

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт прикладной математики и механики
Кафедра «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен»

Курс лекций «Модели физико-химической ГГД и турбулентности.
Вихреразрешающие подходы»
(http://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/lecture/SRS_methods)

DDES **with Improved Wall-Modelling Capability** **(IDDES)**

Гарбарук Андрей Викторович (agarbaruk@mail.ru)
2019 г.

Как можно улучшить DDES?

- Метод DDES является надежной реализацией идеологии DES
 - В присоединенном пограничном слое реализуется RANS
 - В отрывных зонах реализуется LES
- В некоторых задачах возникает необходимость использования LES внутри части пограничного слоя
 - DDES непригоден для этой цели
 - Необходимы специальные модели (WMLES)
 - ✓ Неспособны переходить в RANS модель в случае отсутствия турбулентного контента
- IDDES – метод, объединяющий DDES и WMLES
 - В отрывных зонах реализуется LES (как в DDES)
 - В присоединенном пограничном слое
 - ✓ При наличии турбулентного контента и достаточно мелкой сетки реализуется WMLES
 - ✓ В противном случае реализуется RANS (как в DDES)

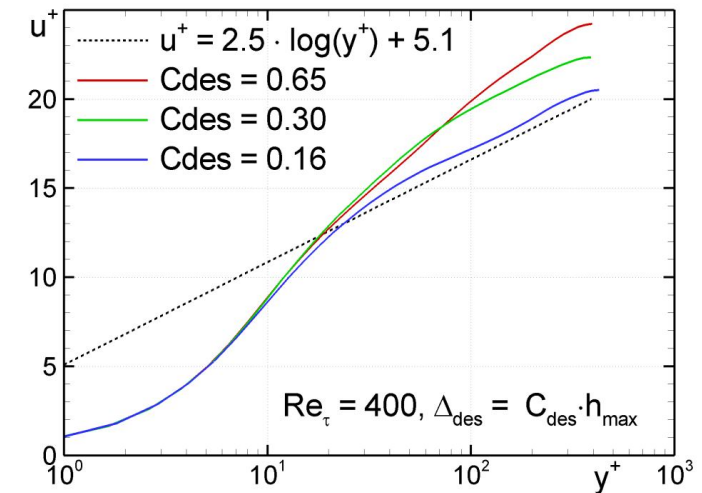
Содержание

1. Метод LES с пристенным моделированием (WMLES)
 - Алгебраическая модель
 - Дифференциальная модель
2. «Сшивка» DDES и WMLES
 - DDES with Improved Wall-Modelling Capability (IDDES)
 - SA-IDDES
 - SST-IDDES
3. Примеры применения

Метод LES с пристенным моделированием (WMLES)

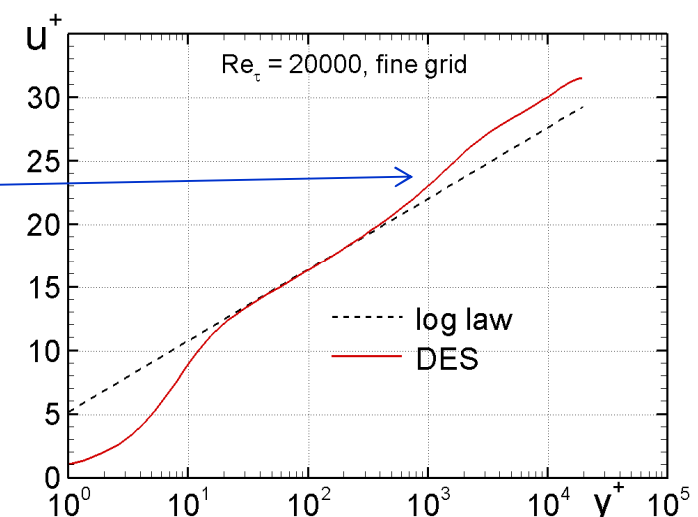
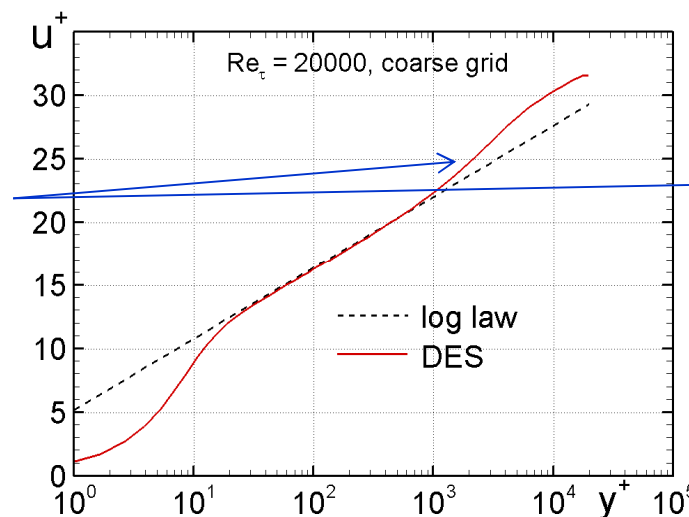
Поведение SA DES в канале

- В некоторых случаях требуется использовать LES внутри пограничного слоя
 - LES модели (модель Смагоринского) и гибридные методы (DES) не могут предсказать течение в пограничном слое без перестройки констант
 - ✓ Как на типичных LES сетках, так и на более грубых



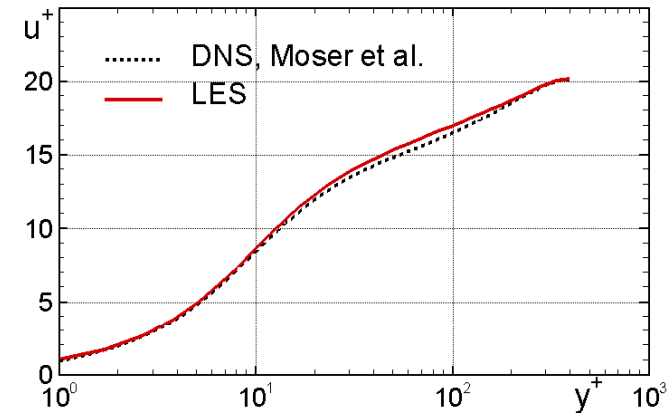
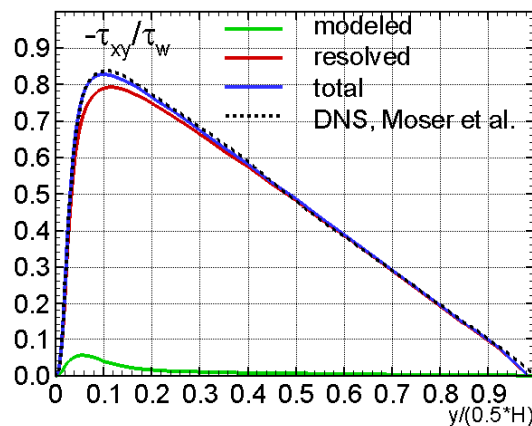
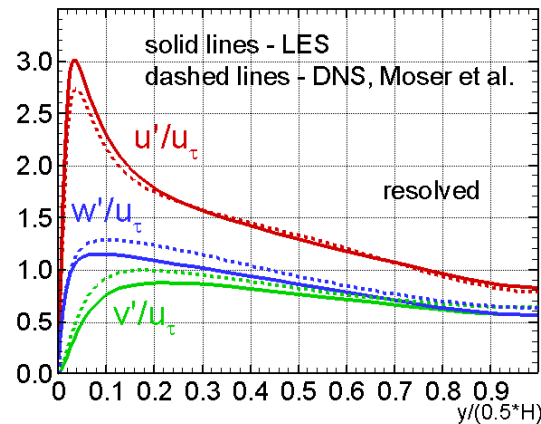
- Требуются специальные модели, пригодные для расчета пристенных течений

«Сдвиг логарифма»
Log Layer Mismatch
(LLM)

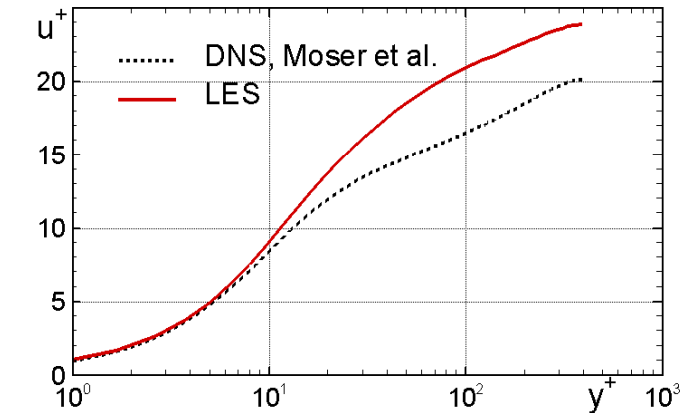
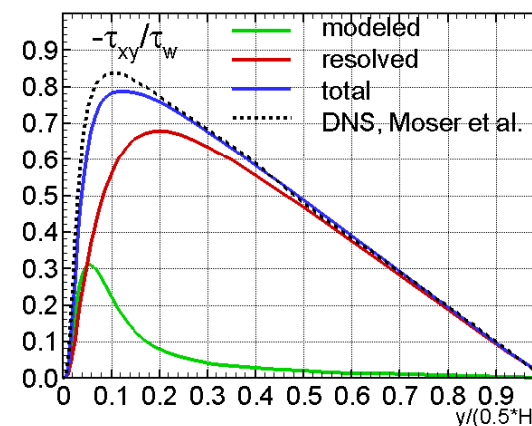
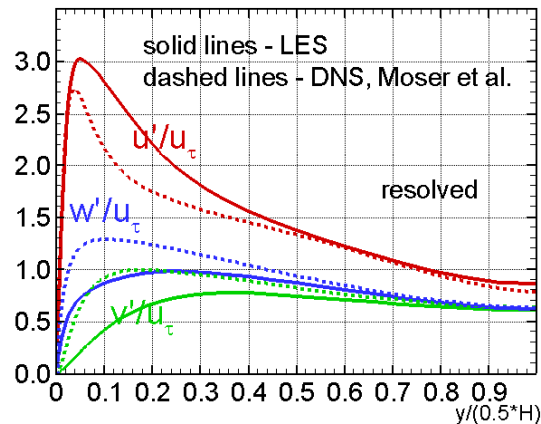


Модель Смагоринского в канале

- Результаты при значении константы $C_{SMAG}=0.2$ существенно отличаются от DNS
 - Для получения правильного результата необходимо значение $C_{SMAG}=0.1$



$Re_\tau = 400$, LES Smagorinsky, $\Delta = Vol^{1/3}$, $C_{SMAG} = 0.1$



$Re_\tau = 400$, LES Smagorinsky, $\Delta = Vol^{1/3}$, $C_{SMAG} = 0.2$

Алгебраическая модель

LES модели, пригодные для расчета пограничных слоев на сетках, недостаточных для разрешенного до стенки LES, называют WMLES. Пример построения WMLES модели на основе модели Смагоринского

$$\nu_t = (C_S \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \quad C_S = 0.2$$

- Для расчета пристенных течений модель необходимо модифицировать: изменить константу (C_S) или источник (S) (динамические модели, WALE)

- Другой возможный путь - изменить линейный масштаб

$$\Delta = \min \{ \max [C_w d_w, C_w h_{\max}, h_{wn}], h_{\max} \} \quad C_w = 0.15$$

- Такая модель не требует изменения константы C_S в пограничном слое

- Для использования на более грубых сетках необходимо использовать сочетание с RANS моделью Прандтля

$$\nu_t = f_{Damp} \cdot (\min(\kappa \cdot d_w, C_S \Delta))^2 S \quad \kappa = 0.41$$

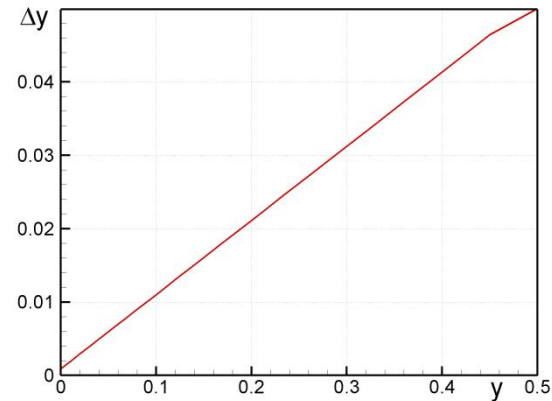
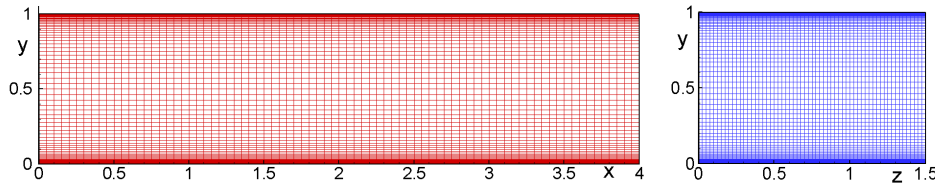
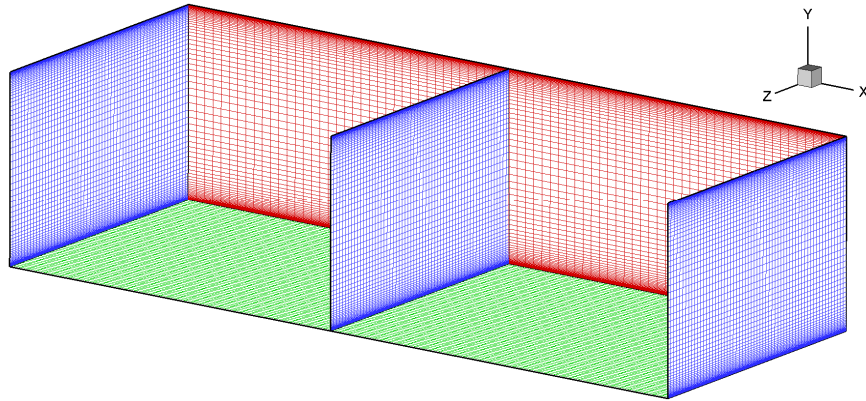
- $f_{Damp} = 1.0 - \exp\left(-\left(y^+ / 25\right)^3\right)$ - функция Piomelly (аналог функции van Driest)

- Получилась гибридная WMLES модель

- В пристенном слое RANS на основе модели Прандтля
 - В остальной части пограничного слоя LES на базе модели Смагоринского
 - Что происходит в «серой области»?

Требования к расчетной сетке WMLES

- Турбулентные вихри вытянуты вдоль потока
 - Шаг «оптимальной» сетки в продольном направлении должен быть больше, чем в поперечном $\Delta_x > \Delta_z$
 - ✓ Обычно $\Delta_x = 2 \cdot \Delta_z$



$$\Delta_x = 0.05H, \Delta_z = 0.025H$$

$$\Delta_z \leq (\Delta_y)_c \leq \Delta_x$$

$$(\Delta_y^+)_w \leq 1 \left((\Delta_y)_w \leq H / (2 \text{Re}_\tau) \right)$$

$$\Delta^+ = \Delta \cdot u_\tau / \nu$$

- Пример расчетной сетки для LES для $\text{Re}_\tau = 395$
 - Общее число узлов сетки $N_x \times N_y \times N_z = 81 \times 77 \times 61 = 380457$

Результаты: течение в канале

- Максимальные шаги сетки одинаковы для всех чисел Рейнольдса
 - Меняется только пристенный шаг

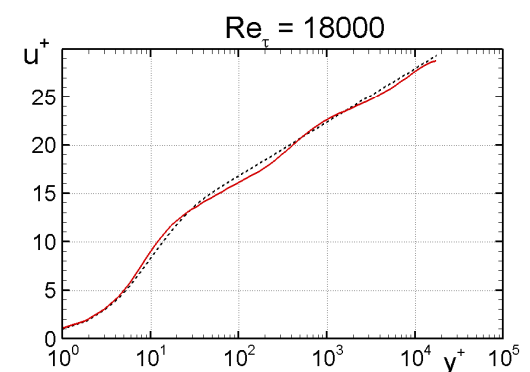
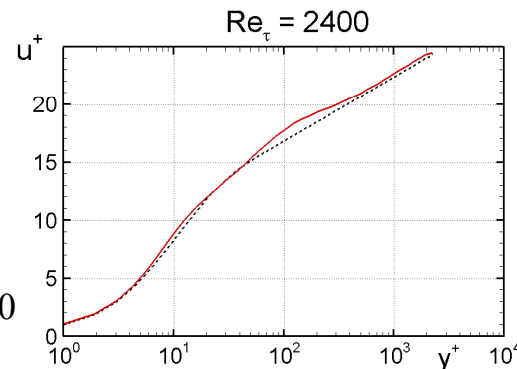
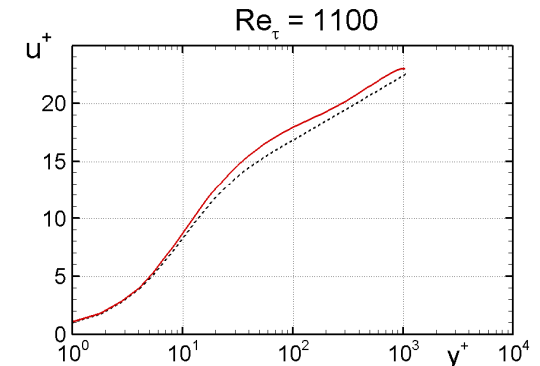
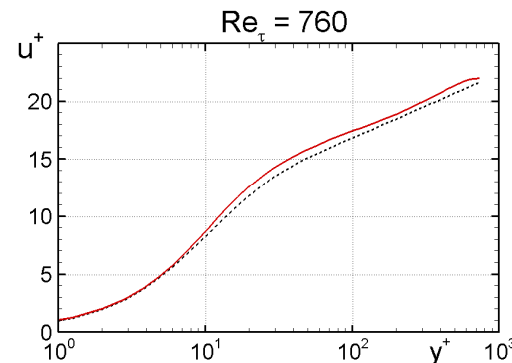
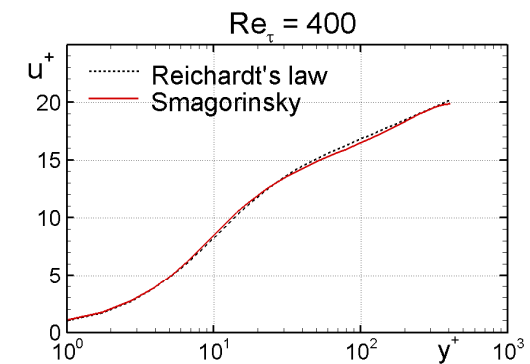
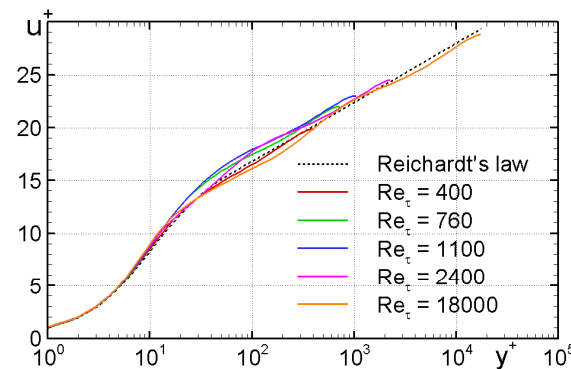
- Сетка удовлетворяет требованиям для разрешенного до стенки LES только для $Re_\tau = 400$

$$\Delta_x^+ = 40, \Delta_z^+ = 20, (\Delta_y^+)_w \leq 1, (\Delta_y^+)_{\max} = 30$$

- В остальных случаях это LES с пристенным моделированием

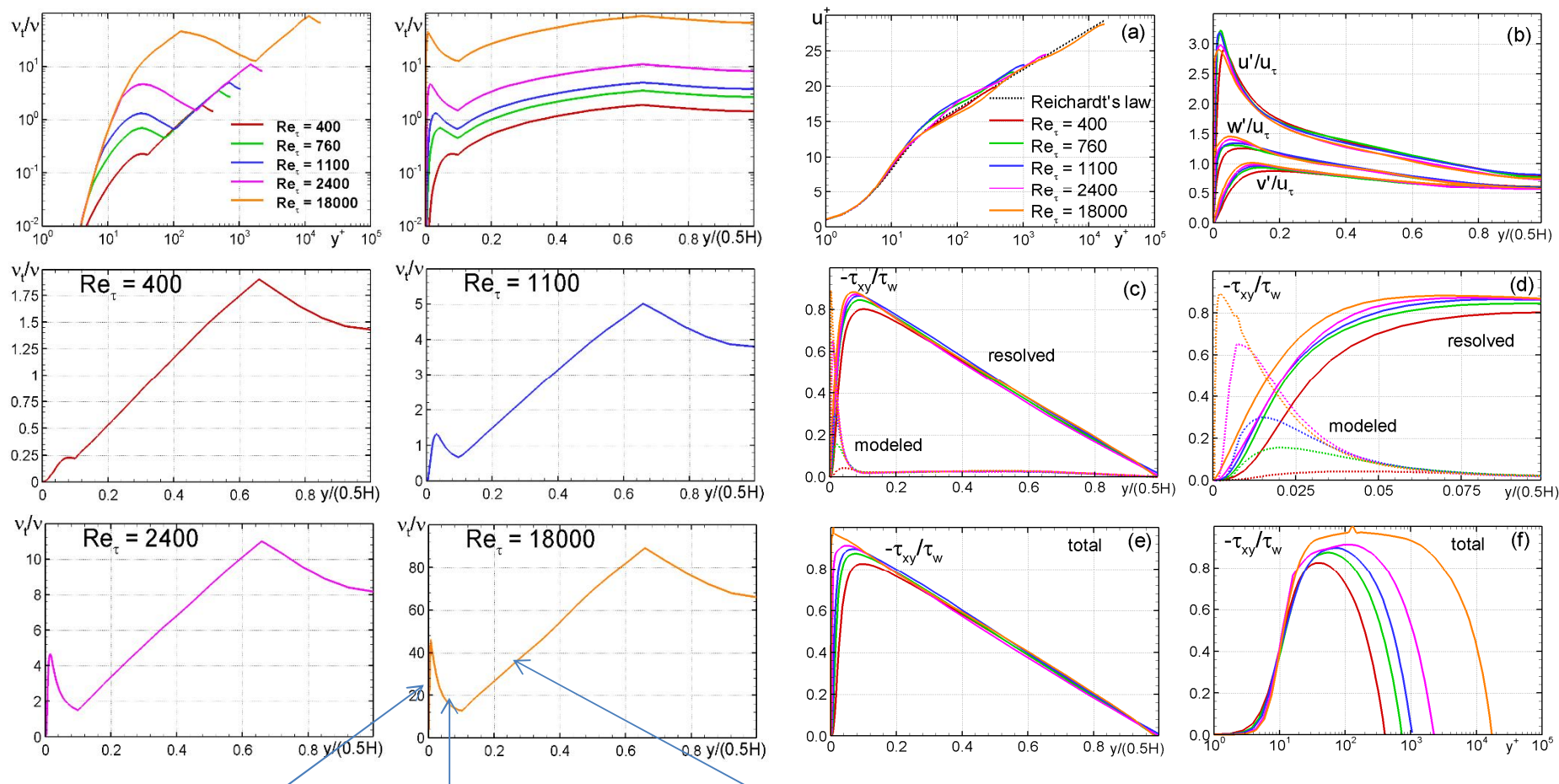
$$Re_\tau = 18000$$

$$\Delta_x^+ = 2000, \Delta_z^+ = 1000, (\Delta_y^+)_w \leq 1, (\Delta_y^+)_{\max} = 1500$$



Приемлемое согласование для всех чисел Рейнольдса

Результаты: течение в канале



RANS

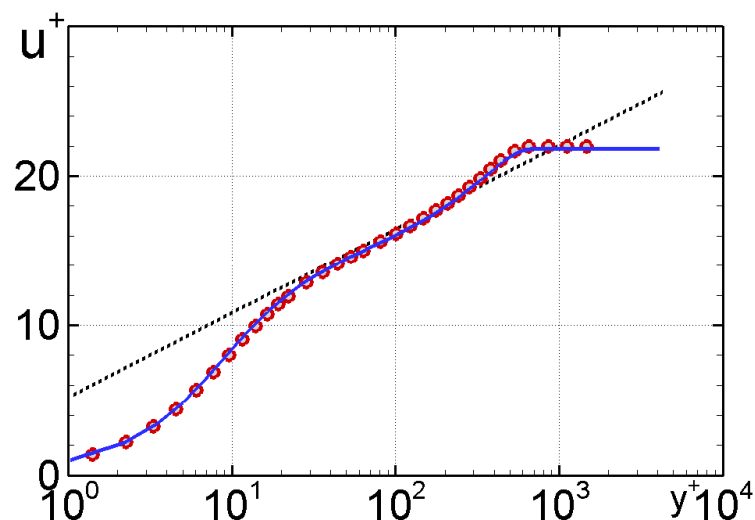
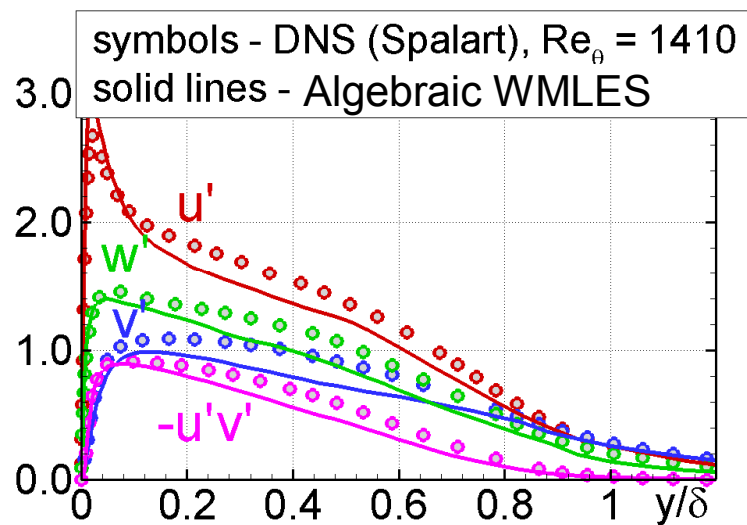
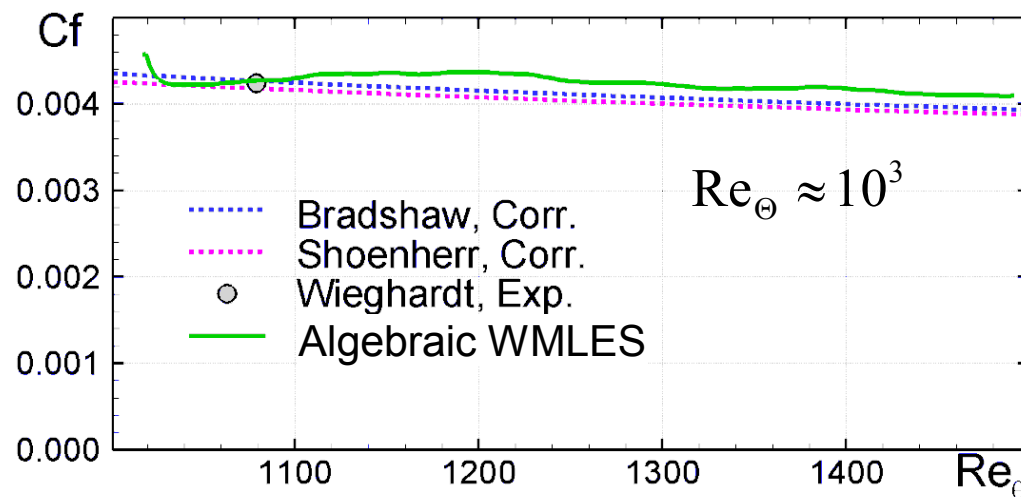
«серая область»

LES

Турбулентная вязкость и турбулентные напряжения при разных числах Рейнольдса

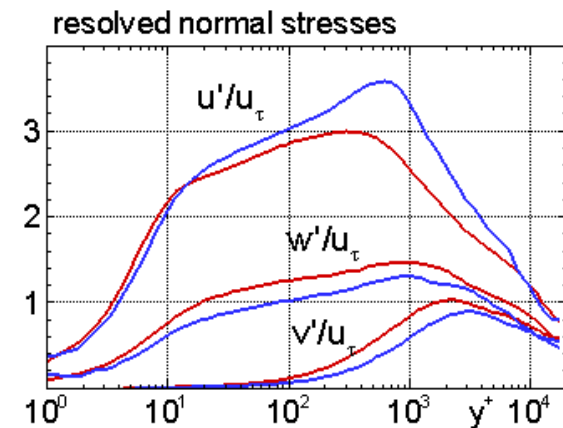
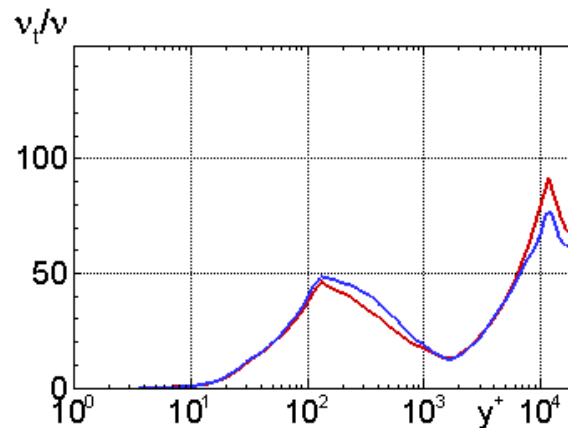
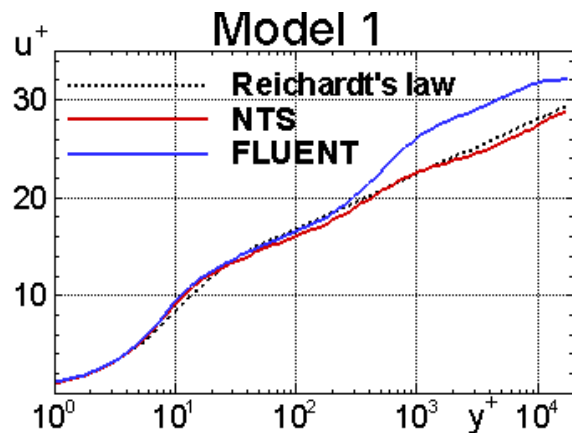
Результаты: течение в пограничном слое

Результаты расчета пограничного слоя также хорошо соответствуют экспериментальным данным и DNS



Чувствительность к схеме

- Все представленные выше результаты были получены по центрально-разностной схеме четвертого порядка (NTS code)
- При использовании более диссипативной схемы (центрально-разностная схема второго порядка, Fluent) наблюдается существенный «сдвиг логарифма» (LLM)
 - Результаты WMLES крайне чувствительны к схеме
 - Можно попробовать придумать модель для каждой конкретной схемы
 - ✓ Реализовано во FLUENT
 - ✓ Для слишком диссипативных схем это невозможно



Установившееся течение в плоском канале при $Re_\tau=18000$

Развитие алгебраических моделей

- Рассмотренная алгебраическая модель обладает несколькими недостатками

- Чувствительность к схеме (к вычислительному коду)

- ✓ Необходим механизм «подстройки» модели

- Использование напряжения на стенке $f_{Damp} = 1.0 - \exp\left(-\left(y^+ / 25\right)^3\right)$

- Использование шага по нормали к стенке

$$\Delta = \min\{\max[C_w d_w, C_w h_{\max}, h_{wn}], h_{\max}\}$$

- ✓ Трудно определить на неструктурированных сетках

- Все эти проблемы могут быть решены:

$$\nu_t = (\Delta_{hyb})^2 S \quad \Delta_{hyb} = f_{weight}(\Delta_{RANS}, \Delta_{LES})$$

- Параметры весовой функции можно подобрать для каждой схемы

$$\Delta_{hyb} = \min(\Delta_{RANS}, \Delta_{LES} \cdot f_{smooth}) \quad f_{smooth} = 1.0 - \exp(-1.5 \cdot \Delta_{RANS} / \Delta_{LES})$$

- В демпфирующей функции можно использовать локальное напряжение трения вместо трения на стенке

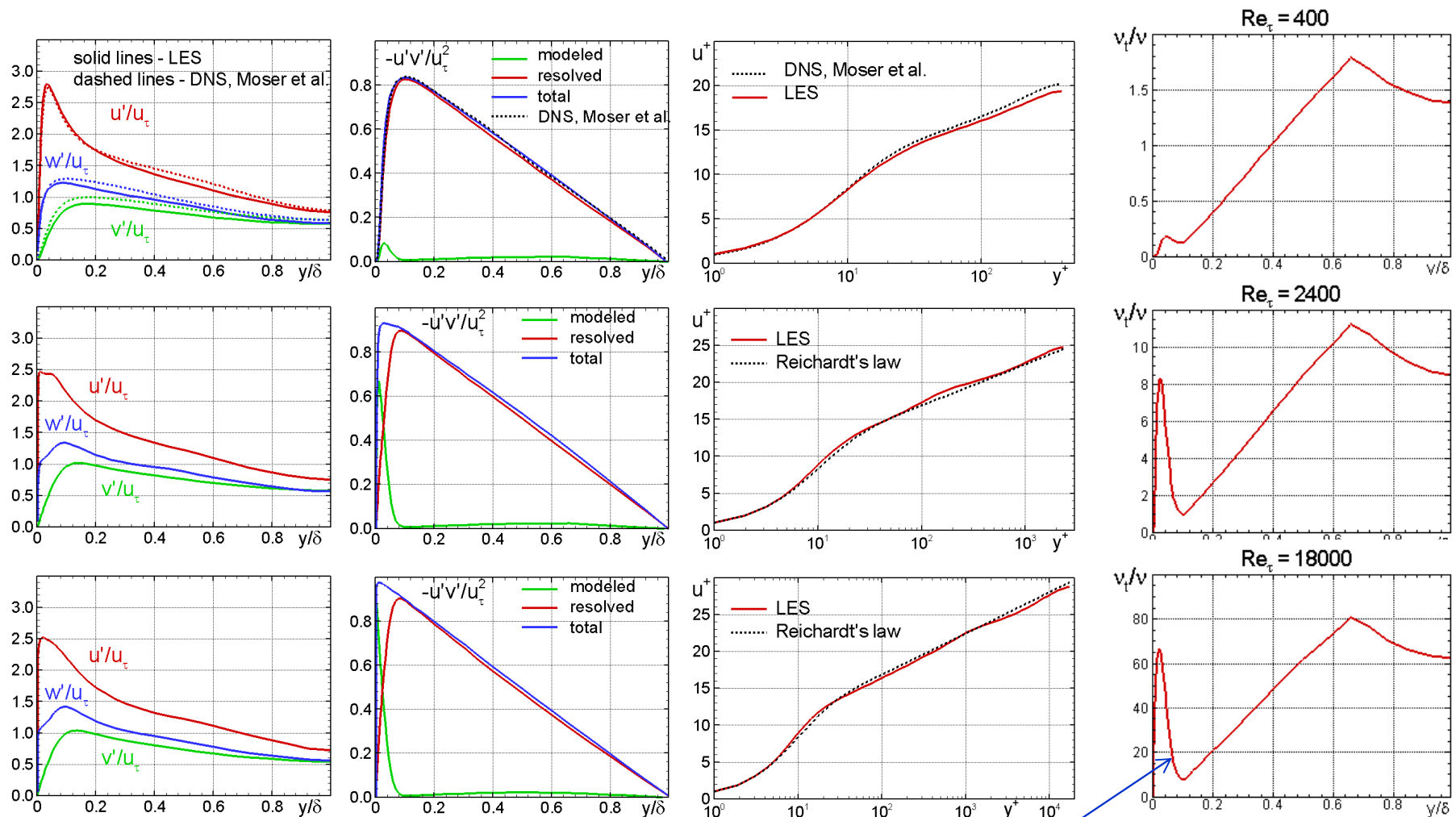
$$\Delta_{RANS} = \kappa \cdot d_w \cdot f_{VD}^{1/2}$$

$$f_{VD} = 1.0 - \exp(-(l^+ / 25)^3) \quad l^+ = ((\nu + \nu_t) \cdot S)^{1/2} \cdot d_w / \nu \quad \kappa = 0.41$$

- От использования шага по нормали к стенке можно отказаться

$$\Delta_{LES} = C_{SMAG} \cdot \Delta \quad \Delta = \min\{\max[C_w d_w, C_w h_{\max}], h_{\max}\} \quad C_{SMAG} = 0.2$$

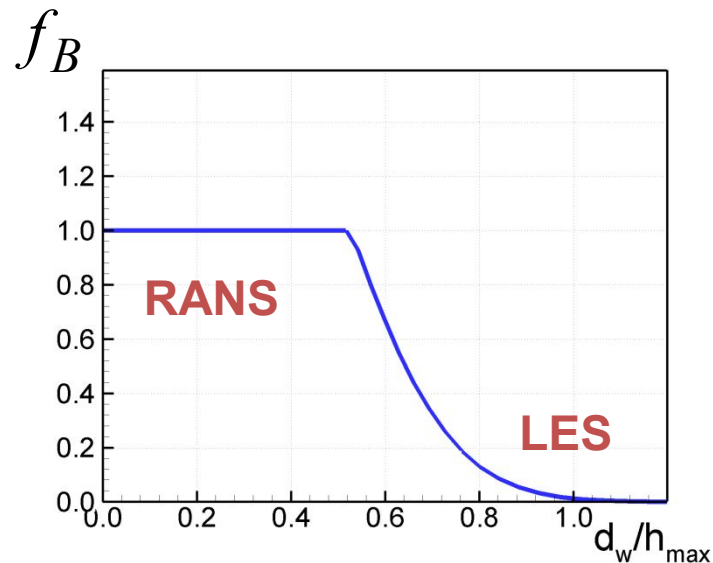
Результаты: течение в канале



Изменение «сшивки» RANS и LES влияет на LLM

Дифференциальная WMLES модель

Следуя идеологии DES (DDES) необходимо переопределить линейный масштаб



$$l_{DES} = \min(l_{RANS}, l_{LES})$$

$$l_{DDES} = \min(l_{RANS}, f_d \cdot l_{RANS} + (1.0 - f_d) \cdot l_{LES})$$



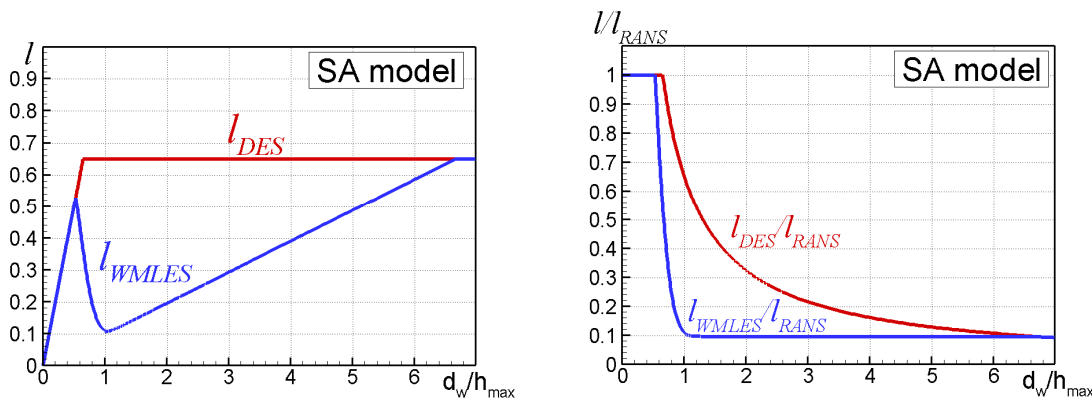
$$l_{WMLES} = f_B \cdot l_{RANS} + (1 - f_B) \cdot l_{LES}$$

$$l_{LES} = C_{DES} \cdot \Delta \cdot \Psi$$

$$\Delta = \min \{ \max(C_w d_w, C_w h_{\max}, h_{wn}), h_{\max} \}$$

$$\text{SA: } l_{RANS} = d_w \quad \text{SST: } l_{RANS} = k^{1/2} / (C_\mu \cdot \omega)$$

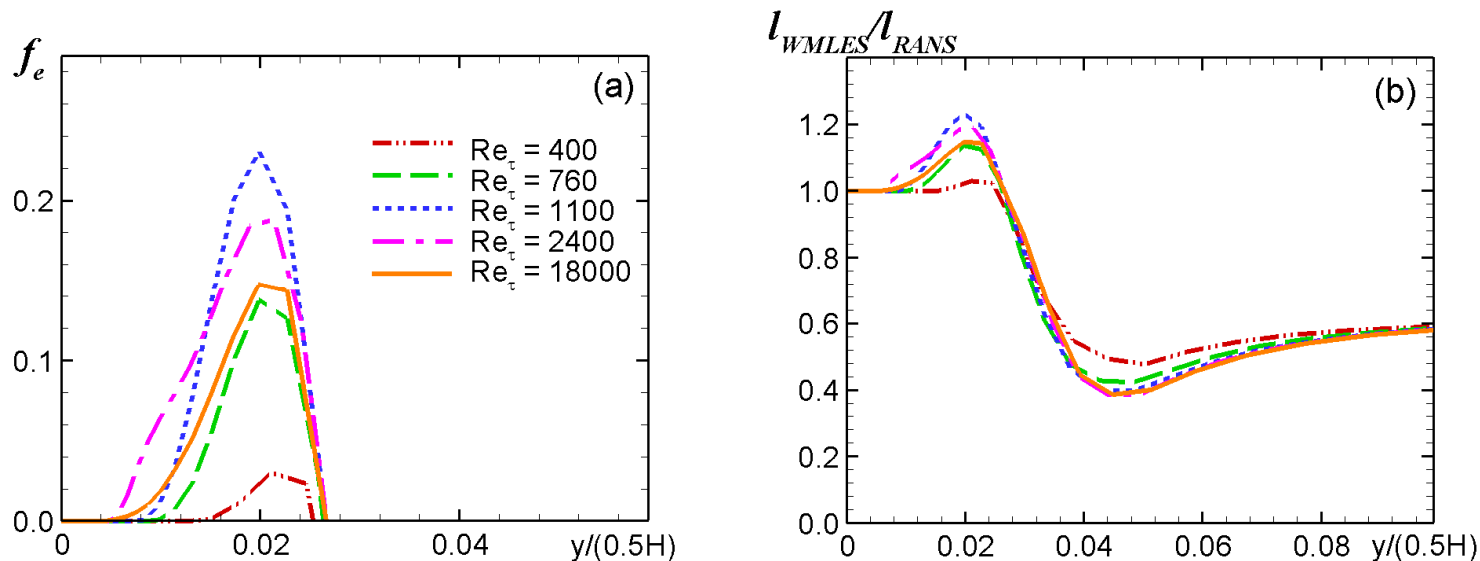
Разделение на RANS и LES области полностью определяется функцией f_B



Переход между для RANS и LES происходит гораздо быстрее, чем в DES

Восстановление вязкости в RANS области

- В дифференциальной модели происходит диффузия турбулентных характеристик между RANS и LES областями
 - Вязкость в RANS области уменьшается
 - ✓ Низкорейнольдсовые слагаемые усиливают этот эффект
- Требуется восстановить вязкость в RANS области так, чтобы на логарифмическом участке профиля скорости $v_t \rightarrow (\kappa \cdot d_w)^2 \cdot S$
 - Для этого в определение масштаба добавляется восстанавливающая функция f_e
$$l_{WMLES} = f_B \cdot (1 + f_e) \cdot l_{RANS} + (1 - f_B) \cdot l_{LES}$$



«Сшивка» DDES и WMLES

- Поведение DDES и WMLES в пограничном слое существенно различно
 - Объединение этих подходов – нетривиальная задача
 - ✓ Наиболее сложно одновременно обеспечить защиту пограничного слоя и WMLES свойства
- Невозможно объединить столь разные подходы, не ухудшив в той или иной степени функционирование каждого из них
 - Защита пограничного слоя может ухудшить WMLES свойства модели
 - WMLES может ухудшить защиту из-за уменьшения вязкости
- IDDES – выбор разумного компромисса
 - Позволяет использовать разные подходы в рамках одной задачи
 - Как любой универсальный инструмент не может превзойти специализированные инструменты в области их применения

DDES with Improved Wall-Modelling Capability (IDDES)

WMLES эффективен ТОЛЬКО при наличии турбулентного контента.
Для практического применения требуется более универсальная модель, которая

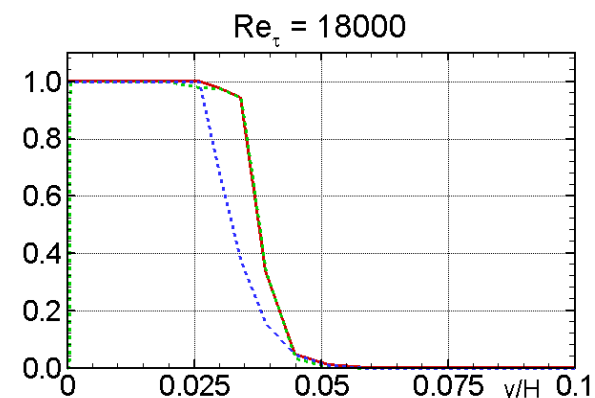
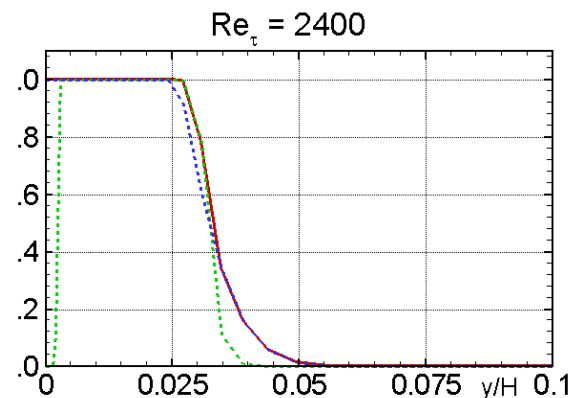
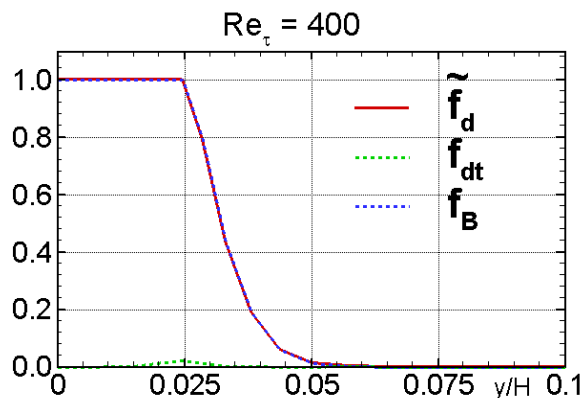
- При наличии турбулентного контента и достаточно мелкой сетки работает в режиме WMLES
- В противном случае она работает в режиме DDES

$$l_{WMLES} = f_B \cdot (1 + f_e) \cdot l_{RANS} + (1 - f_B) \cdot l_{LES} \quad l_{DDES} = \min(l_{RANS}, f_d \cdot l_{RANS} + (1.0 - f_d) \cdot l_{LES})$$

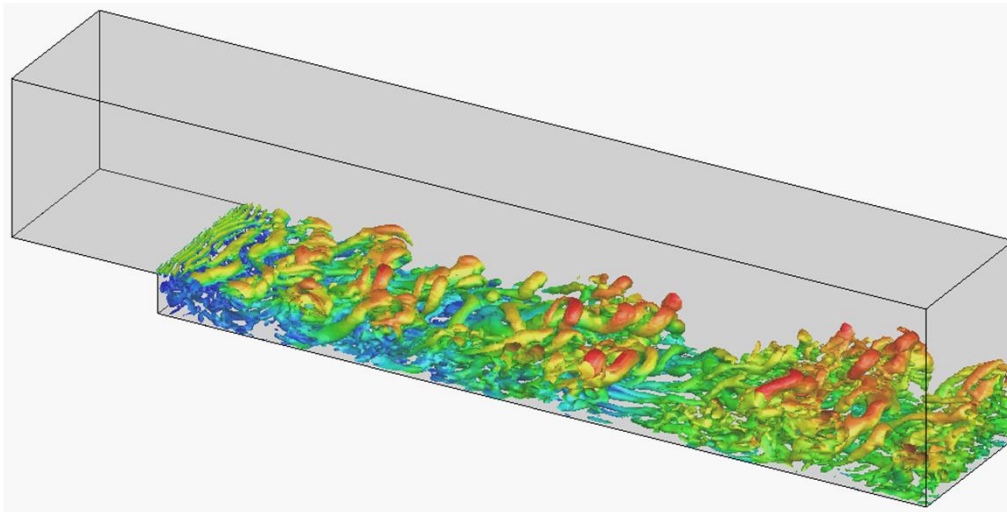


$$l_{IDDES} = \tilde{f}_d (1 + f_e) l_{RANS} + (1 - \tilde{f}_d) l_{LES}$$
$$\tilde{f}_d = \max(f_{dt}, f_B)$$

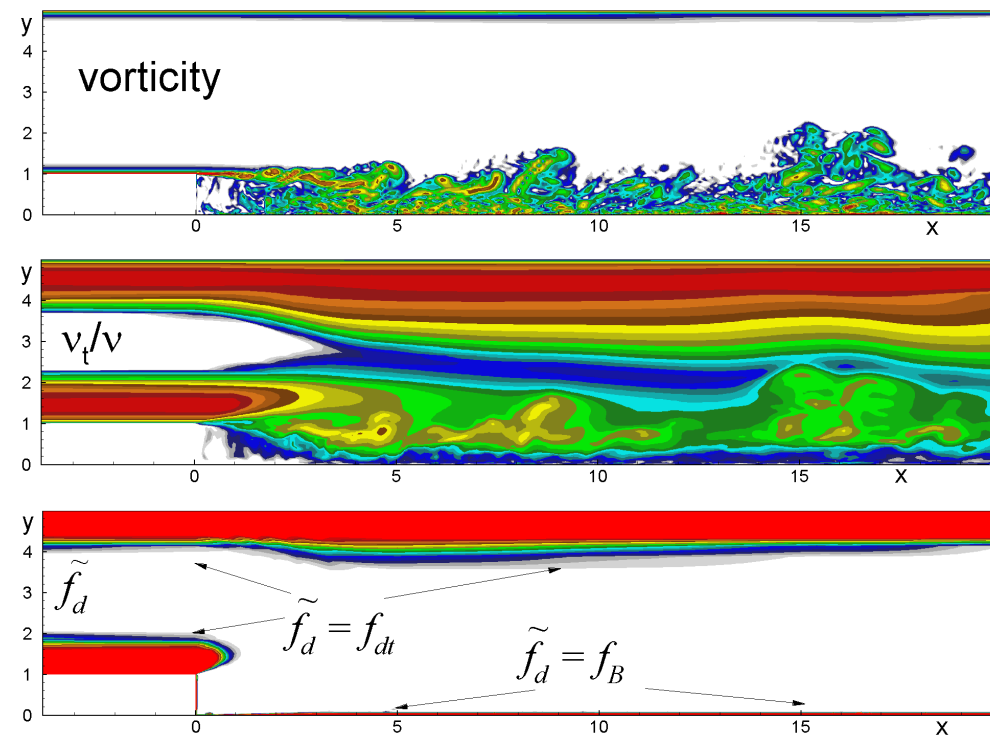
Функция f_{dt} аналогична функции f_d из DDES



Разные режимы в одном течении



- Течение в канале с внезапным расширением



SA IDDES

Реализация описанных выше идей приводит к довольно громоздкому набору формул

$$l_{IDDES} = \tilde{f}_d (1 + f_e) l_{RANS} + (1 - \tilde{f}_d) l_{LES}$$

$$l_{RANS} = d_w \quad l_{LES} = C_{DES} \cdot \Delta \cdot \Psi$$

$$\Delta = \min \{ \max(C_w d_w, C_w h_{\max}, h_{wn}), h_{\max} \}$$

$$\tilde{f}_d = \max(f_{dt}, f_B)$$

$$f_{dt} = \tanh[(C_{d1} r_{dt})^{C_{d2}}]$$

$$C_{d1} = 8; C_{d2} = 3$$

$$f_B = \min \{ 2 \exp(-9\alpha^2), 1.0 \}$$

$$\alpha = 0.25 - d_w / h_{\max}$$

$$f_e = \max \{ (f_{e1} - 1), 0 \} \cdot f_{e2}$$

$$f_{e1}(d_w / h_{\max}) = \begin{cases} 2 \exp(-11.09\alpha^2), & \alpha \geq 0 \\ 2 \exp(-9.0\alpha^2), & \alpha < 0 \end{cases}$$

$$f_{e2} = 1.0 - \max \{ f_t, f_l \}$$

$$f_t = \tanh[(c_t^2 r_{dt})^3] \quad f_l = \tanh[(c_l^2 r_{dl})^{10}]$$

$$r_{dt} = \frac{v_t}{\kappa^2 d_w^2 \cdot S_r}, \quad r_{dl} = \frac{v}{\kappa^2 d_w^2 \cdot S_r}$$

$$S_r = \max \left(\sqrt{0.5 \cdot (S^2 + \Omega^2)}, 10^{-10} \right)$$

SST IDDES

- Модель SST не содержит низкорейнольдсовых поправок
 - В функции f_e нет острой необходимости
- Константы защитной функции SST DDES отличаются от SA DDES
 - Это должно быть учтено при построении SST IDDES

$$\begin{cases} \frac{Dk}{Dt} = \nabla \cdot ((\nu + \sigma_k \nu_t) \nabla k) + P_k - k^{3/2} / l_{IDDES} \\ \frac{D\omega}{Dt} = \nabla \cdot ((\nu + \sigma_\omega \nu_t) \nabla \omega) + \frac{\gamma}{\nu_t} P_k + (1 - F_1) \frac{2\sigma_{\omega 2}}{\omega} (\nabla k) \cdot (\nabla \omega) - \beta \omega^2 \end{cases}$$

$$l_{IDDES} = \tilde{f}_d l_{RANS} + (1 - \tilde{f}_d) l_{LES} \quad l_{RANS} = \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega}$$

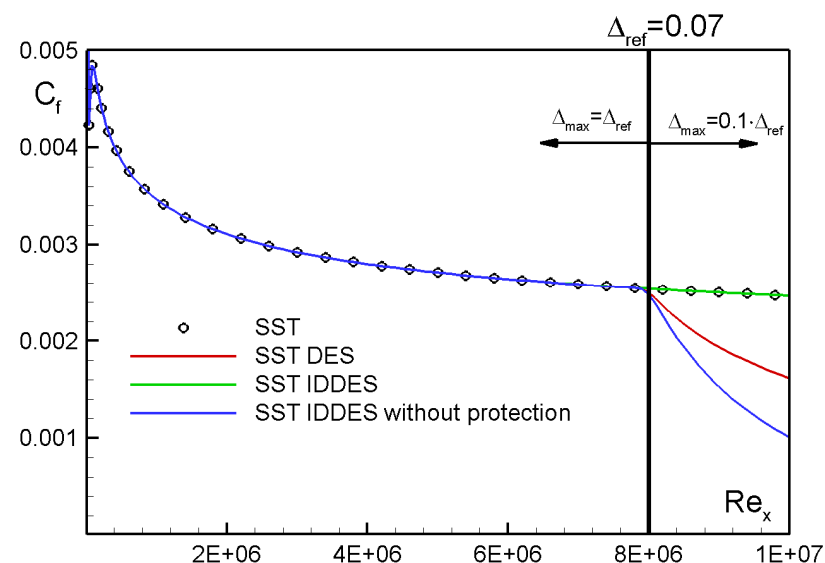
$$l_{LES} = C_{DES} \Delta \quad \Delta = \min(C_w \cdot \max(h_{\max}, d_w), h_{\max})$$

$$\tilde{f}_d = \max(1 - f_{dt}, f_B)$$

$$f_B = \min(2 \cdot \exp(-9 \cdot \alpha^2), 1) \quad \alpha = 0.25 - \frac{d_w}{h_{\max}}$$

$$f_{dt} = 1 - \tanh\left[(20 \cdot r_{dt})^3\right] \quad r_{dt} = \frac{\nu_t}{\kappa^2 d_w^2 \max\left(\sqrt{0.5 \cdot (S^2 + \Omega^2)}, 10^{-10}\right)}$$

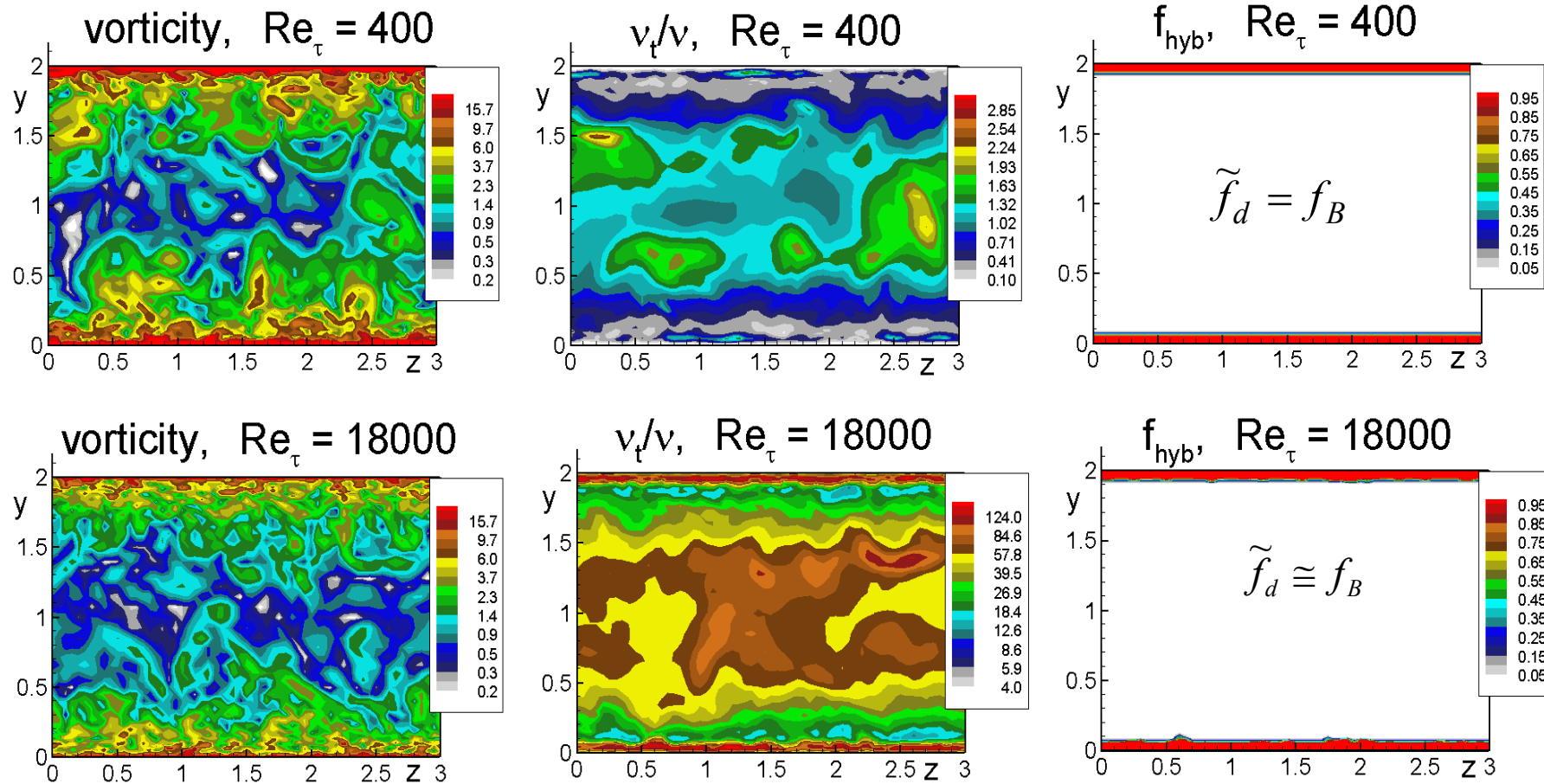
$$C_w = 0.15, C_{DES} = 0.78 \cdot F_1 + 0.61 \cdot (1 - F_1), \kappa = 0.41$$



Проверка эффективности
защиты пограничного слоя
в SST IDDES

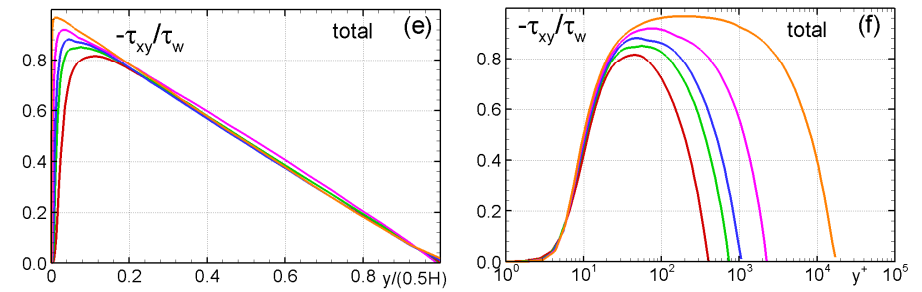
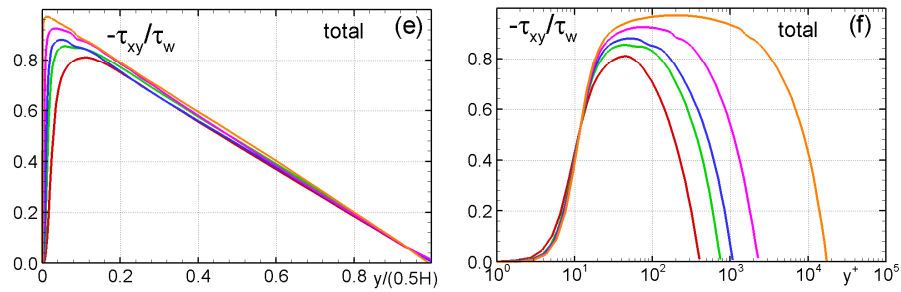
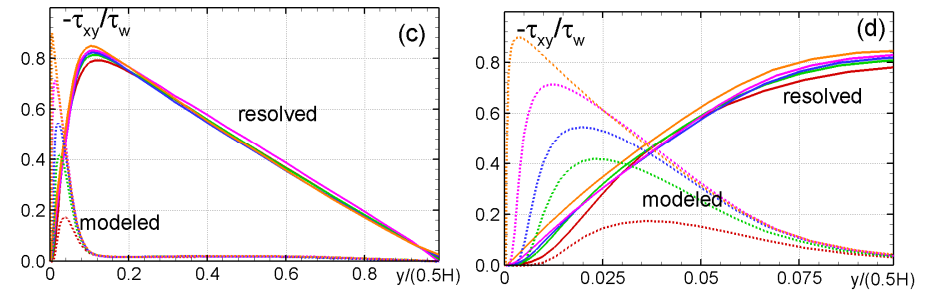
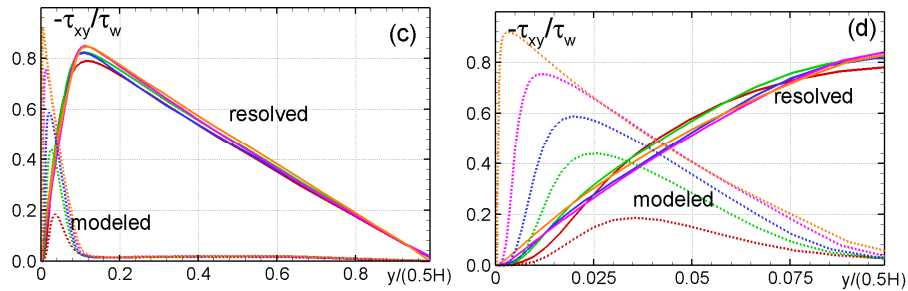
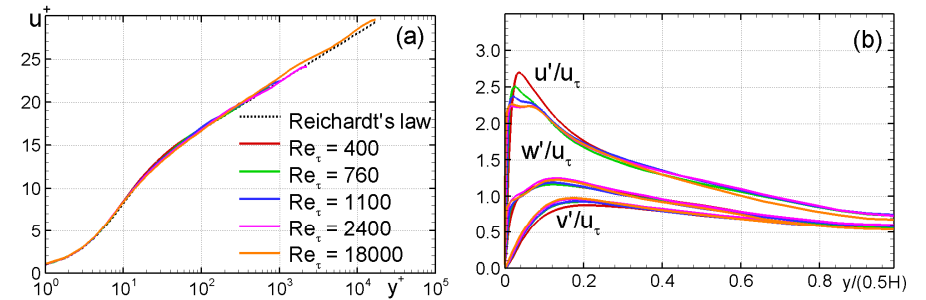
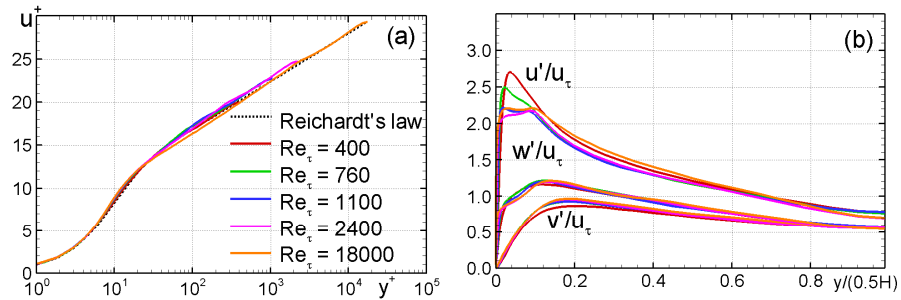
Примеры применения

Развитие течения в канале



Картина течения при разных числах Рейнольдса

Развитие течения в канале

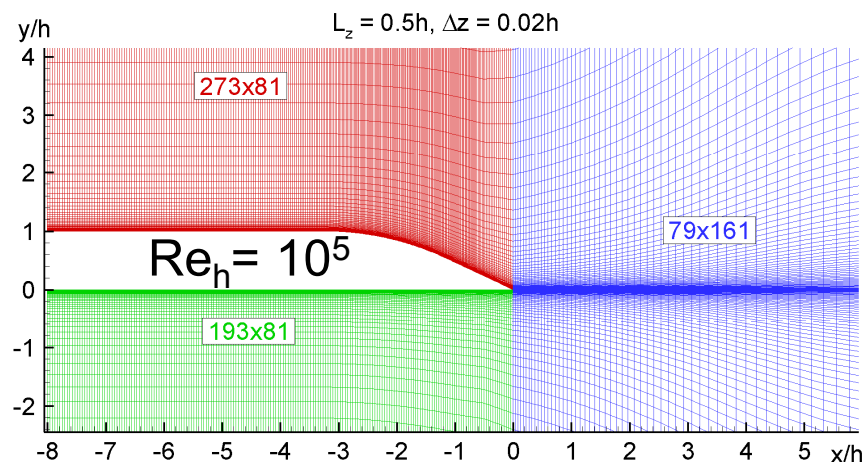


SA IDDES

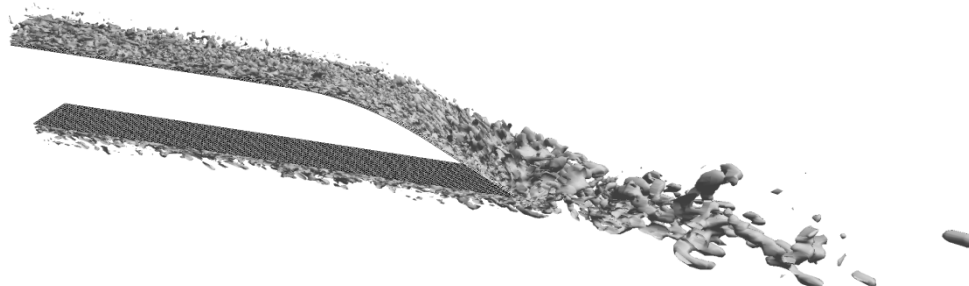
SST IDDES

Отрыв от задней кромки гидрокрыла

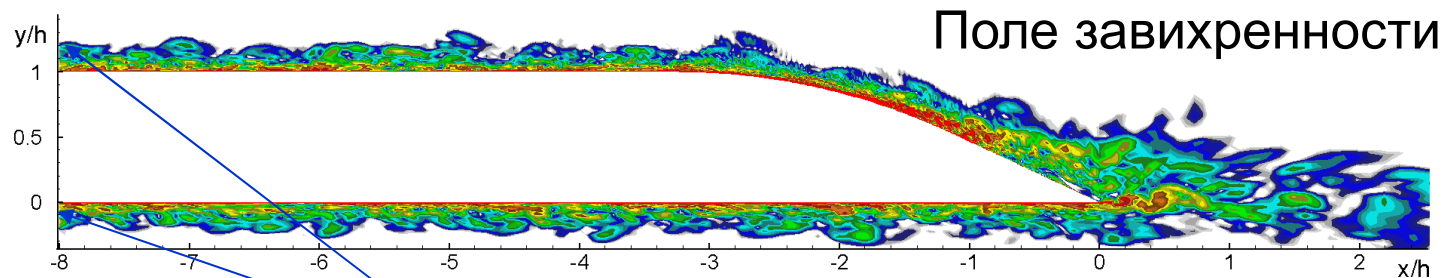
Течение представляет трудности как для RANS (наличие зоны отрыва), так и для DDES (отрыв не приводит с сильной неустойчивости)



Изоповерхности закрутки



Расчетная сетка (1.5М ячеек)



Нестационарные ГУ из расчета ПС

Отрыв от задней кромки гидрокрыла

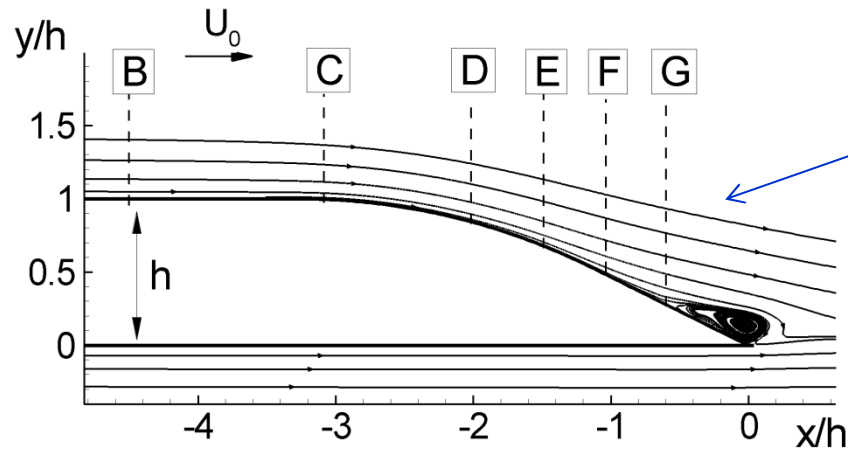
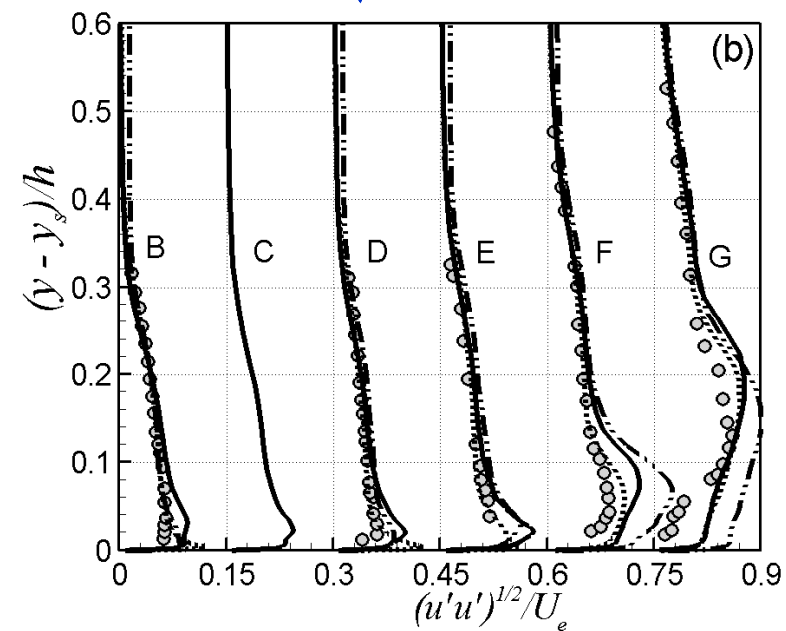
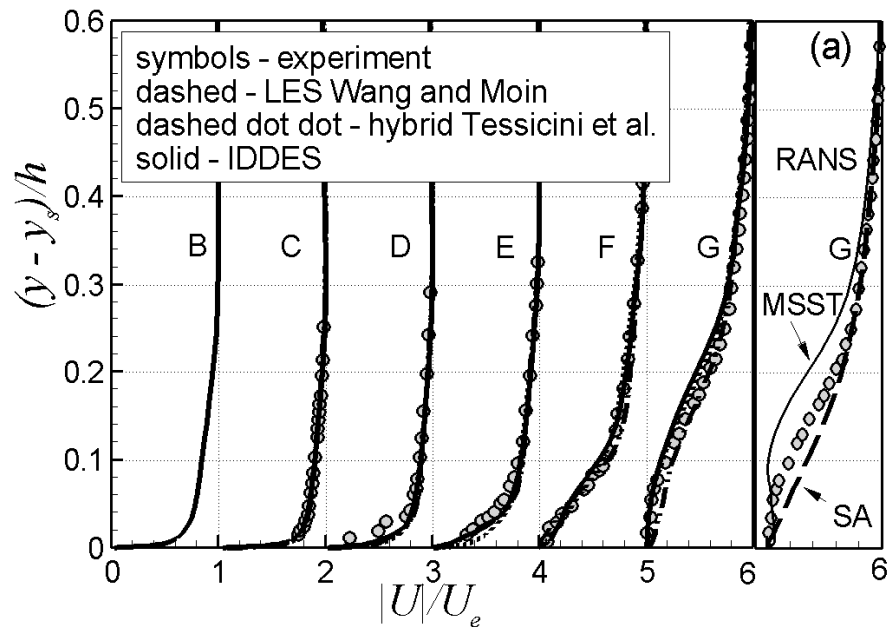


Схема течения и измерительные сечения

Сравнение с экспериментом (Blake et al., 1975) и с LES (Wang & Moin, 2000, 7M nodes)



Резюме

- Построение WMLES модели – задача очень нетривиальная
 - «Серая область» находится в очень существенной и чувствительной области потока – пограничном слое
 - ✓ В ней надо обеспечить правильное решение
- Построение универсального подхода еще сложнее
 - Свойства WMLES и DDES сильно различаются
- IDDES – разумный компромисс, пригодный для расчета широкого круга течений