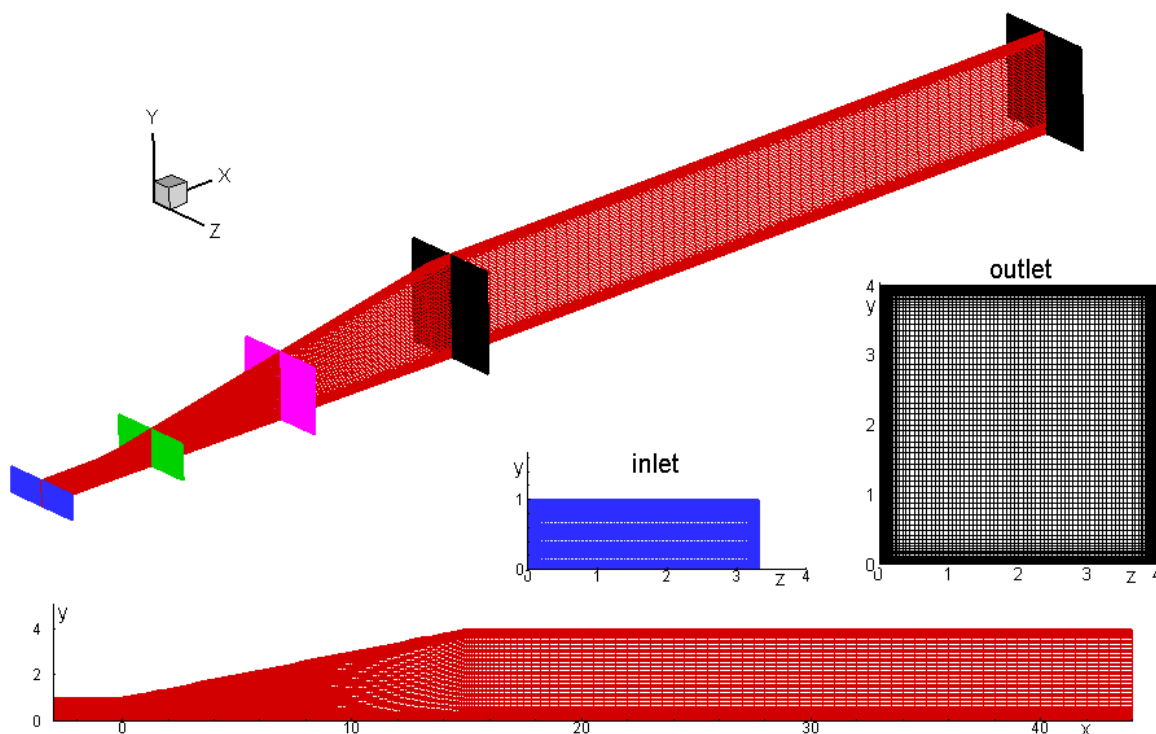
Сравнение расчетных профилей расходной и тангенциальной скорости с экспериментом Imao, Itoh, Harada

# Диффузор прямоугольного сечения

Явное преимущество нелинейных моделей при расчете коэффициента давления



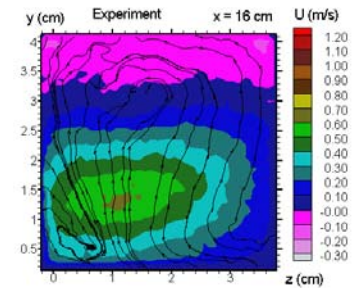
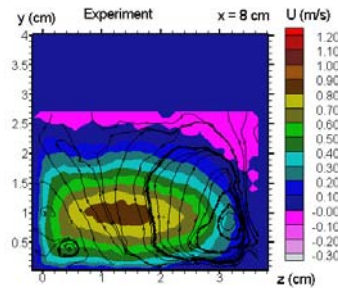
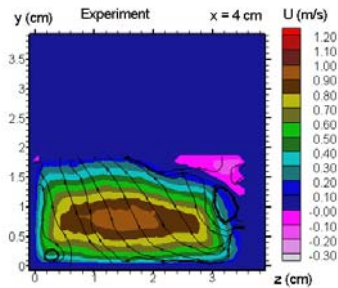
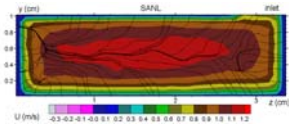
Сравнение расчетного коэффициента давления с экспериментом



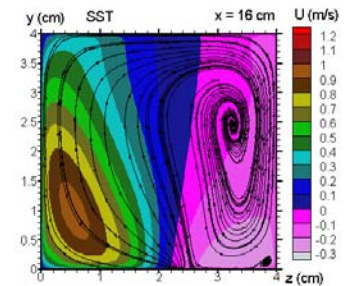
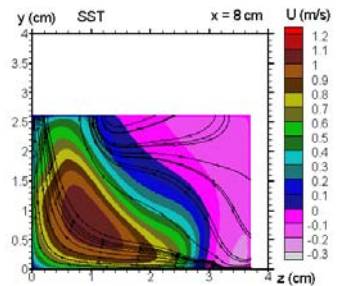
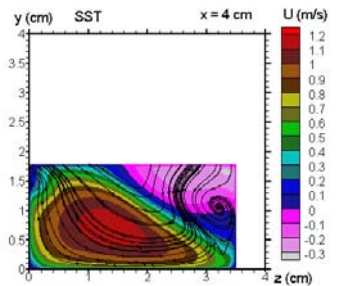
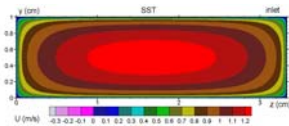
Расчетная область и сетка

# Диффузор прямоугольного сечения

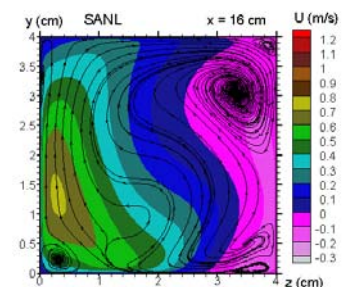
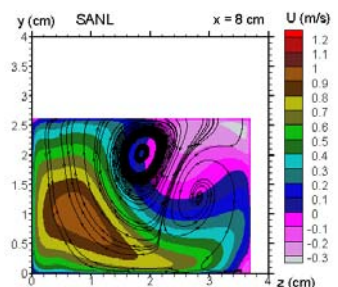
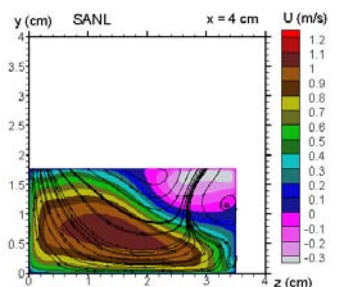
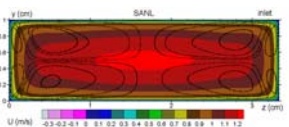
Exp.



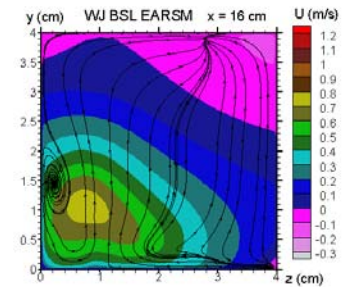
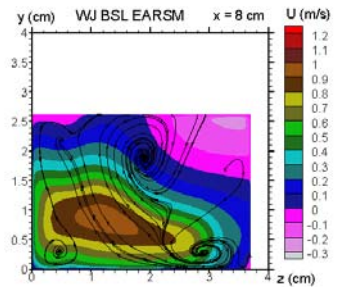
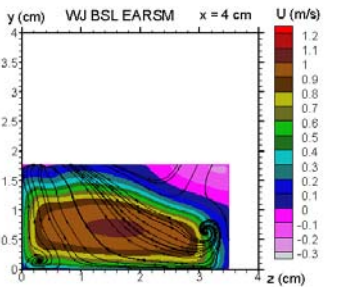
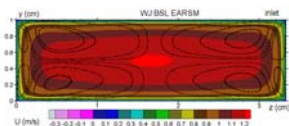
SST



SANL



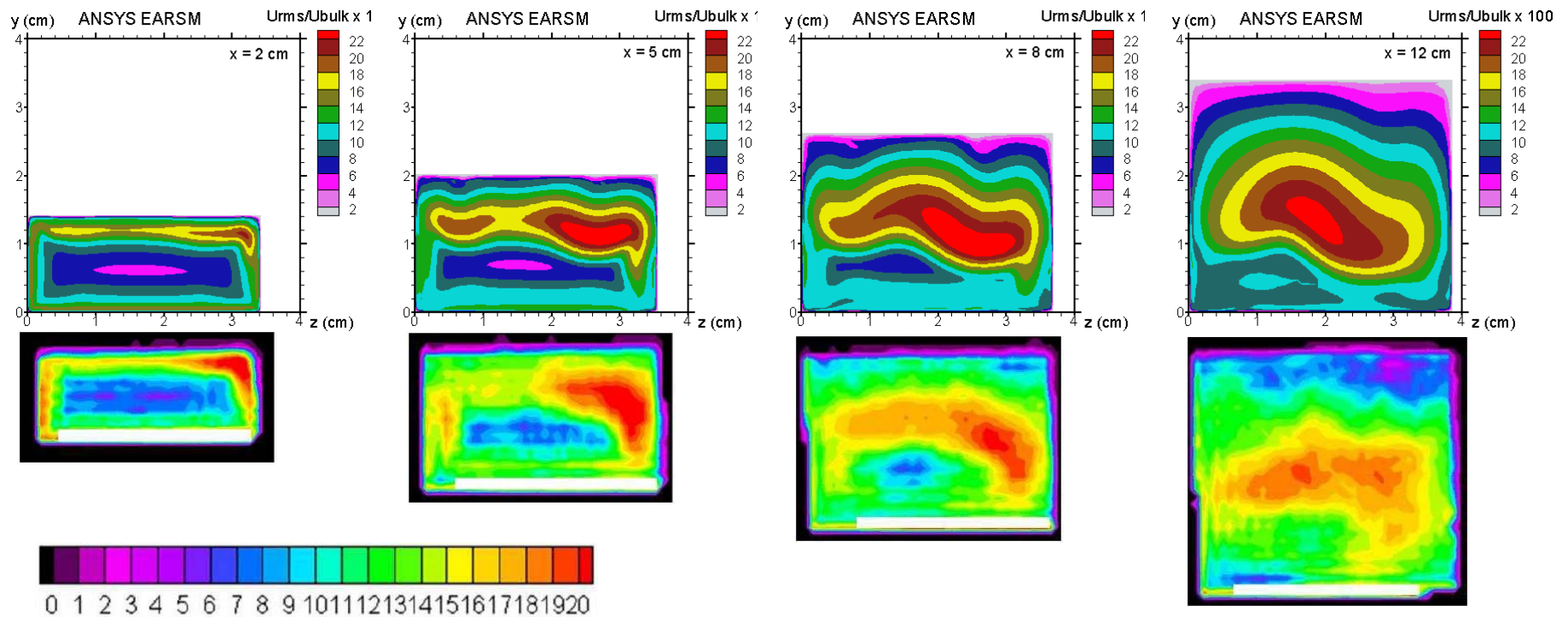
WJ BSL EARSM



Сравнение расчетных профилей скорости с экспериментом

# Диффузор прямоугольного сечения

- Нелинейные модели хорошо предсказывают характеристики течения
  - Это невозможно при использовании линейных моделей

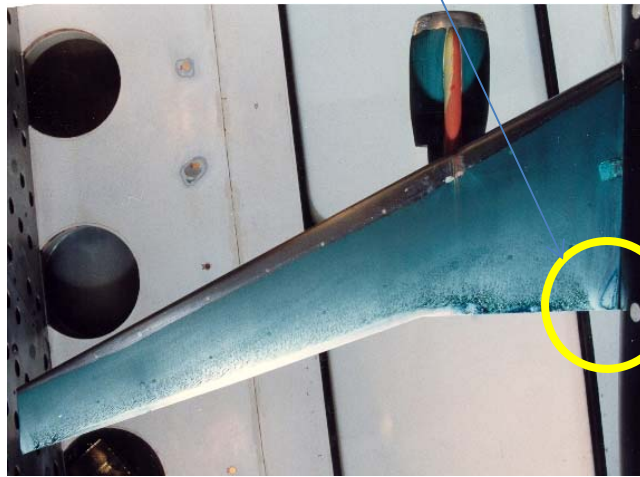
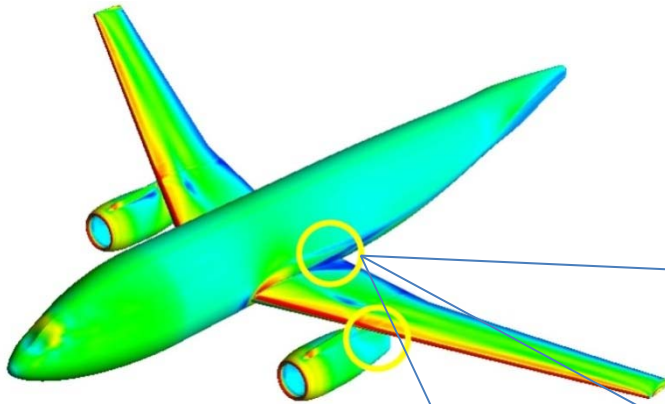


Сравнение расчетных профилей RMS скорости с экспериментом

# Сочленение крыла и фюзеляжа

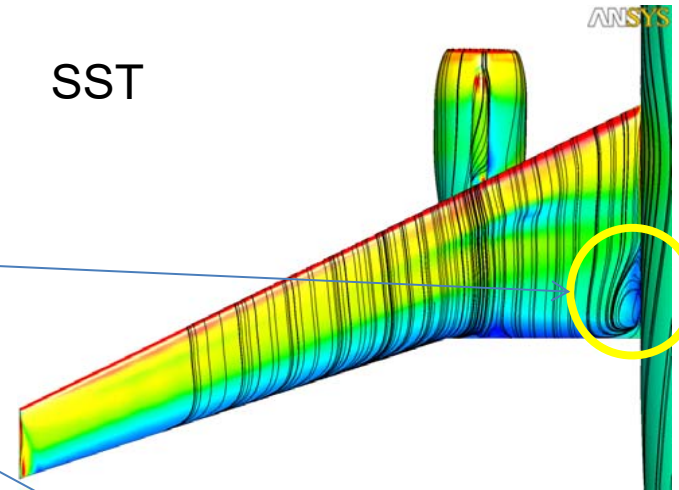
- Нелинейная модель правильно предсказывает размер углового отрыва
  - Линейная модель завышает его размер

DLR F6 Wing-Body-Pylon-Nacelle Testcase

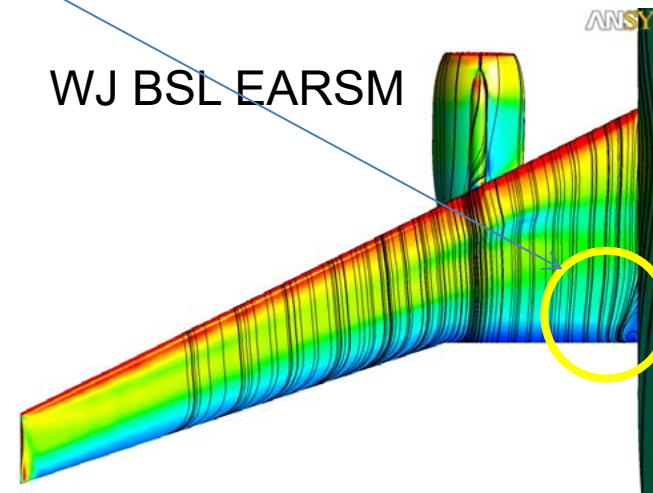


Эксперимент: визуализация масляной пленкой

SST



WJ BSL EARSM

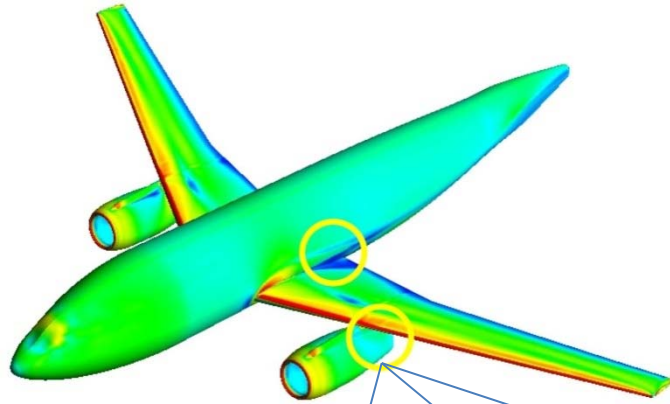


Расчет: поверхностные линии тока

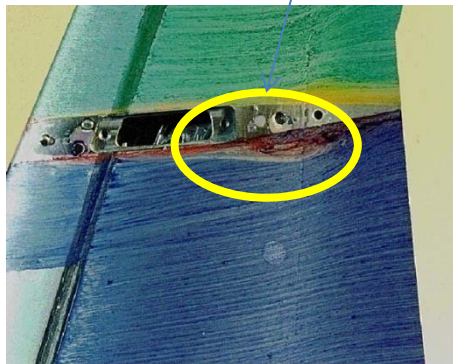


# Сочленение пилона и крыла

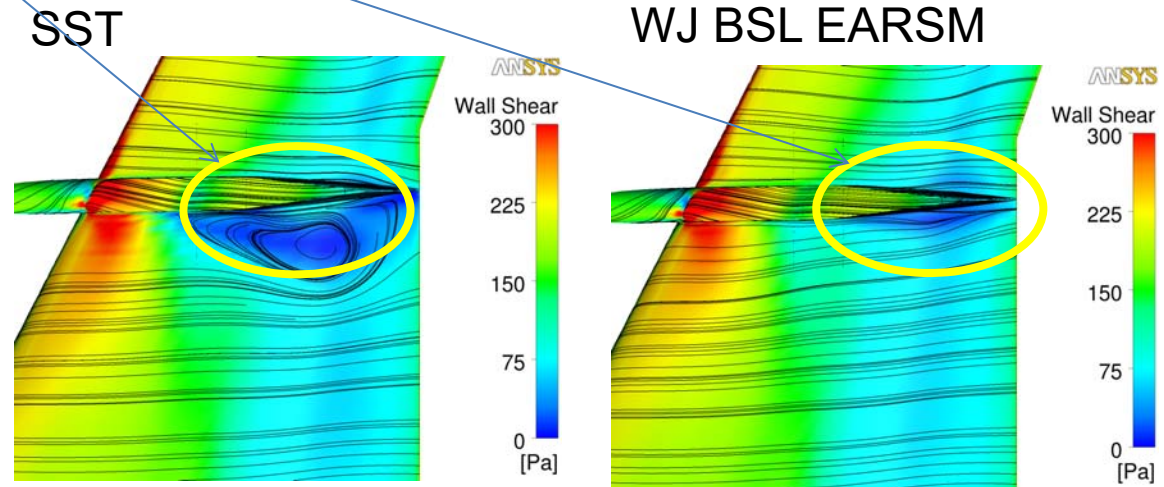
DLR F6 Wing-Body-Pylon-Nacelle Testcase



- Нелинейная модель правильно предсказывает размер углового отрыва
  - Линейная модель завышает его размер



Эксперимент: визуализация масляной пленкой

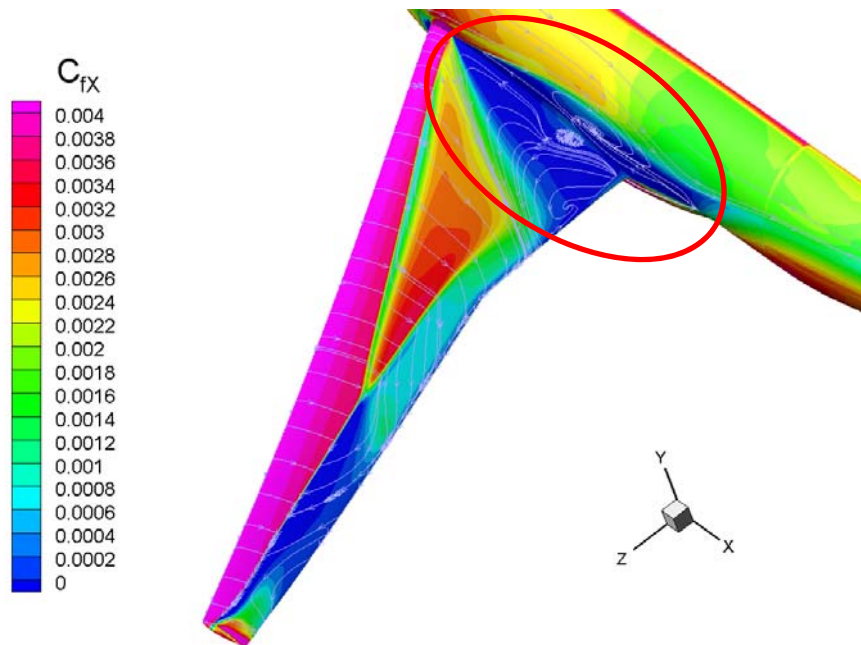


Расчет: поверхностные линии тока

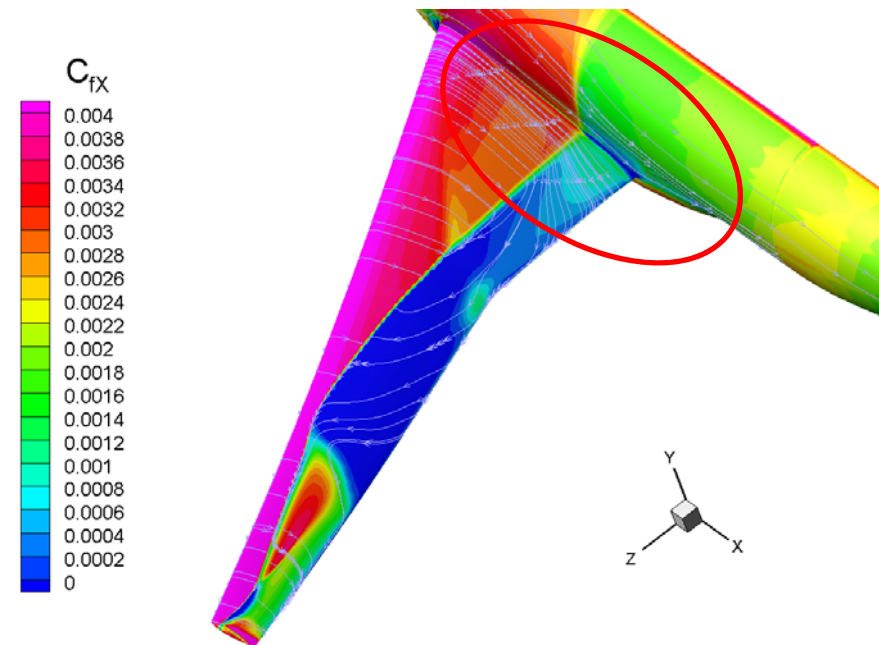
# Трансзвуковое обтекание модели самолета CRM (I)

- Параметры течения
  - $Re_{inch} \approx 2 \cdot 10^4$ ,  $M_\infty = 0.85$ ,  $\alpha = 4.1^\circ$
- При использовании нелинейной модели не возникает массивный угловой отрыв
  - Даже столь простая нелинейная модель позволяет правильно описать течение внутри угла

Линейная модель SA



Нелинейная модель SA

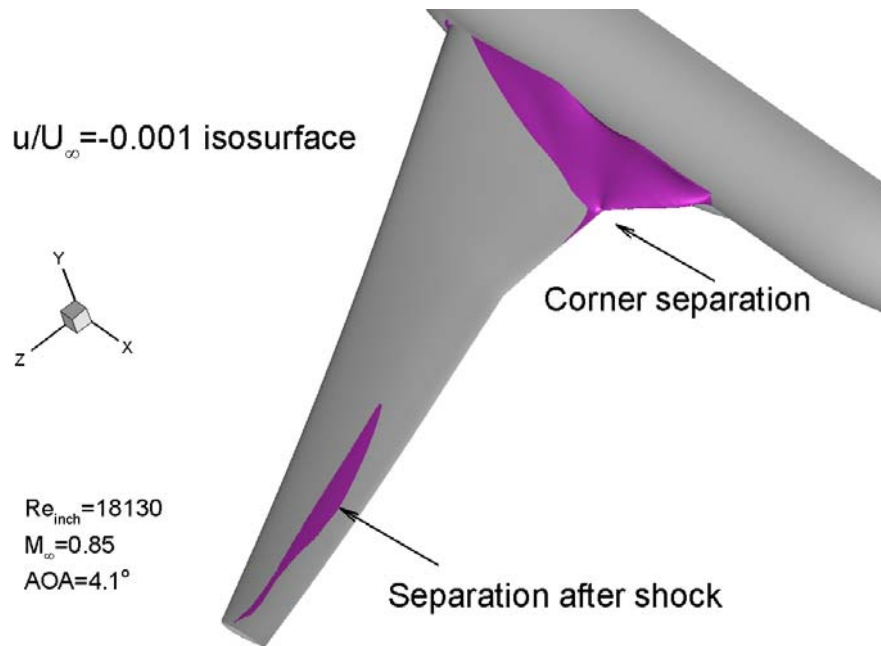


Продольный коэффициент трения и поверхностные линии тока

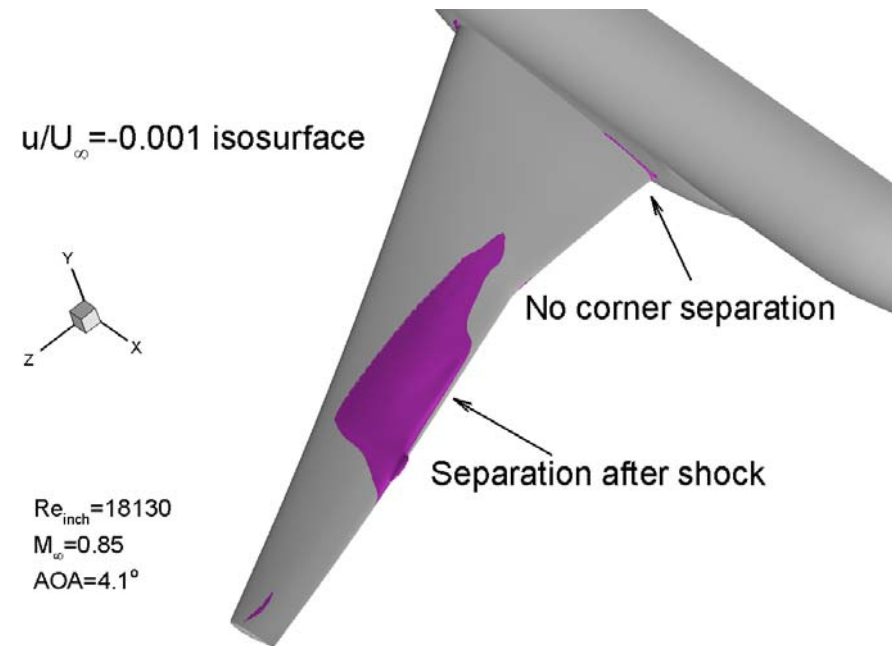
# Трансзвуковое обтекание модели самолета CRM (II)

- Наличие углового отрыва меняет структуру течения на всей протяженности крыла

Линейная модель SA



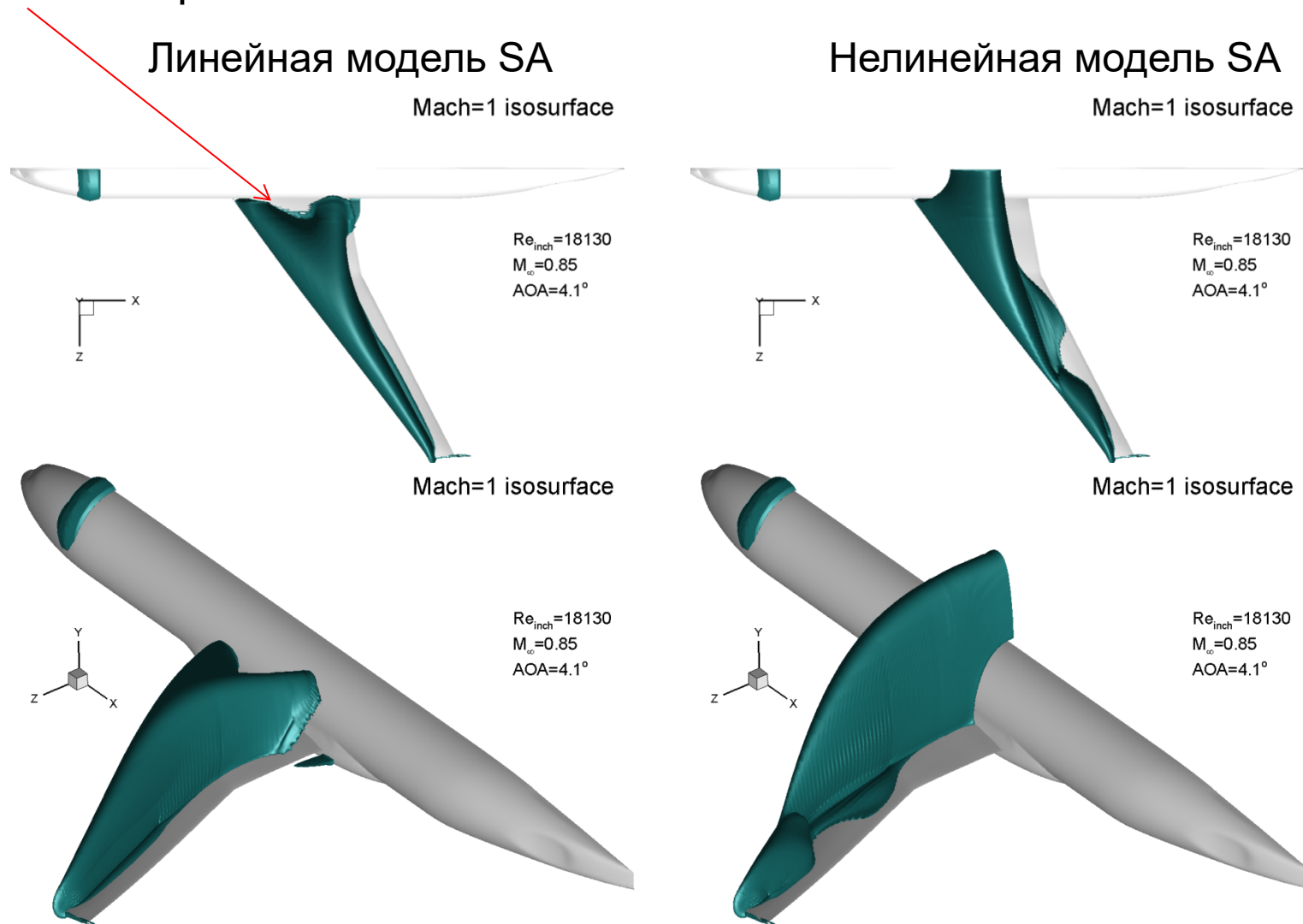
Нелинейная модель SA



Отрывные зоны на поверхности крыла

# Трансзвуковое обтекание модели самолета CRM (III)

- Причина столь высокой чувствительности в скачке, вызванном угловым отрывом



Отрывные зоны на поверхности крыла

# Резюме: применение нелинейных моделей

- Нелинейные модели имеют преимущество только для определенных классов течений
  - Течения со вторичными токами
  - Течения с угловым отрывом
- Нелинейные модели негативно влияют на сходимость и устойчивость численного алгоритма
- Применение нелинейных моделей имеет смысл только в тех случаях, где они могут существенно улучшить результат