

На правах рукописи

Грицкевич Михаил Сергеевич

**Расчет турбулентных пристенных течений с
использованием зонного RANS-LES подхода с
объемным источником турбулентных пульсаций**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
к. ф.-м. н.
Гарбарук Андрей Викторович

Оглавление

Введение.....	4
1 Обзор методов расчета пристенных течений с использованием зонных RANS-LES подходов.....	9
1.1 Создание турбулентного контента при переходе между RANS и LES подобластями	11
1.1.1 Методы рециклинга турбулентности	12
1.1.2 Вспомогательный расчет	13
1.1.3 Методы создания синтетических турбулентных пульсаций	14
1.2 Моделирование турбулентности в RANS подобласти.....	19
1.3 Моделирование турбулентности в LES подобласти.....	22
1.3.1 Методы расчета турбулентных течений с массивованным отрывом	22
1.3.2 Методы расчета присоединенных турбулентных течений	33
2 Описание предложенного метода.....	43
2.1 Определяющие уравнения в ОИТ подобласти.....	46
2.2 Определяющие уравнения в LES подобласти.....	49
2.2.1 Определение линейного масштаба турбулентности в первоначальной формулировке SST-IDDES подхода [174,223]	50
2.2.2 Определение линейного масштаба турбулентности в модифицированной формулировке SST-IDDES подхода	52
3 Описание вычислительного алгоритма.....	57
3.1 Решение определяющих уравнений	58
3.2 Выбор параметров вычислительного алгоритма для проведения LES расчетов	58
3.3 Дискретный аналог объемных источников в ОИТ подобласти	64
4 Тестирование предложенного метода.....	65
4.1 Автономное тестирование модифицированного SST-IDDES подхода	65

4.1.1 Стационарное течение в пограничном слое на плоской пластине	66
4.1.2 Периодическое течение в плоском канале	68
4.1.3 Течение в канале с обратным уступом	70
4.1.4 Периодическое течение в канале с холмообразным сужением.....	73
4.2 Комплексное тестирование всех элементов разработанного зонного RANS-LES подхода.....	76
4.2.1 Вырождение однородной турбулентности за решеткой	77
4.2.2 Развитое течение в плоском канале.....	81
4.2.3 Течение в пограничном слое на плоской пластине	84
5 Применение предложенного метода для расчета сложных пристенных течений	88
5.1 Обтекание выпуклости в квадратном канале	89
5.2 Обтекание гидрокрыла с отрывом вблизи задней кромки.....	92
5.3 Течение в Т-образном соединении двух труб	95
Заключение	99
Список цитируемых источников	100
Приложение А Формулировка генератора синтетической турбулентности	115
Приложение Б Формулировка метода вихрей с использованием объемного источника турбулентности.....	119

Введение

Проблема расчета турбулентных течений является одной из ключевых в механике жидкости и газа и на протяжении многих десятилетий (начиная с классических работ О. Рейнольдса, опубликованных в конце XIX века) находится в центре внимания специалистов во всем мире. Тем не менее, в силу своей исключительной сложности, эта проблема остается до конца нерешенной вплоть до наших дней.

Среди многочисленных подходов к моделированию турбулентных течений, известных в настоящее время, наибольшее применение в инженерной практике находят подходы, базирующиеся на решении сформулированных Рейнольдсом в 1895 г. и получивших его имя осредненных по времени уравнений Навье-Стокса (Reynolds Averaged Navier-Stokes или RANS). Эти подходы являются достаточно экономичными, однако используемые для замыкания RANS полуэмпирические модели турбулентности не универсальны и во многих случаях не позволяют достичь приемлемой для практики точности расчета. Кроме того, по самой своей природе, они неприменимы для решения задач аэроакустики, аэроупругости и других задач, в которых информация о нестационарных характеристиках турбулентности играет принципиальную роль.

Единственной радикальной альтернативой RANS является метод моделирования крупных вихрей (Large Eddy Simulation или LES). Этот метод, в принципе, обеспечивает высокую точность расчета любых турбулентных течений. Однако для сложных пристенных течений при высоких числах Рейнольдса, представляющих наибольший интерес, необходимые для проведения LES вычислительные ресурсы очень велики, и даже по самым оптимистичным прогнозам относительно развития вычислительной техники широкое практическое использование LES ожидается не ранее середины нынешнего века.

В связи с этим в последние годы интенсивно развиваются так называемые «зонные» RANS-LES методы, сочетающие в себе высокую точность LES и экономичность RANS подходов. Это достигается путем использования LES

только в ограниченных областях потока, где RANS методы неточны или недостаточно информативны, и применения RANS в остальной части потока. Одной из наиболее сложных проблем, возникающих при построении зонных подходов, является проблема создания искусственных турбулентных пульсаций («турбулентного контента») между RANS подобластью и находящейся от нее вниз по потоку LES подобластью. Это необходимо для исключения или, по крайней мере, сокращения переходной области, в которой, благодаря использованию LES, должны сформироваться реальные турбулентные структуры. Несмотря на то, что решению данной проблемы посвящено большое число работ, известные в настоящее время методы создания турбулентного контента на границе между RANS и LES подобластями обладают теми или иными существенными недостатками. Так, большинство методов либо не являются достаточно универсальными, либо не позволяют создавать турбулентный контент с удовлетворительной точностью. Кроме того, многие из существующих методов создания турбулентного контента невозможно внедрить в коммерческие коды общего назначения, что значительно сужает возможности их применения для решения инженерных задач. В связи с этим задача создания гибких и эффективных методов генерации искусственной турбулентности при переходе между RANS к LES подобластями в рамках зонных RANS-LES подходов к моделированию турбулентных течений, решению которой посвящена диссертация, по-прежнему, является весьма актуальной и важной задачей вычислительной аэродинамики. Анализ литературы по данному вопросу (см. главу 1) свидетельствует о том, что эту задачу можно решить путем добавления в исходные уравнения нестационарных объемных источников.

Таким образом, целью настоящей работы является создание и всестороннее тестирование достаточно точного и универсального (допускающего возможность внедрения в рамках различных, в том числе, коммерческих CFD кодов общего назначения) метода генерации турбулентного контента для расчета пристенных турбулентных течений в рамках зонных RANS-LES подходов.

Конкретные задачи работы заключаются в следующем:

1. Разработка метода создания турбулентного контента с использованием идеи добавления в исходные уравнения нестационарных объемных источников.
2. Разработка зонного RANS-LES подхода на основе предложенного метода создания турбулентного контента.
3. Внедрение разработанного зонного RANS-LES подхода в CFD код общего назначения ANSYS-FLUENT и выбор наиболее подходящего вычислительного алгоритма для проведения расчетов.
4. Всестороннее тестирование разработанного подхода путем проведения расчетов канонических турбулентных течений.
5. Демонстрация эффективности предложенного подхода на примере расчета сложных пристенных течений.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Предложен новый гибкий и эффективный метод создания искусственных турбулентных пульсаций в произвольной области потока, базирующийся на идее добавления в уравнения переноса импульса и кинетической энергии турбулентности нестационарных объемных источников.
2. На основе этого метода построен зонный RANS-LES подход для расчета пристенных турбулентных течений, допускающий возможность внедрения в современные CFD коды общего назначения. Наряду с методом создания турбулентного контента, существенным новым элементом предложенного зонного RANS-LES подхода является предложенная модификация гибридной модели IDDES, используемая для описания течения в LES подобласти.

Практическая ценность работы заключается в том, что благодаря своей гибкости и эффективности предложенный зонный RANS-LES подход может использоваться для решения сложных прикладных задач гидро- и аэродинамики при приемлемых (вполне доступных в настоящее время) вычислительных затратах. Об этом свидетельствует, в частности, тот факт, что с его

использованием в диссертации была успешно решена задача о течении в Т-образном соединении двух труб (см. раздел 5.3).

Все расчеты, представленные в работе, выполнены с использованием кода общего назначения ANSYS-FLUENT, прошедшего широкое тестирование в многочисленных расчетных исследованиях по моделированию турбулентных течений. Физическая адекватность и корректность реализации новых элементов разработанного метода подтверждаются систематическим сопоставлением полученных с его помощью результатов с экспериментальными данными, эмпирическими корреляциями и с результатами численного моделирования, известными из литературы.

Диссертация состоит из введения, пяти основных глав, заключения, списка литературы и двух приложений.

В главе 1 проведен обзор методов расчета турбулентных пристенных течений с использованием зонных RANS-LES подходов. В разделе 1.1 приведено описание методов создания турбулентного контента при переходе между RANS и LES подобластями. В разделе 1.2 приведен краткий обзор методов моделирования турбулентности в RANS подобласти, используемых в зонных RANS-LES подходах. Наконец, в разделе 1.3 приведен обзор методов моделирования турбулентности в LES подобласти.

Глава 2 является центральной методической главой диссертации. В ней приведено детальное описание зонного RANS-LES подхода к расчету турбулентных течений. В разделе 2.1 приведена формулировка определяющих уравнений в области объемного источника турбулентности, а в разделе 2.2 – формулировка предложенной модификации IDDES подхода, используемая в LES подобласти.

В главе 3 приведено описание вычислительного алгоритма, включающее в себя описание методов решения определяющих уравнений (раздел 3.1), результаты тестирования эффективности различных схем при проведении LES расчетов (раздел 3.2) и описание дискретных аналогов предложенных объемных

источников в уравнениях движения и кинетической энергии турбулентности (раздел 3.3).

В главе 4 приведено тестирование предложенного зонного RANS-LES подхода на примере расчета ряда канонических турбулентных течений. В разделе 4.1 обсуждаются результаты автономного тестирования модифицированной SST-IDDES модели, а в разделе 4.2 – результаты комплексного тестирования всех элементов разработанного зонного RANS-LES подхода.

Глава 5 посвящена результатам применения зонного RANS-LES подхода для расчета сложных пристенных турбулентных течений. В разделе 5.1 приведены результаты расчетов задачи об обтекании выпуклости в квадратном канале, в разделе 5.2 – задачи об обтекании гидрокрыла с отрывом у задней кромки и, наконец, в разделе 5.3 – задачи о течении в Т-образном соединении двух труб.

В заключении кратко сформулированы основные результаты.

Наконец в приложениях (Приложение А и Приложение Б) приведены формулировки методов создания турбулентного контента, используемые в настоящей работе для сравнения с предложенным методом.

1 Обзор методов расчета пристенных течений с использованием зонных RANS-LES подходов

Как отмечается в работах [1,2], метод моделирования течения в рамках зонных RANS-LES подходов основан на предварительном разделении расчетной области на подобласти, в которых производится расчет с использованием RANS и LES подходов, что позволяет пользователю выбирать наиболее подходящий подход для различных областей течения, и добавляет гибкости при решении конкретных задач. Решения в RANS и LES подобластях связаны между собой при помощи условий сопряжения на границе, при этом наибольшую сложность представляет случай, когда течение пересекает такую границу. В этом случае, в зависимости от направления среднего течения по отношению к границе можно выделить две ситуации:

- RANS подобласть находится вниз по потоку от LES подобласти
- LES подобласть находится вниз по потоку от RANS подобласти

Моделирование перехода из LES подобласти в лежащую от нее вниз по потоку RANS подобласть в большинстве случаев не вызывает затруднений. Действительно, в этом случае основная задача заключается в получении информации о средней скорости и турбулентных характеристиках для задания на входе в RANS подобласть. Данная информация полностью содержится в LES решении и может быть получена, например, при помощи осреднения по времени. Кроме того, нестационарные пульсации скорости должны иметь возможность покидать LES подобласть без отражения, при этом информация о среднем давлении в RANS подобласти должна иметь возможность распространяться вверх по потоку (см. напр. [1]).

Впервые методика согласованного соединения RANS и LES подобластей была предложена в работе [3], где была разработана общая концепция обмена информацией между RANS и LES подобластями, названная процедурой «обогащения» (в англоязычной литературе enrichment). Впоследствии в работах

[4–10] был предложен целый ряд аналогичных методов. Так, в работе [4] было проведено сопряжение несжимаемого LES расчета со сжимаемым RANS расчетом, а в работах [7,8] была предложена процедура конвективного сопряжения. Работа [9] посвящена методам восстановления турбулентных характеристик на границе LES и RANS подобластей. Следует отметить, что во всех вышеперечисленных работах были получены в целом хорошие результаты и таким образом, проблему перехода от LES подобласти к лежащей от нее вниз по потоку RANS подобласти в настоящее время можно считать решенной.

Основной проблемой при построении зонных RANS-LES подходов является образование переходной зоны в LES подобласти, лежащей вниз по течению от RANS подобласти. Это связано с тем, что в RANS подобласти кинетическая энергия турбулентности моделируется во всем диапазоне волновых чисел, и при этом в течении отсутствуют разрешенные турбулентные пульсации. С другой стороны, в LES подобласти значительная часть кинетической энергии турбулентности является разрешенной, поскольку большая часть турбулентных пульсаций разрешается на сетке. Поэтому при переходе между RANS и LES подобластями без принятия дополнительных мер происходит уменьшение полной кинетической энергии турбулентности, поскольку уменьшение моделируемой кинетической энергии турбулентности не сопровождается достаточным увеличением разрешенной кинетической энергии турбулентности. Это связано с тем, что необходимые для этого турбулентные пульсации не переносятся из RANS подобласти, находящейся вверх по потоку. В результате, в начале LES подобласти образуется переходный участок, на протяжении которого суммарная кинетическая энергия турбулентности оказывается заниженной до тех пор, пока не произойдет восстановление необходимого количества разрешенных турбулентных пульсаций.

Размер такой переходной области в большой степени зависит от конкретного течения и в некоторых случаях может практически отсутствовать, как это, например, происходит при наличии в LES подобласти сильных механизмов неустойчивости (например, течение с массиванным отрывом). Во всех

остальных случаях, для того чтобы избежать возникновения переходной зоны в LES подобласти, требуется создание нестационарных турбулентных пульсаций на границе между RANS и LES подобластями. Следует отметить, что информация о таких пульсациях не содержится в решении в RANS подобласти и обычно сильно зависит от структуры течения [2]. Именно поэтому, несмотря на значительные успехи в развитии методов создания турбулентных пульсаций, данная проблема до сих пор во многом остается открытой.

Следует отметить, что помимо создания турбулентного контента при переходе между RANS и LES подобластями, для успешного функционирования зонных RANS-LES подходов необходимо обеспечить высокую точность и экономичность решения в RANS и LES подобластях. В связи с этим большое значение приобретает выбор используемых в этих подобластях моделей турбулентности.

С учетом указанных обстоятельств, обзор состоит из трех разделов. В разделе 1.1 проведен анализ существующих методов создания турбулентного контента при переходе между RANS и LES подобластями. В разделе 1.2 рассмотрены полуэмпирические модели, используемые для замыкания уравнений в RANS подобласти, а в разделе 1.3 приведен обзор вихреразрешающих подходов к моделированию турбулентности, нашедших наиболее широкое применение в рамках зонных RANS-LES подходов.

1.1 Создание турбулентного контента при переходе между RANS и LES подобластями

Как уже отмечалось выше, создание турбулентного контента при переходе от RANS к находящейся от нее вниз по потоку LES подобласти является ключевой проблемой для зонных RANS-LES подходов. Одной из важнейших характеристик методов создания турбулентного контента является точность воспроизведения турбулентных пульсаций. С практической точки зрения, качество созданного турбулентного контента определяет длину переходной области, на протяжении которой статистические характеристики течения (коэффициент трения, профиль средней скорости и т.д.) имеют существенное отклонение от статистических

характеристик реального течения. Немаловажной характеристикой методов создания турбулентного контента является возможность их применения для произвольных течений, в том числе и для течений в геометрически сложных областях. Кроме того, учитывая возрастающую роль CFD кодов общего назначения в инженерных расчетах, формулировка методов создания турбулентного контента должна предоставлять возможность их внедрения в такие коды без дополнительной модификации.

Существующие методы создания турбулентных пульсаций можно разделить на три группы, к первой из которых относятся методы «рециклинга» турбулентности (раздел 1.1.1), ко второй – методы, базирующиеся на использовании результатов вспомогательного расчета (раздел 1.1.2), и наконец, к третьей – методы создания искусственных («синтетических») турбулентных пульсаций (раздел 1.1.3). Ниже приведен подробный обзор данных методов.

1.1.1 Методы рециклинга турбулентности

Метод «рециклинга» турбулентности был впервые предложен в работе [11] для создания турбулентного контента в пограничном слое. Идея данного метода заключается в задании во входном сечении расчетной области профилей скорости из выходного сечения, перемасштабированных на основе законов подобия для пограничного слоя. Данный метод использовался в ряде работ по прямому численному моделированию и моделированию крупных вихрей течения в пограничном слое (см. напр. [12,13]), а также лег в основу множества модификаций метода рециклинга (см. напр. [14–23]). Так, в работах [14–16] было предложено расширение метода [11] для использования в сжимаемых течениях. В целом ряде работ [17–19] были предложены модифицированные соотношения для задания поля скорости на входной границе. В работах [20,21] был предложен метод рециклинга турбулентности, применимый для расчета течений в пограничном слое с градиентом давления, а также учитывающий флуктуации температуры. В работе [22] было предложено существенное упрощение метода [11]. Наконец в работе [23] был предложен метод рециклинга турбулентности, позволяющий проводить расчеты в рамках зонных RANS-LES подходов.

Все эти методы обладают высокой точностью воспроизведения нестационарного поля скорости на входной границе, однако при этом обладают существенным недостатком: они применимы только к течению в пограничном слое с нулевым или небольшим градиентом давления, так как основаны на закономерностях развития пограничного слоя.

Еще одной проблемой методов рециклинга турбулентности является невозможность их применения в областях со сложной геометрией. Действительно, для применения методов такого типа необходим участок, на котором течение является однородным в направлении поперек потока и слабо изменяющимся в направлении течения, однако для сложных трехмерных течений такой участок зачастую отсутствует. Кроме того, поскольку в методах рециклинга турбулентности требуется перенос и перемасштабирование данных между входной и выходной плоскостью, формулировка таких методов является нелокальной, что делает затруднительной их внедрение в CFD коды общего назначения. Поэтому в настоящее время при решении сложных задач аэродинамики с использованием зонных RANS-LES подходов использование таких методов весьма ограничено.

1.1.2 Вспомогательный расчет

Вспомогательный расчет, как правило, проводится для какого-либо геометрически простого течения, соответствующего особенностям рассматриваемой задачи и обычно используется в случае, когда использование методов рециклинга турбулентности оказывается невозможным по тем или иным причинам. Так в работе [24] для создания турбулентного контента на входе в двумерный диффузор использовались мгновенные поля скорости из расчета периодического течения в плоском канале, а в работе [25] для расчета течения в трехмерном диффузоре использовался вспомогательный расчет периодического течения в канале прямоугольного сечения. Кроме того, в работах [11,26,27] для создания турбулентного контента в пограничном слое в качестве вспомогательного расчета использовался расчет обтекания плоской пластины с применением метода рециклинга турбулентности.

Использование вспомогательного расчета для создания турбулентного контента возможно не только в случае, когда на входной границе течение близко к тому или иному «каноническому», но и для расчетов в геометрически сложных областях. Так, в работе [28] было предложено использование вспомогательного расчета в рамках зонного RANS-LES подхода для расчета течения в камере сгорания авиационного двигателя. В данном методе средние значения скорости определялись по RANS решению, а пульсации скорости задавались при помощи «перемасштабирования» мгновенных полей пульсаций скорости из вспомогательного расчета периодического течения в трубе, при этом перемасштабирование проводилось так, чтобы кинетическая энергия турбулентных пульсаций равнялась кинетической энергии турбулентности из RANS решения.

Таким образом, методы вспомогательного расчета могут быть использованы для создания турбулентного контента для геометрически сложных течений, однако основным их недостатком является необходимость тщательного подбора течения для вспомогательного расчета. Кроме того, в случае, когда исследуемое течение невозможно в точности воспроизвести во вспомогательном расчете, требуется дополнительное «перемасштабирование» турбулентных пульсаций, что значительно снижает точность метода или делает его, в принципе, непригодным. Помимо этого, такие методы обычно требуют существенных дополнительных вычислительных ресурсов, а их внедрение в CFD коды общего назначения связано со значительными технологическими затруднениями и не всегда оказывается возможным. Поэтому в настоящее время методы, использующие вспомогательный расчет для создания турбулентного контента, в рамках зонных RANS-LES подходов также практически не используются.

1.1.3 Методы создания синтетических турбулентных пульсаций

Методы создания турбулентного контента с помощью искусственной («синтетической») турбулентности являются гораздо более универсальными и экономичными по сравнению с методами, использующими вспомогательный расчет и методы рециклинга турбулентности. Идея данных методов заключается в

создании на входе в LES подобласть искусственных нестационарных полей, в той или иной степени соответствующих реальной турбулентности, наблюдаемой в рассматриваемом течении.

Впервые идея создания искусственных нестационарных полей, сходных с реальной турбулентностью, была предложена в работе [29], где использовалось представление поля скорости однородной изотропной турбулентности в виде суперпозиции синусоидальных мод со случайными параметрами. Позднее подобные модели были предложены в работах [30–33]. Следует отметить, что в этих работах синтетическое поле скорости использовалось в качестве упрощенной модели турбулентного течения для исследования свойств турбулентности.

Для создания турбулентного контента синтетическая турбулентность была впервые использована в работе [34] при проведении прямого численного моделирования однородной турбулентности со сдвигом и вращением. Впоследствии аналогичный метод применялся в работе [35] для задания турбулентного контента при расчете затухания турбулентности за решеткой.

Первое применение синтетической турбулентности для создания турбулентного контента в пристенных течениях было предложено в работе [36], где проводился расчет течения в канале с обратным уступом. В данной работе флуктуации скорости на входной границе задавались с использованием синтетической турбулентности, построенной по методу [35], перемасштабированной таким образом, чтобы напряжения Рейнольдса соответствовали заданным профилям. Похожая идея использовалась в работе [11] для расчета течения в пограничном слое, при этом в качестве флуктуаций скорости на входной границе использовался так называемый «белый шум».

Во всех вышеперечисленных работах поля синтетических пульсаций оказывались невысокого качества, вследствие чего турбулентные пульсации быстро затухали вниз по потоку, что приводило к значительным погрешностям в осредненных характеристиках. Так, в работе [36] наблюдалось значительное отклонение коэффициента трения на стенке, а для его восстановления требовался участок длиной около 20 толщин пограничного слоя. Как отмечалось в работах

[11,35,37], причина быстрого затухания флуктуаций скорости заключалась в несоответствии размеров создаваемых вихревых структур структурам, наблюдаемым в реальном турбулентном течении. Действительно, в таких методах поля турбулентных пульсаций скорости содержали преимущественно коротковолновую составляющую, при этом крупномасштабные вихревые структуры практически отсутствовали.

Впоследствии в работах [37–51] был предложен целый ряд методов, создающих синтетическое поле пульсаций скорости с локально заданными линейными размерами вихревых структур, значения которых определялись по RANS решению. Во всех этих методах линейный масштаб RANS модели турбулентности определял одинаковые размеры вихревых структур во всех направлениях, что приводило к их изотропии, тогда как в реальном турбулентном течении вблизи стенки наблюдается сильная анизотропия вихревых структур. Такое несоответствие синтетической турбулентности реальному течению приводило к тому, что результаты расчетов оказывались лишь незначительно лучше результатов расчетов по методам [35,36].

Более точные методы создания турбулентного контента были предложены в работах [52–54], где поле синтетических турбулентных пульсаций строилось как суперпозиция структур специального вида, характерных для течения в пограничном слое. Для таких методов отклонение трения не превышало 10-15%, а длина участка восстановления составляла приблизительно 2 толщины пограничного слоя. Однако, поскольку применение таких методов оказывалось возможным лишь для течения в пограничном слое, они не нашли широкого распространения.

В работах [55–60] для увеличения точности методов создания турбулентного контента было предложено использовать метод контролируемого силового воздействия. В данном методе турбулентный контент создавался при помощи одного из существующих методов [35–51], а контролируемое силовое воздействие использовалось для уменьшения переходного участка вниз по потоку от входа в LES подобласть. Для этого в нескольких сечениях вниз по потоку от входного

сечения в уравнения движения было предложено добавлять объемный источник, величина которого задавалась так, чтобы решение уравнений в этих сечениях соответствовало известным из RANS расчетам профилям средней скорости и касательных напряжений Рейнольдса.

В работе [55] метод контролируемого силового воздействия применялся для расчета течения в пограничном слое на плоской пластине в сочетании с методом [36], а в работе [56] – для расчета течения в плоском канале в сочетании с методом [37]. В работе [58] были даны рекомендации по определению параметров метода контролируемого силового воздействия, а также проведен расчет трехмерного пограничного слоя с поперечным градиентом давления. В работе [57] метод силового воздействия применялся в рамках зонного RANS-LES подхода для расчета течения в пограничном слое с нулевым, благоприятным и неблагоприятным градиентом давления в сочетании с методом [37], а в работах [59,60] – для расчета взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем при обтекании крылового профиля в сочетании с методом [49–51]. Аналогичный метод был предложен в работе [61], при этом силовое воздействие задавалось не в параллельных входному сечению плоскостях, а в объемной области.

Во всех этих работах использование контролируемого силового воздействия позволило существенно улучшить результаты расчетов по сравнению с использованием только метода создания синтетических турбулентных пульсаций. Однако, несмотря на хорошие результаты, этому методу также присущи определенные недостатки. Так, в данном методе требуется осреднение по однородному направлению для вычисления значения источника и поэтому применение метода контролируемого силового воздействия для расчета трехмерных течений оказывается невозможным. Поэтому при проведении зонных RANS-LES расчетов методы контролируемого силового воздействия также используются достаточно редко.

Совсем недавно, в работах [62–66] был предложен метод генерации искусственной турбулентности, учитывающий анизотропию вихревых структур вблизи стенки, названный авторами Генератором Синтетической Турбулентности

(ГСТ) (см. Приложение А). В работах [62–66] данный метод применялся для расчета достаточно сложных течений в рамках зонного RANS-LES подхода и позволил получить весьма точные результаты.

Следует отметить, что метод ГСТ существенно превосходит все вышеперечисленные методы по точности воспроизведения турбулентных структур, в результате чего его применение для расчета пристенных турбулентных течений приводит лишь к незначительному отклонению коэффициента трения и сравнительно быстрому его восстановлению вниз по потоку (1-2 толщины пограничного слоя). Кроме того, важной особенностью данного метода является простота его внедрения в CFD коды общего назначения.

Всем вышеперечисленным методам свойственны общие недостатки, проистекающие из необходимости непосредственного добавления турбулентных пульсаций к RANS решению. Так, все эти методы требуют «привязки» границы между RANS и LES подобластями к конкретной сеточной поверхности, что накладывает определенные ограничения на используемые в расчетах сетки. Кроме того, использование этих методов при решении задач аэроакустики приводит к появлению мощных ложных источников шума, подавление или фильтрация которых требуют принятия дополнительных мер и не всегда оказываются эффективными.

В этой связи, чрезвычайно привлекательным выглядит метод, предложенный в работе [67], в котором используется принципиально другая идея создания турбулентного контента путем добавления в исходные уравнения нестационарных Объемных Источников Турбулентности (ОИТ). Такой подход открывает принципиальную возможность разделения расчетной области на RANS и LES подобласти без явной привязки границы между ними к сетке, руководствуясь исключительно физическими соображениями. Кроме того, он позволяет создавать турбулентные пульсации в произвольном объеме, что обеспечивает значительно более высокую гибкость метода и является важным потенциальным преимуществом при решении задач аэроакустики.

Эти достоинства ОИТ подтверждаются результатами, полученными с использованием метода вихрей (МВ) [67–70] (см. Приложение Б). МВ является в настоящее время единственным известным примером реализации идеи ОИТ в рамках зонных RANS-LES подходов и используется в CFD коде общего назначения ANSYS-FLUENT. Однако МВ также не свободен от недостатков, и его формулировка использует преимущества идеи ОИТ не в полной мере. В частности, качество создаваемой им искусственной турбулентности оказывается более низким, чем при использовании метода ГСТ, что приводит к значительному удлинению переходного участка в LES подобласти с соответствующим снижением общей точности расчета. Кроме того, особенность формулировки МВ также требует привязки к сеточной поверхности, и поэтому данный метод не может быть использован для создания турбулентных пульсаций в произвольной трехмерной области. Наконец, еще одним недостатком МВ является заметное уменьшение скорости работы вычислительного алгоритма в случае необходимости создания большого количества вихрей. Такая ситуация возникает, например, в случае необходимости создания турбулентных пульсаций на сравнительно больших по площади границах.

Таким образом, проведенный в данном разделе анализ литературы, посвященной методам создания искусственной турбулентности на входных границах LES подобласти в рамках зонных RANS-LES подходов к расчету турбулентных течений, свидетельствует об ограниченности существующих методов и о возможности их усовершенствования на основе совместного использования идей методов ОИТ и ГСТ.

1.2 Моделирование турбулентности в RANS подобласти

В контексте зонных RANS-LES методов RANS модели турбулентности рассматриваются как часть зонного подхода, и поэтому к ним предъявляются не столь жесткие требования, как в случае их использования во всей расчетной области. Это связано с тем, что в соответствии с идеей зонных подходов, RANS подобласть располагается в той части потока, расчет которой не представляет

особых трудностей, а наиболее сложные элементы течения (зоны сильного продольного градиента давления, кривизны линий тока, существенной анизотропии Рейнольдсовых напряжений, отрыва и присоединения потока) рассчитываются с использованием LES подхода.

С другой стороны, модель турбулентности в RANS подобласти должна включать как минимум два независимых уравнения переноса турбулентных характеристик, поскольку методы создания турбулентного контента обычно требуют задания линейного и временного масштабов турбулентности. Следует отметить, что такие модели турбулентности являются наиболее представительной группой дифференциальных моделей турбулентности, и среди них самыми популярными являются модели k - ε и k - ω типа (см. напр.[71]).

Многолетний опыт эксплуатации k - ε моделей показал, что они обладают серьезными недостатками, связанными, прежде всего, с трудностью описания процессов переноса турбулентных характеристик в непосредственной близости от твердых стенок (в области вязкого подслоя и переходной области), исправление которых требует использования демпфирующих множителей или пристенных функций. Кроме того, модели данного типа испытывают серьезные трудности при описании пристенных течений с неблагоприятным градиентом давления и отрывом потока (см. напр. [72–75]).

Что касается k - ω моделей, то они позволяют проводить сквозной (вплоть до стенки) расчет пристенных течений без использования пристенных функций или введения специальных низкорейнольдсовых поправок. Именно благодаря этому с их помощью удается достаточно точно рассчитывать характеристики предотрывных и отрывных течений [75], представляющих наибольшие трудности для k - ε моделей.

За последние 40 лет было предложено большое количество модификаций k - ω модели (см. напр. [74–80]). Однако без принятия специальных мер, такие модели оказываются чрезвычайно чувствительными к параметрам турбулентности во внешнем потоке, значения которых требуются для постановки соответствующих граничных условий. Так, в зависимости от используемых граничных условий,

степень расширения плоских свободно сдвиговых течений, рассчитанная с помощью модели [74], может изменяться в 1.5 раза, а степень расширения круглой струи – в 5 раз (отметим, что k - ε модель свободна от этого недостатка).

Для устранения данного дефекта в правую часть уравнения переноса ω необходимо включить так называемый перекрестный диффузионный член (в англоязычной литературе cross-diffusion term) (см. напр. [71]), что и было сделано в работах [81,82], где была предложена модель переноса сдвиговых напряжений (Shear Stress Transport или SST). Данная модель сочетает в себе сильные стороны k - ε и k - ω моделей, заключающиеся в том, что модели k - ε типа лучше описывают свойства свободно сдвиговых течений, а модели k - ω типа имеют заметное преимущество при описании турбулентных течений вблизи твердых стенок. Для достижения этого k - ε модель переформулировалась в терминах k и ω , после чего в полученные уравнения была введена эмпирическая функция, обеспечивающая плавный переход от k - ω модели в пристенной части пограничного слоя и к k - ε модели вдали от твердых стенок. Следует отметить, что в этом случае перекрестный диффузионный член автоматически появляется в уравнении переноса ω вдали от твердых стенок, и модель оказывается свободной от повышенной чувствительности к граничным условиям во внешнем потоке.

Второй важный шаг, предложенный в работе [82], состоял в видоизменении стандартной связи между k , ω и турбулентной вязкостью ν_t . Так, в эту связь был введен специальный ограничитель, обеспечивающий переход к формуле Брэдшоу [83], согласно которой турбулентное напряжение трения пропорционально кинетической энергии турбулентности. Следует отметить, что на сегодняшний день модель SST считается лучшей среди моделей k - ω типа и хорошо зарекомендовала себя за почти 20-летнюю историю применения (см. напр. [84–90]).

Таким образом, с учетом всего вышесказанного можно сделать вывод о том, что для моделирования турбулентности в RANS подобласти в рамках зонных RANS-LES подходов лучше всего подходит SST модель, которая сочетает в себе

относительную простоту и надежность, с одной стороны, и достаточную для создания искусственной турбулентности информативность с другой.

1.3 Моделирование турбулентности в LES подобласти

При расчете пристенных турбулентных течений при высоких числах Рейнольдса в рамках зонных RANS-LES подходов, из-за малости размеров энергонесущих вихрей вблизи стенки, использование в LES подобласти «полного» (с разрешением вплоть до стеки) LES до сих пор оказывается за пределами возможностей современных компьютеров. Следует отметить, что в этом случае основные вычислительные затраты приходятся на сравнительно тонкий присоединенный пограничный слой (обычно менее 10% всей расчетной области), течение в котором в большинстве случаев может быть описано с достаточной для практических расчетов точностью в рамках RANS подходов. Поэтому в настоящее время при расчетах турбулентных течений, как с использованием LES подходов во всей расчетной области, так и при использовании зонных RANS-LES подходов, используются гибридные методы, в которых вдали от стенки течение описывается при помощи какого-либо вихреразрешающего подхода, а для описания течения в пристенной области используются либо пристенные функции, либо RANS подход. В зависимости от типа течения, для которого первоначально создавались гибридные методы, их можно разделить на подходы для расчета турбулентных течений с массиванным отрывом (раздел 1.3.1) и на подходы для расчета присоединенных турбулентных течений (раздел 1.3.2).

1.3.1 Методы расчета турбулентных течений с массиванным отрывом

Классическим примером турбулентных течений с массиванным отрывом, является обтекание плохообтекаемых тел. Для таких течений характерным является наличие глобальной неустойчивости, за счет которой происходит формирование турбулентных пульсаций вниз по течению от обтекаемого тела. В этом случае оказывается, что турбулентность в присоединенном пограничном

слое имеет лишь незначительное влияние на характеристики турбулентности в отрывной области.

Среди существующих вихреразрешающих подходов для моделирования таких течений можно выделить URANS модели второго поколения (см. напр. [1,2]) и гибридные RANS-LES подходы (см. напр. [1,2,91–93]), к которым относятся метод очень крупных вихрей и метод отсоединенных вихрей.

URANS модели второго поколения

Как отмечается в работе [1], в RANS моделях турбулентная вязкость вычисляется на основе физических масштабов турбулентности, которые обычно не зависят от используемой в расчете сетки. С другой стороны в LES моделях турбулентная вязкость явным или неявным образом зависит от подсеточного масштаба длины, при этом в таких моделях ее средний уровень обычно оказывается существенно ниже, чем в RANS моделях. В последнее время появились подходы к моделированию турбулентности, которые при наличии в расчетной области разрешенных турбулентных пульсаций способны уменьшать турбулентную вязкость до характерного для LES моделей уровня без явного использования подсеточного масштаба длины. Эта особенность отличает URANS модели второго поколения как от стандартных URANS подходов, так и от LES подходов (см. напр. [1,2]). Среди существующих URANS моделей второго поколения можно выделить полу-детерминистский подход, метод частично-осредненных уравнений Навье-Стокса, метод адаптируемых масштабов и разрешающий турбулентность RANS подход.

Полу-детерминистский метод (Semi-Deterministic Method или SDM) был предложен в работах [94,95], и может быть также найден в литературе под названием метода организованных вихрей (Organized Eddy Simulation или OES) [96]. Идея полу-детерминистского подхода заключается в разбиении энергетического спектра на дискретную (когерентную) часть, соответствующую явно выраженным пикам в частотном спектре, и непрерывную (некогерентную) часть, соответствующую хаотическому или некогерентному движению. Для нахождения когерентной части в работах [94,95] было предложено использовать

осредненные по фазе уравнения Навье-Стокса (см. напр. [97]), а некогерентная часть находилась путем решения уравнений Рейнольдса.

Следует отметить, что хотя форма осредненных по фазе уравнений Навье-Стокса формально подобна нестационарным уравнениям Рейнольдса, масштабы длины и времени для этих уравнений оказываются различными. Так, в URANS подходе кинетическая энергия турбулентности моделируется во всем диапазоне волновых чисел, а в SDM подходе она складывается из кинетической энергии когерентного движения и модельной кинетической энергии некогерентного движения. Поскольку полная кинетическая энергия турбулентности должна совпадать в обоих подходах, модельная энергия SDM подхода должна быть меньше модельной энергии URANS подхода. Вследствие этого турбулентная вязкость SDM подхода также должна быть меньше турбулентной вязкости URANS подхода.

В работах [94,95] для построения SDM подхода было предложено уменьшить значение константы C_μ , тем самым, уменьшая турбулентную вязкость. В частности, для течения в канале с обратным уступом было получено значение константы $C_\mu=0.05$. В работе [98] SDM подход использовался для расчета плоского слоя смешения при различных числах Маха, при этом в работе проводились расчеты как со стандартным значением $C_\mu=0.09$, так и со значением $C_\mu=0.05$. В работе [96] OES подход применялся для расчета обтекания крылового профиля NACA0012 при угле атаки 20° , при этом для получения хороших результатов потребовалось значение $C_\mu=0.02$. Таким образом, во всех вышеупомянутых работах значение константы C_μ выбиралось в пределах от 0.02 до 0.05.

Следует отметить, что значение константы $C_\mu=0.09$ связано с константой Кармана и определяет наклон логарифмического профиля скорости (см. напр. [71]), а ее изменение приводит к неверному решению вблизи стенки. Поэтому в работе [99] было предложено использовать значение $C_\mu=0.09$ в присоединенном пограничном слое и значение $C_\mu=0.02$ в зоне отрыва, для расчета течения в осесимметричной донной области, а в работе [100] аналогичный метод

использовался для расчета течения за соплом ракеты, при этом в обеих работах были получены хорошие результаты.

Метод частично-осредненных уравнений Навье-Стокса (Partially Averaged Navier-Stokes или PANS) был предложен в работе [101,102]. Идея данного метода заключается в выборе количества разрешаемых турбулентных пульсаций перед началом расчета. Для этого в исходной RANS модели предлагалось демпфировать часть слагаемых, при этом полученные таким образом уравнения формально оказывались идентичными первоначальным RANS уравнениям, но с модифицированными значениями констант. Выбор значения констант модели турбулентности определялся пользователем перед началом расчета, при этом одно и то же демпфирующее соотношение использовалось во всей области. Критерий выбора такого соотношения в работах [101,102] не был указан, что делало затруднительным использование данного подхода для расчета сложных течений.

В работах [101,102] были приведены результаты расчетов течения в каверне с движущейся крышкой и обтекания цилиндра, при этом детального количественного анализа результатов расчетов не проводилось. В работах [103,104] предлагалось использовать данный подход в рамках зонного RANS-LES подхода, а также предложена низкорейнольдсовая версия PANS подхода. Для всех рассмотренных задач (течение в плоском канале, вырождение однородной изотропной турбулентности во времени, течение в канале с холмообразным сужением и течение на пластине с выпуклостью) были получены удовлетворительные результаты.

Метод адаптируемых масштабов (Scale Adaptive Simulation или SAS) [105–108] основывается на введении в уравнения для турбулентных характеристик дополнительного слагаемого (см. напр. [97,109]), которое в случае наличия в течении турбулентного контента приводит к уменьшению значения турбулентной вязкости до уровня, характерного для LES подхода. В работах [105–108] величина данного слагаемого зависела только от отношения первой и второй производных скорости, а шаг сетки использовался лишь в качестве численного ограничителя.

Модель SAS и ее последующие модификации применялись для расчета большого количества разнообразных течений, начиная от вырождения изотропной турбулентности [110], и заканчивая турбулентными течениями с теплообменом [111] и химическими реакциями [112]. В работах [110,113] была предложена версия SAS модели для $k-\omega$ модели, и с ее помощью было рассчитано обтекание цилиндра. В работе [114] была предложена модификация SAS модели, построенная на $k-\varepsilon$ модели. В работе [115] SAS модель использовалась для расчета развитого течения в канале, течения в асимметричном диффузоре и обтекание трехмерной выпуклости на пластине, при этом были получены хорошие результаты.

Следует отметить, что при отсутствии в течение механизмов естественной неустойчивости, например, для течений в каналах и трубах, полученное при помощи SAS подхода решение оказывается стационарным. Поэтому, в работе [116] была предложена модификация SAS подхода с использованием объемного источника турбулентных пульсаций, основанная на методах [37,38], и были получены приемлемые результаты для задачи о вырождении однородной изотропной турбулентности во времени, течения в плоском канале и течения в канале с обратным уступом.

Разрешающий турбулентность RANS подход (TRRANS или Turbulence Resolving RANS) [117] основывается на незначительной модификации $k-\omega$ модели, заключающейся во введении множителя для диссипативного члена в уравнение для k , основанного на отношении первых производных скорости. В работе [117] данный множитель был сконструирован таким образом, что в тонком сдвиговом слое и внутри вихря TRRANS подход являлся идентичным RANS подходу, а в случае сдвигового течения такой множитель увеличивал диссипацию кинетической энергии турбулентности, что приводило к уменьшению турбулентной вязкости. Константа модели калибровалась на течении о вырождении однородной изотропной турбулентности [118,119]. С использованием TRRANS подхода в работе [117] были проведены расчеты обтекания крылового профиля NACA0012 при угле атаки 45° , обтекания

цилиндра и течения в канале с обратным уступом, при этом полученные результаты оказались достаточно близкими к результатам DES подхода и превосходили по точности результаты URANS подхода.

Как уже отмечалось выше, важной особенностью всех URANS моделей второго поколения является способность работать в «LES режиме» без использования подсеточного масштаба длины, а базируясь исключительно на наличии или отсутствии турбулентного контента, что представляет потенциальные преимущества в случае применения таких моделей для решения инженерных задач. С другой стороны, такой подход приводит к тому, что SAS и TRRANS не поддерживают нестационарное решение для течения в канале с обратным уступом или в присоединенных турбулентных течениях даже на очень мелких сетках. Поэтому использование URANS моделей второго поколения в рамках зонных RANS-LES подходов при расчете пристенных турбулентных течений кажется нецелесообразным.

Метод очень крупных вихрей

Метод очень крупных вихрей (Very Large Eddy Simulation или VLES) был впервые предложен в работах [120,121] и с незначительными модификациями использовался в работах [122–127]. Следует отметить, что термин метод очень крупных вихрей в литературе часто используется для описания совершенно разных подходов, начиная от URANS и заканчивая LES, однако исторически данный термин был введен именно для гибридных RANS-LES подходов и поэтому будет использоваться в настоящей работе именно в этом значении.

Идея метода очень крупных вихрей заключается в совместном использовании RANS и DNS подходов путем демпфирования напряжений Рейнольдса (или турбулентной вязкости) в тех областях, где шаг сетки близок к колмогоровскому масштабу длины.

Следует отметить, что даже обеспечение надлежащих предельных свойств (DNS и RANS) не гарантирует, что данный подход переходит в LES подход в промежуточных режимах, поскольку демпфирующая функция уменьшает RANS

напряжения только в областях, где шаг сетки сравним с колмогоровским масштабом длины.

Кроме того, при устремлении числа Рейнольдса к бесконечности оказывается, что DNS подход не активируется даже на самых мелких сетках и измельчение шага сетки не оказывает влияния на напряжения Рейнольдса. Поэтому, в работе [128] была предложена модификация метода очень крупных вихрей, в которой демпфирующая функция зависела не только от отношения шага сетки к колмогоровскому масштабу длины, но также и от отношения к масштабу длины RANS модели, что позволяло решить проблему слабой зависимости демпфирующей функции от шага сетки при больших числах Рейнольдса.

В течение последних лет метод очень крупных вихрей применялся для решения различных задач (см. напр. [122–127,129]). В частности оказалось, что данный метод обладает хорошей точностью предсказания течений с массиванным отрывом. С другой стороны, в литературе отсутствует какая-либо информация о применении данного метода для расчета присоединенных турбулентных течений (например, для течений в каналах или трубах) и поэтому применение данного метода в рамках зонных RANS-LES подходов не является обоснованным.

Метод отсоединенных вихрей

Метод отсоединенных вихрей (Detached Eddy Simulation или DES) был создан для расчета течений с массиванным отрывом при больших числах Рейнольдса. В работе [130] приведено следующее определение данному методу: «метод отсоединенных вихрей является трехмерным нестационарным численным решением с использованием одной модели турбулентности во всей расчетной области, которая действует как подсеточная модель в областях, где сетка является достаточной для проведения LES расчета, и как RANS модель в областях, где сетка является недостаточной».

В работе [131] была предложена первая формулировка DES подхода, основанная на модели Спаларта-Аллмараса (Spalart Allmaras или SA) [132], в которой предлагалось заменить расстояние до стенки на гибридный масштаб

длины. Благодаря использованию такого гибридного масштаба, вблизи от стенки использовалась RANS модель, и формулировка DES подхода оказывалась идентичной SA модели, а вдали от стенки использовалась LES модель.

В работе [131] было показано, что в условии локального равновесия турбулентности (т.е. равенства генерации и диссипации в подсеточной версии модели турбулентности) DES подход эквивалентен модели Смагоринского [133], при этом константа SA-DES подхода связана с константой Смагоринского, и ее калибровка была произведена в работе [130] на задаче о вырождении однородной изотропной турбулентности.

Благодаря исключительной простоте реализации DES и открываемой им принципиальной возможности достаточно точного расчета широкого круга сложных отрывных турбулентных течений, этот метод быстро получил широкое распространение, и с его помощью было успешно выполнено большое количество расчетов самых разнообразных течений различными научными группами во всем мире. Так, полученные в работах [130,134–137] результаты продемонстрировали существенное превосходство первоначальной формулировки DES подхода над URANS подходом в течениях с массивованным отрывом. Хорошие результаты с использованием DES подхода были получены для расчета каверн при различных числах Маха [138–142], автомобилей [143–147], самолетов [148–153], активного контроля отрыва [154,155], космических ракет [156,157], кавитации в струях [158], обтекания зданий [159] и аэродинамического шума [160,161]. Кроме того, исследование DES подхода проводилось в рамках специальных Европейских проектов (FLOMANIA [134], DESider [162]). Все это позволило накопить большой объем информации обо всех аспектах данного метода, включая его достоинства, недостатки и вычислительные особенности.

Как уже отмечалось выше, в работе [131] первоначальная версия DES подхода была построена на основе SA модели, в которой в качестве линейного масштаба турбулентности вместо расстояния до стенки использовался гибридный масштаб длины. Впоследствии в работе [137] было показано, что DES подход также может быть построен на основе любой другой RANS модели. Следует отметить, что в

отличие от SA модели, в которой линейный масштаб турбулентности можно выбрать единственным образом, для большинства RANS моделей выбор линейного масштаба турбулентности зачастую оказывается неоднозначным, поскольку он может в явном или неявном виде входить в различные слагаемые уравнений переноса турбулентных характеристик или в выражение для турбулентной вязкости. Поэтому, для построения DES подхода на основе таких RANS моделей в работе [137] было предложено выбирать линейный масштаб турбулентности таким образом, чтобы в результате его замены на гибридный масштаб длины полученная модель переходила в модель Смагоринского в случае локального равновесия турбулентности. В частности, для получения формулировки DES подхода на основе модели переноса сдвиговых напряжений (SST) [105] в работе [137] было предложено заменить линейный масштаб турбулентности в диссипативном слагаемом уравнения переноса кинетической энергии турбулентности по аналогии с SA-DES [131]. Калибровка значения константы SST-DES подхода была проведена на задаче о вырождении однородной изотропной турбулентности отдельно для k - ε и k - ω ветвей SST модели.

Следует отметить, что предложенный в работе [137] способ построения DES подхода не является единственно возможным, и в работах [163–172] были предложены и альтернативные способы построения DES подхода.

Так, в работах [163–165] формулировка DES подхода была получена на основе теории ренормализованных групп.

В работах [166–170] при построении формулировки DES подхода было предложено заменять линейный масштаб турбулентности не только в диссипативном слагаемом уравнения переноса кинетической энергии турбулентности, но и в выражении для турбулентной вязкости, а в работах [171,172] данный масштаб заменялся только в выражении для турбулентной вязкости. Следует отметить, что в LES режиме формулировка DES подхода, предложенная в работах [166,167], оказывалась идентичной LES модели с одним дифференциальным уравнением [173].

Специфической особенностью модели, предложенной в работе [166], являлась зависимость подсеточного масштаба длины от шага по времени, однако свойства такого подсеточного масштаба длины не были исследованы в этой работе надлежащим образом. Для модели, предложенной в работе [167], отличительной чертой являлось то, что подсеточный масштаб длины задавался фиксированным и выбирался пользователем перед началом расчета.

В работах [168–170] была предложена формулировка DES подхода, в которой линейный масштаб турбулентности представлялся в виде взвешенной суммы RANS и LES масштабов с использованием функции F_2 модели SST. В работе [170] были рассмотрены разные сшивающие функции с явной и неявной зависимостью от шага сетки и от расстояния до стенки, однако тесты не выявили превосходство какой-либо из функций.

Следует отметить, что такие альтернативные формулировки DES подхода не получили широкого распространения при расчете турбулентных течений по двум причинам. Во-первых, результаты, полученные с их помощью, не превосходили по точности с результатами, полученными при помощи первоначальной формулировки DES подхода. Во-вторых, круг задач, на которых производилось тестирование таких моделей, был существенно уже, чем для первоначальной формулировки DES подхода, и поэтому на основе представленных результатов было затруднительно сделать однозначный вывод о достоинствах и недостатках таких моделей.

Как уже отмечалось выше, для правильной работы DES подхода необходимо, чтобы весь пограничный слой описывался в RANS режиме. Однако первоначальная формулировка DES подхода гарантирует выполнение этого требования лишь при условии, что максимальные шаги сетки в направлениях параллельных стенке оказываются больше, чем толщина пограничного слоя. Такие сетки являются типичными для RANS расчетов обтекания тел и, как правило, позволяют получить сошедшиеся (практически не изменяющиеся при дальнейшем измельчении сетки) решения. Однако в некоторых случаях, например, вследствие локальных особенностей формы обтекаемой поверхности

для получения точного решения RANS требуется уменьшение шага сетки, что приводит к тому, что шаг сетки становится меньше толщины пограничного слоя. При использовании DES подхода на таких «неопределенных» сетках переключение из RANS в LES режим происходит внутри присоединенного пограничного слоя, однако при этом расчетная сетка оказывается недостаточной для проведения LES расчета. В результате, модельная часть турбулентных напряжений занижается, а их разрешенная часть оказывается недостаточной для компенсации этого эффекта, что приводит к существенному снижению точности расчета.

Данное явление действительно наблюдалось в работе [174] и было названо «истощением модельных напряжений» (Modeled Stress Depletion или MSD). При наличии неблагоприятного градиента давления явление MSD может привести к возникновению ложного отрыва пограничного слоя, что и было обнаружено в работе [108] для крылового профиля с маленькой отрывной зоной вблизи задней кромки, и данному явлению было дано название «индуцированный сеткой отрыв» (Grid Induced Separation или GIS). Следует отметить, такая чрезмерная чувствительность к шагу сетки приводит к непрактичным ограничениям при ее построении, поскольку во многих случаях оказывается невозможным гарантировать достаточную грубость сетки в направлении параллельном стенке.

Для решения данной проблемы в работе [175] было предложено использование зонного DES подхода, в котором вне зависимости от используемой сетки присоединенный пограничный слой рассчитывался при помощи RANS подхода. Такой подход использовался для расчета обтекания трехэлементного крылового профиля [175], для исследования явления бафтинга при трансзвуковом закритическом обтекании крыла [176], для расчета сверхзвукового течения в донной области [177], а также для расчета нерасчетных течений в соплах [178]. Основная сложность при применении зонного DES подхода заключается в том, что пользователю необходимо перед началом расчета выделить области, содержащие присоединенных пограничных слой, что может вызвать существенные затруднения при расчете сложных турбулентных течений.

Другой способ решения проблемы MSD был предложен в работах [105,174], где в формулировку масштаба длины DES подхода было предложено включить функцию, зависящую от решения и предотвращающую переключение в LES режим внутри присоединенного пограничного слоя. Впервые такая «защитная» функция, основанная на функции F_2 модели SST, была предложена в работе [105]. Позже аналогичная функция, но имеющая более широкое применение, была предложена в работе [174], а полученная с ее помощью формулировка DES подхода была названа «задержанным» DES подходом (Delayed DES или DDES). Было показано, что DDES эффективно защищал пограничный слой вне зависимости от разрешения сетки, существенно улучшая работоспособность метода на «неопределенных» сетках.

Дальнейшее развитие DDES подхода было связано с модификацией защитной функции для использования с SST моделью, предложенной в работах [179–181], где было показано, что константы защитной функции, изначально откалиброванные для модели SA, в случае применения с моделью SST приводят к недостаточной защите пограничного слоя от GIS и MSD. Поэтому в работах [179–181] была предложена и протестирована модифицированная «защитная» функция для SST-DDES подхода, позволявшая надлежащим образом защитить пограничный слой от явления MSD.

Таким образом, как следует из приведенного в данном разделе обзора, DES и DDES подходы являются мощным инструментом для решения инженерных задач с массивным отрывом. Однако при расчете присоединенных турбулентных течений данные подходы оказываются неточными (см. напр. [182]), и поэтому их применение в рамках зонных RANS-LES подходов также не является обоснованным.

1.3.2 Методы расчета присоединенных турбулентных течений

Специфика присоединенных турбулентных течений (например, течение в пограничном слое или в круглой трубе) состоит в отсутствии естественного механизма неустойчивости, характерного для течений с массивным отрывом. Следствием этого является неспособность методов, разработанных для отрывных

течений (см. раздел 1.3.1), правильно предсказывать характеристики присоединенных течений (см. напр. [1,2,91,92,182–184]).

Так, решение, полученное при помощи URANS моделей второго поколения, при отсутствии в течение механизмов возникновения естественной неустойчивости оказывается стационарным.

Характерным недостатком гибридных RANS-LES подходов является возникновение рассогласования профиля скорости на логарифмическом участке (в англоязычной литературе Log-Layer Mismatch или LLM) (см. напр. [182–192]). Это связано с тем, что вблизи RANS-LES интерфейса происходит уменьшение модельных напряжений, которое не сопровождается соответствующим увеличением разрешенных напряжений из-за недостатка мелкомасштабной турбулентности в этой области. В результате полные (модельные и разрешенные) напряжения оказываются заниженными, что приводит к увеличению градиента скорости вблизи RANS-LES интерфейса и возникновению переходной области, в которой наклон логарифмического профиля оказывается завышенным. Поэтому, хотя логарифмический профиль в LES области имеет правильный наклон, его сдвиг оказывается большим по сравнению с RANS областью, что может приводить к ошибке в определении коэффициента трения достигающей 15% [182].

Все это привело к созданию специальных подходов, ориентированных на расчет присоединенных турбулентных течений (см. напр. [91,92,193–196]). Среди них можно выделить метод крупных вихрей с приближенной постановкой граничных условий на стенке и метод крупных вихрей с пристеночным RANS моделированием (Wall Modeled LES или WMLES).

Метод крупных вихрей с приближенной постановкой граничных условий на стенке

Впервые метод крупных вихрей с приближенной постановкой граничных условий на стенке был предложен в работах [197,198], где проводился LES расчет развитого течения в канале с использованием равновесных пристенных функций. В предложенном в этих работах методе, информация из LES области

использовалась для определения трения на стенке, на основе которого формулировались граничные условия для LES области.

Впоследствии, данный подход получил развитие в работах [198–206].

Так, в работе [199] равновесные пристенные функции использовались для связи теплового потока на стенке с турбулентным теплопереносом.

В работе [200] использовалась модификация подхода [197], в которой учитывался наклон вытянутых структур в пристенной области, что приводило к улучшению результатов по сравнению с первоначальной формулировкой.

В работе [201] аналогичный подход использовался для расчета развитого течения в канале при различных числах Рейнольдса, при этом результаты расчетов хорошо согласовывались с экспериментальными данными и данными DNS.

В работе [202] для определения напряжений трения использовался степенной закон стенки, соединенный с линейным профилем около стенки.

В работе [203] было выведено аналитическое выражение для напряжений трения, при этом полученные для течения в канале результаты хорошо согласовались с результатами разрешенного до стенки LES.

В работе [204] аналогичный подход использовался для расчета обтекания задней кромки крыла, при этом полученные результаты хорошо согласовывались с разрешенным до стенки LES в области нулевого или благоприятного градиента давления, однако в области неблагоприятного градиента давления течение предсказывалось неточно.

Следует отметить, что применение методов, основанных на равновесных пристенных функциях, является обоснованным только для геометрически простых течений, в которых напряжения трения могут быть вычислены на основе закона стенки, а их применение к более сложным течениям приводит к значительным погрешностям.

Принципиально другой подход к приближенной постановке граничных условий был предложен в работах [207,208], где было предложено использовать двуслойные модели (Two-Layer Model или TLM). Идея таких моделей

заключается в решении одномерных уравнений Рейнольдса на измельченной по нормали к стенке сетке в пристенных ячейках. Полученные в результате решения компоненты тензора напряжений используются затем для постановки граничных условий на стенке для внешней LES области. Следует отметить, что вычислительные затраты, необходимые для данного метода, оказываются лишь незначительно выше, чем при использовании равновесных пристенных функций, что связано с тем что пристенная область занимает лишь незначительную часть всего расчета, а решаемые в ней уравнения являются одномерными.

В работе [209] с использованием двухслойной модели был проведен расчет крылового профиля с отрывом вблизи задней кромки. Полученные результаты не превосходили тех, которые были получены с использованием пристенных функций в работе [204], при этом коэффициент трения оказывался завышенным даже в области присоединенного течения.

В работах [210,211] двухслойная модель применялась для расчета течения в канале с обратным уступом, и были получены хорошие результаты, при этом в работе [210] было показано, что результаты расчетов слабо зависят от используемой в пристенной области модели турбулентности.

В работе [208] двухслойная модель использовалась для расчета развитого течения в канале при различных числах Рейнольдса ($Re_{\tau}=200 \div 2000$), при этом полученные результаты хорошо согласовались с результатами разрешенного до стенки LES расчета и результатами, полученными с использованием равновесных пристенных функций.

Существенное улучшение результатов по сравнению с равновесными пристенными функциями было получено в работе [208], где производился расчет с использованием двухслойных моделей развитого течения в квадратном канале и течения в канале с вращением. Так, для течения в канале квадратного сечения закон стенки обычно имеет более сложный вид (см. напр. [97]). Поэтому использование подхода, основанного на равновесных пристенных функциях, приводило к значительным погрешностям, при этом с использованием двухслойной модели были получены хорошие результаты. Во вращающемся

канале в случае использования равновесных пристенных функций оказывалось невозможным получить сошедшееся решение из-за численной неустойчивости, в то время как при использовании двуслойной модели результаты расчетов хорошо согласовывались как с данными DNS расчета, так и экспериментальными данными.

Основным недостатком метода крупных вихрей с приближенной постановкой граничных условий на стенке, является лежащее в его основе предположение о возможности статистического описания течения в пристенной области. Так, для выполнения этого требования шаги сетки в пристенных ячейках должны равняться приблизительно $\Delta x^+ \approx 1500$ в направлении течения и приблизительно $\Delta z^+ \approx 700$ в направлении поперек течения, и при этом центр пристенной ячейки должен располагаться на достаточном удалении от стенки ($\Delta y^+ > 50$).

В случае, когда расчетная сетка вблизи стенки является слишком подробной ($\Delta x^+ \approx 100-200$, $\Delta z^+ \approx 50-100$), статистическое рассмотрение, на котором основываются такие методы, не выполняется, что приводит к значительным погрешностям. Кроме того, использование сеток, являющихся достаточно грубыми в плоскости параллельной стенке ($\Delta x^+ > 1000$, $\Delta z^+ > 500$), но при этом слишком подробными в направлении по нормали к стенке ($\Delta y^+ < 50$), может также приводить к существенным ошибкам, поскольку присутствующие в пристенной области турбулентные структуры не могут быть разрешены на используемой сетке.

Следует отметить, что выполнение всех этих требований затруднительно для тонких пограничных слоев, поскольку для разрешения пограничного слоя требуется как минимум 10 ячеек по нормали к стенке [212]. Это приводит к тому, что первая ячейка автоматически находится слишком близко к стенке, и, как следствие, происходит снижение точности расчета. Таким образом, методы, использующие приближенную постановку граничных условий на стенке, оказываются неточными вблизи точки торможения и вблизи точки отрыва, что существенно сужает спектр задач, для которых возможно их применение.

Таким образом, метод крупных вихрей с приближенной постановкой граничных условий на стенке применим лишь к ограниченному числу сравнительно простых задач, и поэтому в рамках зонных RANS-LES подходов в настоящее время такие подходы практически не используются.

Метод крупных вихрей с пристеночным RANS моделированием

Построение гибридных RANS-LES подходов обычно основывается на формальном совпадении определяющих уравнений RANS и LES подходов. Однако поскольку в RANS области уравнения решаются относительно осредненных по времени величин, а в области LES – относительно отфильтрованных по пространству величин, вблизи RANS-LES интерфейса существует область, в которой определяющие уравнения не являются ни уравнениями RANS, ни уравнениями LES. Следует отметить, что в большинстве случаев при построении гибридных RANS-LES подходов данным различием пренебрегают, поскольку размер такой области обычно существенно меньше, чем размер всей расчетной области. Такой подход достаточно эффективен в случае, когда области RANS и LES не оказывают существенного влияния друг на друга, как это, например, происходит в течениях с массивным отрывом. Однако в случае применения таких подходов для расчета присоединенных турбулентных течений, где взаимное влияние RANS и LES областей оказывается существенным, возникает значительная ошибка вблизи RANS-LES интерфейса, что приводит к возникновению явления LLM, описанного выше.

Поэтому в настоящее время в литературе предложен целый ряд гибридных RANS-LES подходов (см. напр. [91,182,196]), называемых методом крупных вихрей с пристеночным RANS моделированием (Wall Modeled LES или WMLES), в которых для борьбы с явлением LLM принимаются специальные меры. В большинстве существующих WMLES подходов для предотвращения явления LLM вблизи RANS-LES интерфейса используется либо стохастический форсинг, либо дополнительная фильтрация, либо модификация турбулентной вязкости.

Стохастический форсинг использовался для исключения явления LLM в работах [186,187,213–216].

В работе [186] вблизи RANS-LES интерфейса в уравнения баланса импульса добавлялся объемный источник, позволявший создавать мелкомасштабные турбулентные структуры, при этом значения данного источника получалось из последовательности случайных чисел с гауссовой плотностью распределения вероятности. Несмотря на то, что такой метод показал свою эффективность в борьбе с явлением LLM, в нем требовалось выбирать значение амплитуды стохастического форсинга перед началом расчета, что затрудняет его практическое использование. Поэтому в работе [187] была предложена динамическая модификация метода [186] для автоматического определения амплитуды стохастического форсинга. Хотя в данной работе удалось полностью исключить явление LLM, среднеквадратическое отклонение величины стохастического форсинга достигало 80% среднеквадратичного отклонения скорости вблизи интерфейса, что вызывает вопросы о физической обоснованности такого подхода.

В работах [214–216] в уравнение баланса импульса добавлялся объемный источник, значение которого вычислялось на основе нестационарных турбулентных пульсаций скорости, которые либо искусственно создавались, либо брались из независимого DNS расчета. В работе [214] данный метод использовался для расчета плоского канала и плоского ассиметричного диффузора и было показано, что использование стохастического форсинга позволяло существенно улучшить результаты расчетов. Следует отметить, что основным недостатком подходов, использующих стохастический форсинг, является необходимость задания положения RANS-LES интерфейса перед началом расчета, что делает применение таких подходов затруднительным для расчета сложных турбулентных течений.

Использование дополнительной фильтрации на RANS-LES интерфейсе было предложено и теоритически обоснованно в работе [217], где был предложен гибридный RANS-LES фильтр, и с его помощью получены отфильтрованные уравнения баланса импульса, в которых появлялись дополнительные слагаемые из-за отсутствия коммутативности между таким гибридным фильтром и

пространственной производной. Следует отметить, что в большинстве гибридных RANS-LES подходов такими слагаемыми обычно пренебрегают, несмотря на то, что они могут вносить существенный вклад вблизи RANS-LES интерфейса.

Применение такого подхода в работах [218–220] действительно позволило получить хорошие результаты и явление LLM удалось практически полностью исключить. Аналогичный подход использовался в работах [188,189,221] для расчета течения в плоском канале с использованием различных гибридных RANS-LES подходов, при этом было показано, что при применении гибридного фильтра [217] явление LLM может быть полностью исключено.

Следует отметить, что применение методов, использующих дополнительную фильтрацию, в большинстве случаев ограничено сравнительно простыми течениями (течение в периодическом канале), поскольку в их формулировке используется осреднение по однородному направлению. Кроме того, также как и для методов использующих стохастический форсинг, для таких методов требуется задание положения RANS-LES интерфейса перед началом расчета, что также затрудняет их применения для расчета сложных турбулентных течений.

Использование модификации турбулентной вязкости вблизи RANS-LES интерфейса было предложено в работах [193,222–225].

В работах [193,224,225], предлагалось использовать нестационарные значения коэффициентов модели турбулентности, и с использованием данного метода были проведены расчеты ряда присоединенных и отрывных течений, при этом явление LLM удалось полностью исключить. Следует отметить, что, как и для методов использующих дополнительную фильтрацию на RANS-LES интерфейсе, данный подход требует наличия в исследуемом течении однородного направления для проведения осреднения, и поэтому его применение оказывается затруднительным для трехмерных течений.

В работах [222,223] был предложен другой подход, в котором для модификации турбулентной вязкости вблизи RANS-LES интерфейса использовался гибридный подсеточный масштаб длины. Основная причина, побудившая модифицировать подсеточный масштаб длины, заключалась в том,

что при проведении LES расчетов для однородных и сдвиговых турбулентных течений требовались существенно различающиеся значения констант подсеточной модели. Поэтому предложенный гибридный масштаб длины включал в себя не только локальные характеристики сетки, но и расстояние до стенки, в результате чего происходило существенное уменьшение турбулентной вязкости вблизи RANS-LES интерфейса, приводившее к возникновению мелкомасштабных турбулентных структур в этой области. [132].

В работах [222,223] такой гибридный подсеточный масштаб длины был использован в формулировке модели Смагоринского-Лилли [226] с пристеночным демпфированием. Полученная таким образом модель была протестирована для течения в канале и было показано, что использование гибридного подсеточного масштаба длины позволяла существенно улучшить результаты по сравнению с моделью Смагоринского-Лилли со стандартным подсеточным масштабом длины. Следует отметить, что использование пристеночного демпфирования, требуемого для возможности применения модели Смагоринского-Лилли при больших числах Рейнольдса, приводит к нелокальной формулировке модели, поскольку для вычисления демпфирующей функции требуется информация о динамической скорости на стенке, за счет чего использование данной модели для сложных течений оказывается невозможным.

Также в работах [222,223] с использованием такого гибридного подсеточного масштаба длины была предложена дифференциальная WMLES модель на основе модели Спаларта-Аллмараса (SA), при этом с ее помощью были получены очень хорошие результаты для большого количества течений и явление LLM удалось полностью исключить.

Кроме того, в работах [222,223] был предложен «усовершенствованный» DDES подход (Improved DDES или IDDES), формулировка которого объединяла формулировки SA-WMLES и SA-DDES подходов. Одной из основополагающих частей SA-IDDES подхода также являлся гибридный подсеточный масштаб длины, а остальные компоненты включали различные эмпирические функции для соединения SA-DDES и SA-WMLES подходов. Наконец, в работах [222,223] была

предложена модификация IDDES подхода, основанная на модели переноса сдвиговых напряжений (SST).

Основное отличие IDDES подхода от многих других WMLES моделей заключается в том, что его применение не ограничено только течением в канале или другими течениями с однородными направлениями, поскольку в формулировке модели используется только локальная информация, и для использования модели не требуется никаких дополнительных входных данных, таких как положение интерфейса или значения турбулентных пульсаций.

Поскольку IDDES подход является комбинацией WMLES и DDES подходов, он может применяться как для отрывных течений, так и для присоединенных турбулентных течений, что подтверждается его широким тестированием (см. напр. [62,63,92,179–181]).

Таким образом, среди существующих гибридных RANS-LES подходов IDDES подход является наиболее универсальным и лучше других подходит для применения в рамках зонных RANS-LES подходов. Поэтому, учитывая, что в RANS подобласти используется модель турбулентности SST, для использования в LES подобласти был выбран SST-IDDES подход.

2 Описание предложенного метода

Предлагаемый в настоящей работе метод базируется на совместном использовании идей методов ОИТ и ГСТ и поэтому в дальнейшем обозначается ОИТ-ГСТ.

Следует отметить, что ниже приведено описание метода применительно к течениям несжимаемой жидкости, поскольку в настоящей работе рассматриваются именно такие течения. Данный метод может быть легко обобщен на сжимаемые течения, однако в этом случае необходимо провести тестирование, аналогичное представленному в настоящей работе.

В данном методе в расчетной области выделяется три подобласти: RANS, ОИТ и LES (Рис. 2.1).

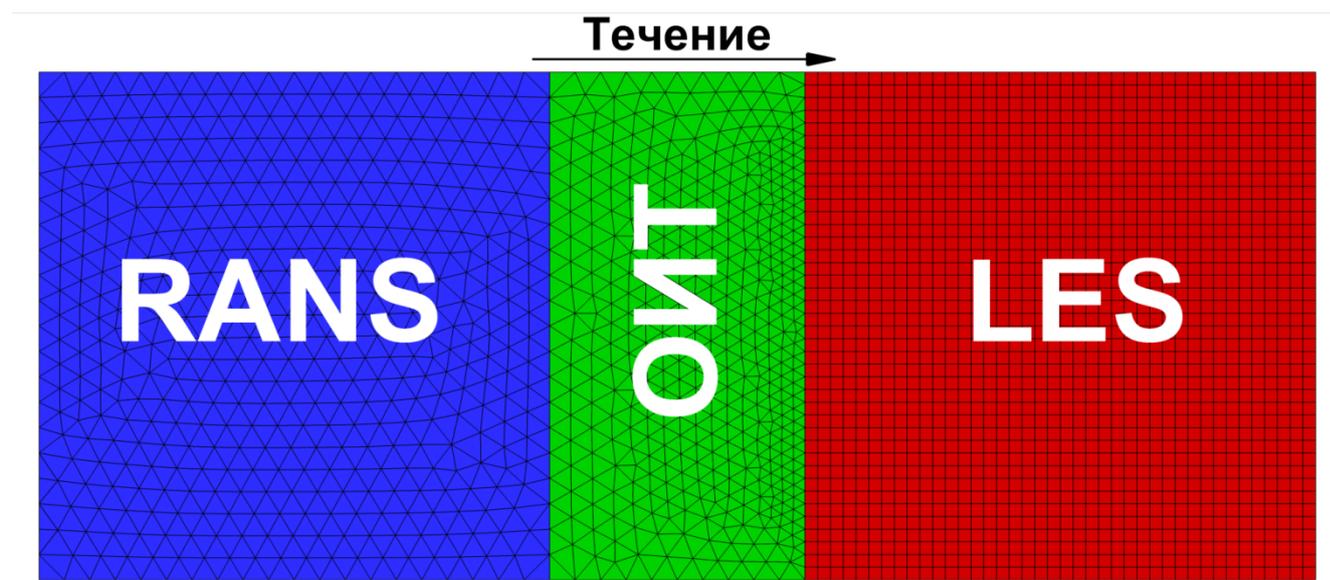


Рис. 2.1. Схема разделения расчетной области на подобласти в рамках ОИТ-ГСТ метода

Важной особенностью метода является то, что определяющие уравнения движения и баланса турбулентных характеристик решаются «насквозь» во всей расчетной области.

В предлагаемом методе уравнения баланса массы и импульса могут быть записаны в следующем общем виде:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot ((\mu + \mu_t) \nabla \mathbf{u}) + \rho \mathbf{S}_{OIT} \quad (2.1)$$

Здесь $\rho = const$ – постоянная плотность, \mathbf{u} – вектор скорости, p – давление, μ – коэффициент динамической вязкости, μ_t – турбулентная или подсеточная вязкость, \mathbf{S}_{OIT} – объемный источник импульса, отличный от нуля только в ОИТ подобласти (см. раздел 2.1).

В случае, когда в течении присутствует теплообмен (см. раздел 5.3) в дополнение к уравнениям баланса массы и импульса (2.1) используется уравнение баланса полной энтальпии, записываемое в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho H) - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} H) = \nabla \cdot \left(\left(\lambda + \frac{\mu_t C_p}{Pr_t} \right) \nabla T \right) - \nabla \cdot (\mathbf{u} p) + \nabla \cdot ((\mu + \mu_t) \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{u})$$

$$h = C_p T + \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}{2} \quad (2.2)$$

Здесь H – полная энтальпия, T – температура, C_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении, λ – коэффициент теплопроводности, $Pr_t = 0.9$ – турбулентное число Прандтля.

Для нахождения турбулентной или подсеточной вязкости μ_t , входящей в уравнения (2.1) и (2.2), используются следующие уравнения:

$$\mu_t = \rho \frac{a_1 \cdot k}{\max(a_1 \cdot \omega, F_2 \cdot S)}$$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} k) = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k] + P_k - \rho k^{3/2} / l_t + \rho S_{TKE} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \omega) = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla \omega] + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{\nabla k \cdot \nabla \omega}{\omega} + \alpha \frac{\rho}{\mu_t} P_k - \beta \rho \omega^2$$

Здесь k – кинетическая энергия турбулентности, ω – удельная скорость диссипация, l_t – линейный масштаб турбулентности, S_{TKE} – объемный источник кинетической энергии турбулентности, предназначенный для перевода модельной кинетической энергии турбулентности в подсеточную и отличный от нуля только на границе ОИТ и LES подобластей (см. раздел 2.1), а $F_1, F_2, P_k, a_1, C_\mu, \alpha, \beta, \sigma_k$ и σ_ω – функции и константы модели переноса сдвиговых напряжений (SST) [84].

Эмпирические «сшивающие» функции F_1 и F_2 , входящие в уравнения (2.3) записываются в виде:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \tanh(\arg_1^4), \quad \arg_1 = \min\left(\max\left(\frac{\sqrt{k}}{C_\mu \omega d_w}, \frac{500\nu}{d_w^2 \omega}\right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d_w^2}\right) \\
 F_2 &= \tanh(\arg_2^2), \quad \arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{C_\mu \omega d_w}, \frac{500\nu}{d_w^2 \omega}\right) \\
 CD_{k\omega} &= \max\left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{\nabla k \cdot \nabla \omega}{\omega}, 10^{-10}\right)
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

В уравнении (2.4) d_w – расстояние до ближайшей стенки, а ν – кинематическая вязкость. Для предотвращения избыточной генерации в отрывных областях генерационный член P_k , входящий в уравнения (2.3), записывается в виде:

$$P_k = \min(\mu_t S^2, 10 \cdot C_\mu \rho k \omega) \tag{2.5}$$

Значения констант α , β , σ_k и σ_ω вычисляются путем сшивки соответствующих констант для k - ω и k - ε веток модели в виде:

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \alpha_1 \cdot F_1 + \alpha_2 \cdot (1 - F_1) \\
 \beta &= \beta_1 \cdot F_1 + \beta_2 \cdot (1 - F_1) \\
 \sigma_k &= \sigma_{k1} \cdot F_1 + \sigma_{k2} \cdot (1 - F_1) \\
 \sigma_\omega &= \sigma_{\omega 1} \cdot F_1 + \sigma_{\omega 2} \cdot (1 - F_1)
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Значения констант модели приведены ниже:

$$\begin{aligned}
 C_\mu &= 0.09, a_1 = 0.31 \\
 \alpha_1 &= 5/9, \beta_1 = 0.075, \sigma_{k1} = 0.85, \sigma_{\omega 1} = 0.5 \\
 \alpha_2 &= 0.44, \beta_2 = 0.0828, \sigma_{k2} = 1, \sigma_{\omega 2} = 0.856
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Следует отметить, что хотя определяющие уравнения (2.1), (2.2) и (2.3) основываются на одном и том же наборе переменных и решаются «насквозь» во всей расчетной области, их физический смысл оказывается различным в RANS, ОИТ и LES подобластях, при этом величины объемных источников $S_{\text{ОИТ}}$ и S_{TKE} и линейного масштаба турбулентности l_t также определяются по-разному в каждой из подобластей.

Так, в RANS подобласти значения объемных источников $S_{\text{ОИТ}}$ и S_{TKE} равняется нулю, а линейный масштаб длины l_t определяется в виде:

$$l_t = \frac{\sqrt{k}}{C_\mu \omega} \quad (2.8)$$

В этом случае уравнения (2.1), (2.2) и (2.3) совпадают с уравнениями Рейнольдса, замкнутыми при помощи модели SST.

Физический смысл определяющих уравнений, используемых в ОИТ и LES подобластях, приведен ниже в разделах 2.1 и 2.2 соответственно.

2.1 Определяющие уравнения в ОИТ подобласти

В предлагаемом подходе в ОИТ подобласти используются уравнения Рейнольдса, замкнутые при помощи модели переноса сдвиговых напряжений (SST) [84], в которые добавлены дополнительные объемные источники импульса ($\mathbf{S}_{\text{ОИТ}}$) и кинетической энергии турбулентности (S_{TKE}), при этом значение линейного масштаба турбулентности l_t определяется также как и в RANS подобласти в соответствии с уравнением (2.8).

Назначением объемного источника $\mathbf{S}_{\text{ОИТ}}$ является создание турбулентного контента в ОИТ подобласти. Строгий вывод выражения для $\mathbf{S}_{\text{ОИТ}}$ получить, по-видимому, не представляется возможным, и поэтому в данном разделе приводится лишь общая идея, лежащая в его основе. Запишем осредненное по Рейнольдсу уравнение баланса импульса в виде:

$$\frac{\partial \langle \mathbf{u} \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot (\langle \mathbf{u} \rangle \langle \mathbf{u} \rangle) = \mathbf{R} \quad (2.9)$$

Здесь $\langle \mathbf{u} \rangle$ - осредненная по времени скорость, а символом \mathbf{R} обозначены слагаемые в правой части уравнений Рейнольдса (градиент давления, напряжения Рейнольдса, вязкие слагаемые).

Пусть известно поле средней скорости $\langle \mathbf{u} \rangle$, удовлетворяющее уравнению (2.9) и нестационарное поле турбулентных пульсаций \mathbf{u}' . Необходимо добавить к уравнениям Рейнольдса (2.9) такой нестационарный источник, чтобы решением полученных уравнений было бы поле скорости \mathbf{u} такое, чтобы его среднее значение равнялось $\langle \mathbf{u} \rangle$, а статистические характеристики совпадали со статистическими характеристиками \mathbf{u}' . Для этого запишем искомое поле скорости \mathbf{u} в виде:

$$\mathbf{u} = \langle \mathbf{u} \rangle + \mathbf{u}' \quad (2.10)$$

Подставим в уравнение (2.9) значение $\langle \mathbf{u} \rangle$ выраженное через \mathbf{u} и \mathbf{u}' :

$$\begin{cases} \langle \mathbf{u} \rangle = \mathbf{u} - \mathbf{u}' \\ \frac{\partial \langle \mathbf{u} \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot (\langle \mathbf{u} \rangle \langle \mathbf{u} \rangle) = \mathbf{R} \end{cases} \quad (2.11)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial (\mathbf{u} - \mathbf{u}')}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u} - \mathbf{u}'\mathbf{u} - \mathbf{u}\mathbf{u}' + \mathbf{u}'\mathbf{u}') = \mathbf{R}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = \mathbf{R} + \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}'\mathbf{u} + \mathbf{u}\mathbf{u}' - \mathbf{u}'\mathbf{u}')$$

Сравнивая полученное выражение в правой части последнего уравнения с исходным уравнением (2.9), искомый объемный источник может быть записан в виде:

$$\mathbf{S}_{\text{OIT}} = \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}'\mathbf{u} + \mathbf{u}\mathbf{u}' - \mathbf{u}'\mathbf{u}') \quad (2.12)$$

В предлагаемом методе \mathbf{u} берется из текущего решения в ОИТ подобласти, а \mathbf{u}' вычисляется при помощи метода ГСТ (см. Приложение А).

Следует отметить, что метод ГСТ использует локальные значения кинетической энергии турбулентности k и удельной скорости диссипации ω для вычисления турбулентных пульсаций \mathbf{u}' и использование объемного источника (2.12) может приводить к возникновению положительной обратной связи между входными параметрами метода ГСТ и решением в ОИТ подобласти. Действительно, добавление турбулентных пульсаций приводит к увеличению градиентов скорости и, как следствие, к увеличению генерации кинетической энергии турбулентности. Рост кинетической энергии турбулентности, являющейся входным параметром для метода ГСТ, в свою очередь приводит к увеличению амплитуды создаваемых турбулентных пульсаций. Таким образом, возникает положительная обратная связь, приводящая к неустойчивости вычислительного алгоритма.

В предлагаемом методе для исключения положительной обратной связи между полем \mathbf{u}' , созданным при помощи ГСТ, и решением уравнений в ОИТ подобласти, входные параметры метода ГСТ определяются не из текущего решения, а из предварительного RANS расчета во всей расчетной области. В результате,

создаваемые таким образом турбулентные пульсации \mathbf{u}' оказываются независимыми от текущего решения в ОИТ подобласти. Следует отметить, что применение такого подхода возможно только в том случае, когда течение в ОИТ подобласти близко к статистически стационарному. Однако данное требование не накладывает значительных ограничений на область применимости предлагаемого метода, поскольку выполняется для широкого класса течений и, в частности, для всех течений, рассматриваемых в диссертации¹.

Как уже отмечалось выше, в рамках предлагаемого подхода во всей расчетной области решаются уравнения переноса кинетической энергии турбулентности k и удельной скорости диссипации ω (см. уравнение (2.3)), но при этом их физический смысл различен в RANS и LES подобластях. Так, в RANS подобласти k определяет кинетическую энергию турбулентности во всем диапазоне волновых чисел и соответствует значению k_{RANS} (Рис. 2.2). В LES подобласти k определяет подсеточную величину кинетической энергии турбулентности k_{SGS} (Рис. 2.2) при значениях волновых чисел выше $2\pi/\Delta$ (Δ – связанная с расчетной сеткой ширина фильтра), при этом во всем остальном интервале волновых чисел кинетическая энергия турбулентности является разрешенной и соответствует значению k_{RES} (Рис. 2.2).

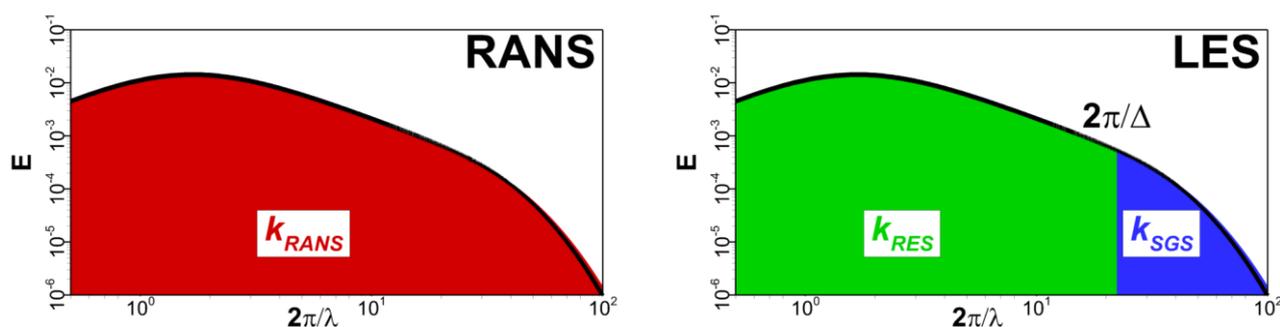


Рис. 2.2. Спектр кинетической энергии турбулентности для RANS и LES подходов

При использовании объемного источника турбулентности в ОИТ подобласти создаются турбулентные пульсации, соответствующие разрешенной кинетической энергии турбулентности k_{RES} . В случае отсутствия специальных мер

¹ Разработка метода подавления обратной связи, применимого для статистически нестационарных течений, является отдельной сложной задачей, выходящей за рамки настоящей работы.

в начале LES подобласти происходит завышение суммарной (модельной и разрешенной) величины кинетической энергии турбулентности, что приводит к завышению турбулентного переноса импульса и снижению точности расчета.

Поэтому для сохранения суммарного значения кинетической энергии на границе ОИТ и LES подобластей необходимо обеспечить уменьшение модельной кинетической энергии k_{RANS} до значения, соответствующего подсеточной кинетической энергии k_{SGS} , что достигается при помощи следующего объемного стока в уравнении переноса кинетической энергии турбулентности:

$$S_{TKE} = -\nabla \cdot (\mathbf{u} \max(0, k_{RANS} - k_{SGS})) \quad (2.13)$$

Величина k_{SGS} , входящая в (2.13), вычисляется при помощи алгебраической подсеточной модели Смагоринского:

$$k_{SGS} = \omega_{RANS} \cdot (C_{Smag} \Delta_{IDDES})^2 \cdot S, \quad C_{Smag} = 0.2 \quad (2.14)$$

Здесь C_{Smag} – значение константы Смагоринского, k_{RANS} и ω_{RANS} берутся из текущего решения на границе ОИТ и LES подобластей, а Δ_{IDDES} – линейный подсеточный масштаб турбулентности модели IDDES записываемы в виде:

$$\Delta_{IDDES} = \min(C_w \cdot \max(d_w, h_{\max}), h_{\max}), \quad C_w = 0.15 \quad (2.15)$$

Предварительные расчеты показали, что при отсутствии такого стока в уравнении баланса кинетической энергии турбулентности турбулентные пульсации, созданные в ОИТ подобласти, затухают вниз по потоку, приводя к увеличению длины переходного участка вначале LES подобласти и значительному снижению точности расчета в целом.

2.2 Определяющие уравнения в LES подобласти

В предлагаемом подходе в LES подобласти используется «усовершенствованный» метод крупных вихрей (Improved Delayed Detached Eddy Simulation или IDDES) [174,223], основанный на модели переноса сдвиговых напряжений (далее используется обозначение SST-IDDES). Как было показано в разделе 1.3.2, данный подход одинаково хорошо описывает как течения с массиванным отрывом, так и присоединенные турбулентные течения, и

поэтому хорошо подходит для использования в LES подобласти зонных RANS-LES подходов.

Как уже отмечалось в разделе 1.3.2, SST-IDDES подход является гибридным RANS-LES подходом, и поэтому физический смысл его определяющих уравнений различается в пристенной области и в области вдали от стенки. Так, в пристенной области определяющие уравнения являются уравнениями Рейнольдса, а в области вдали от стенки – отфильтрованными уравнениями Навье-Стокса, при этом вблизи RANS-LES интерфейса тип уравнений определить затруднительно (см. раздел 1.3.2).

В рамках SST-IDDES подхода объемные источники S_{OIT} и S_{TKE} в уравнениях (2.1) и (2.3) равны нулю, а линейный масштаб определяется следующим соотношением:

$$l_t = l_{IDDES} \quad (2.16)$$

Формулировка масштаба длины l_{IDDES} является ключевой в SST-IDDES подходе и приведена в последующих разделах.

2.2.1 Определение линейного масштаба турбулентности в первоначальной формулировке SST-IDDES подхода [174,223]

Как уже отмечалось в разделе 1.3.2, SST-IDDES подход объединяет в себе формулировки SST-WMLES и SST-DDES подходов. Основными компонентами SST-WMLES подхода являются гибридный подсеточный масштаб длины Δ_{IDDES} и «увеличивающая» функция f_e .

Гибридный подсеточный масштаб длины Δ_{IDDES} записывается в виде:

$$\Delta_{IDDES} = \min \left(\max \left(C_w d_w, C_w h_{\max}, h_{wn} \right), h_{\max} \right) \quad (2.17)$$

Здесь $C_w=0.15$ – эмпирическая константа, h_{\max} – максимальный шаг сетки, а h_{wn} – шаг сетки в направлении по нормали к стенке.

Увеличивающая функция f_e предназначена для обеспечения правильного решения на логарифмическом участке профиля скорости, является положительной и записывается в виде:

$$\begin{aligned}
f_e &= f_{e2} \cdot \max((f_{e1} - 1.0), 0.0) \\
f_{e1} &= \begin{cases} 2 \cdot \exp(-11.09 \cdot \alpha^2), & \alpha \geq 0 \\ 2 \cdot \exp(-9.0 \cdot \alpha^2), & \alpha < 0 \end{cases} \\
f_{e2} &= 1.0 - \max(f_t, f_l) \\
f_t &= \tanh((C_t^2 \cdot r_{dt})^3) \quad r_{dt} = \frac{v_t}{\kappa^2 d_w^2 \sqrt{0.5(S^2 + \Omega^2)}} \\
f_l &= \tanh((C_l^2 \cdot r_{dl})^{10}) \quad r_{dl} = \frac{v}{\kappa^2 d_w^2 \sqrt{0.5(S^2 + \Omega^2)}}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Здесь $\kappa=0.41$ – константа Кармана, а $C_l=5.0$ и $C_t=1.87$ – эмпирические константы.

Сшивку между RANS и LES масштабами длины в SST-WMLES подходе осуществляется при помощи гибридного масштаба длины l_{WMLES} с весовой функцией f_b в виде:

$$l_{WMLES} = f_b \cdot (1 + f_e) \cdot l_{RANS} + (1 - f_b) \cdot l_{LES} \quad l_{LES} = C_{DES} \cdot \Delta_{IDDES} \quad l_{RANS} = \frac{\sqrt{k}}{C_\mu \omega} \tag{2.19}$$

Здесь l_{RANS} и l_{LES} – масштабы длины RANS и LES моделей соответственно, f_b – эмпирическая сшивающая функция, а C_{DES} – константа SST-IDDES подхода, значение которой определяется в виде:

$$\begin{aligned}
C_{DES} &= C_{DES1} \cdot F_1 + C_{DES2} \cdot (1 - F_1) \\
C_{DES1} &= 0.78, \quad C_{DES2} = 0.61
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Здесь F_1 – функция SST модели, определяемая соотношением (2.4).

Сшивающая функция f_b , входящая в уравнение (2.19), устроена таким образом, чтобы вблизи стенки $f_b=1$ и $l_{WMLES}=l_{RANS}$, а вдали от стенки $f_b=0$ и $l_{WMLES}=l_{LES}$. Данная функция зависит только от параметров сетки и расстояния до стенки и записывается в виде:

$$f_b = \min(2 \exp(-9\alpha^2), 1.0) \quad \alpha = 0.25 - d_w / h_{\max} \tag{2.21}$$

Для объединения формулировок SST-WMLES и SST-DDES подходов в работе [223] был предложен модифицированный масштаб длины SST-DDES подхода в виде:

$$\begin{aligned}
\tilde{l}_{DDES} &= \tilde{f}_d \cdot l_{RANS} + (1 - \tilde{f}_d) \cdot l_{LES} \\
\tilde{f}_d &= \max\{(1 - f_{dt}), f_b\} \\
f_{dt} &= 1 - \tanh\left((C_{dt1} \cdot r_{dt})^{C_{dt2}}\right) \\
C_{dt1} &= 8 \quad C_{dt2} = 3
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Таким образом, с учетом уравнений (2.19) и (2.22) окончательная формулировка линейного масштаба SST-IDDES подхода может быть записана следующим образом:

$$l_{IDDES} = \tilde{f}_d \cdot (1 + f_e) \cdot l_{RANS} + (1 - \tilde{f}_d) \cdot l_{LES} \tag{2.23}$$

2.2.2 Определение линейного масштаба турбулентности в модифицированной формулировке SST-IDDES подхода

В настоящей работе предложена модификация SST-IDDES подхода, направленная на улучшение его работоспособности и упрощение его формулировки.

Первое изменение по сравнению с первоначальной формулировкой SST-IDDES подхода связано с гибридным подсеточным масштабом длины Δ_{IDDES} (2.17). В данный масштаб длины входит шаг сетки в направлении по нормали к стенке h_{wn} , определение которого является достаточно затруднительным на неструктурированных сетках.

Как уже отмечалось выше, использование h_{wn} в гибридном масштабе Δ_{IDDES} направлено на улучшение поведения SST-IDDES подхода на сетках с отношением шагов в направлении по нормали к стенке больше 1.15. Следует отметить, что такие сетки обычно неприемлемы для проведения WMLES расчетов [227], и поэтому в большинстве случаев данная ветвь гибридного масштаба Δ_{IDDES} не оказывает влияния на решение. Кроме того, можно показать, что даже в случае проведения расчетов на сетках с отношением шагов в направлении по нормали к стенке больше 1.15 данная ветвь гибридного масштаба Δ_{IDDES} имеет лишь незначительное влияние на решение. Поэтому в настоящей работе была предложена упрощенная форма масштаба Δ_{IDDES} в виде:

$$\Delta_{IDDES} = \min(C_w \cdot \max(d_w, h_{\max}), h_{\max}) \tag{2.24}$$

Еще одна модификация формулировки SST-IDDES подхода связана с «защитной» функцией f_{dt} . Константы данной функции калибровались в работе [228] на стационарном течении в пограничном слое на плоской пластине с использованием модели Спаларта-Аллмараса (SA). Однако можно показать (см. напр. [179–181]), что для SST-IDDES подхода защитная функция не обеспечивает такой же защиты пограничного слоя, как для SA-IDDES подхода. Это связано с тем, профили безразмерного критерия r_{dt} различаются в SA-IDDES и SST-IDDES подходах (Рис. 2.3), что приводит к тому, что защитная функция f_{dt} оказывается равной нулю в существенно более узкой области, чем защитная функция SA-IDDES подхода (Рис. 2.3). Поэтому для обеспечения достаточной защиты пограничного слоя необходима калибровка констант защитной функции SST-IDDES подхода².

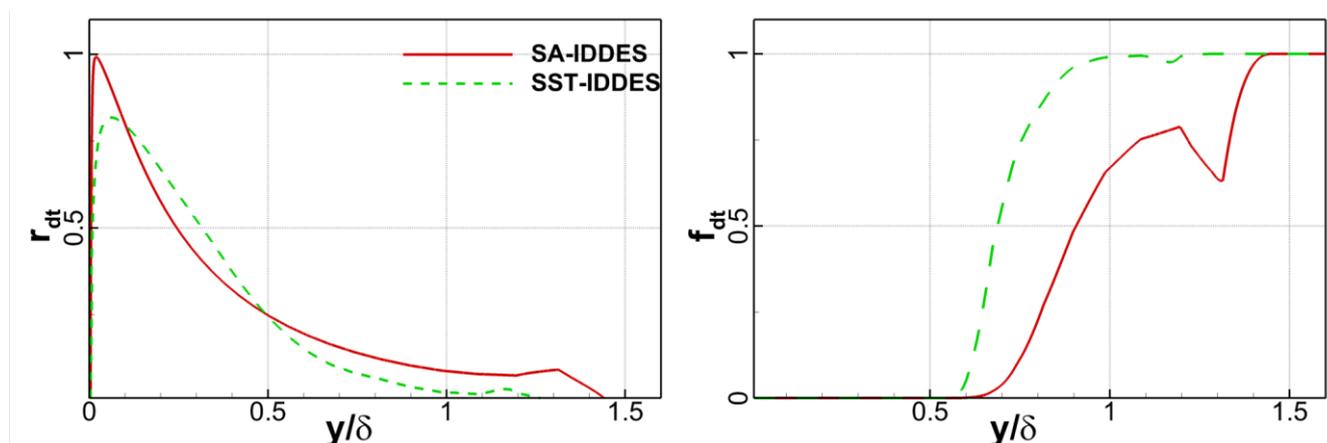


Рис. 2.3. Сравнение безразмерного критерия r_{dt} и защитной функции f_{dt} для SA-IDDES и SST-IDDES подходов

Калибровка констант C_{dt1} и C_{dt2} защитной функции f_{dt} была проведена на основе решения задачи о стационарном течении в пограничном слое на пластине на «неопределенной» сетке³ (описание постановки задачи приведено в разделе 4.1.1). Как видно из Рис. 2.4, увеличение константы C_{dt1} приводит к лучшей защите стационарного пограничного слоя на пластине, при этом при значении

² Значительное уменьшение функции f_{dt} в SA-IDDES подходе вблизи $y/\delta \approx 1.2$ объясняется низкими значениями модуля тензора скоростей деформации, используемого в числителе r_{dt} критерия. Эта особенность не оказывает влияния на решение, поскольку в этой области тензор скоростей деформации близок к нулю и, следовательно, течение является безвихревым.

³ Как уже отмечалось в разделе 1.3.1, неопределенные сетки являются с одной стороны слишком мелкими для проведения RANS расчета во всем присоединенном пограничном слое, а с другой недостаточными для проведения разрешенного до стенки LES расчета.

$C_{dtl}=30$ распределения коэффициента трения и турбулентной вязкости практически не отличаются от результатов, полученных с использованием SST-RANS подхода, и присоединенный пограничный слой оказывается практически полностью защищенным от преждевременного переключения SST-IDDES подхода в LES режим.

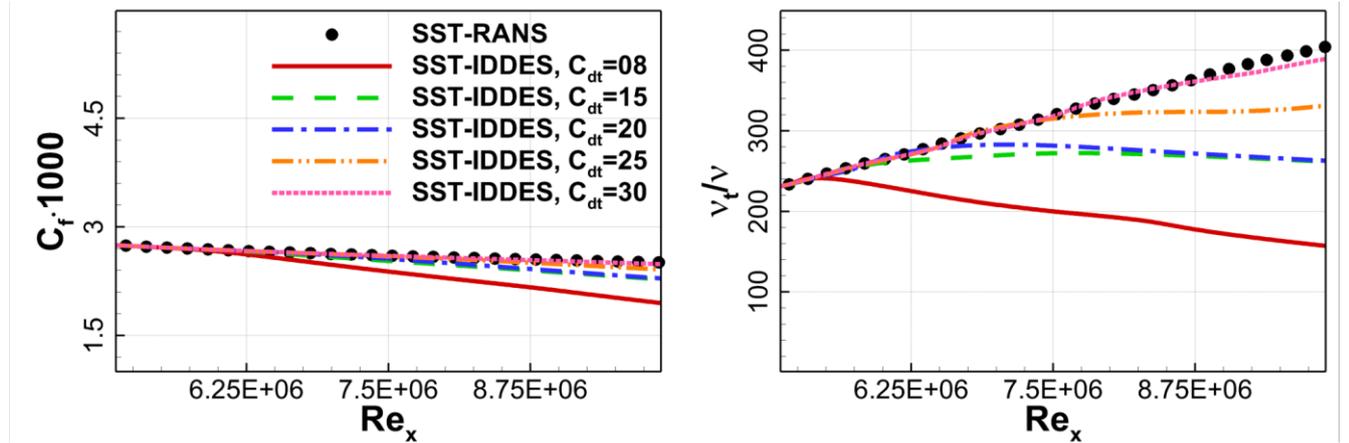


Рис. 2.4. Калибровка констант защитной функции f_{dt} на основе решения задачи о стационарном течении в пограничном слое на плоской пластине

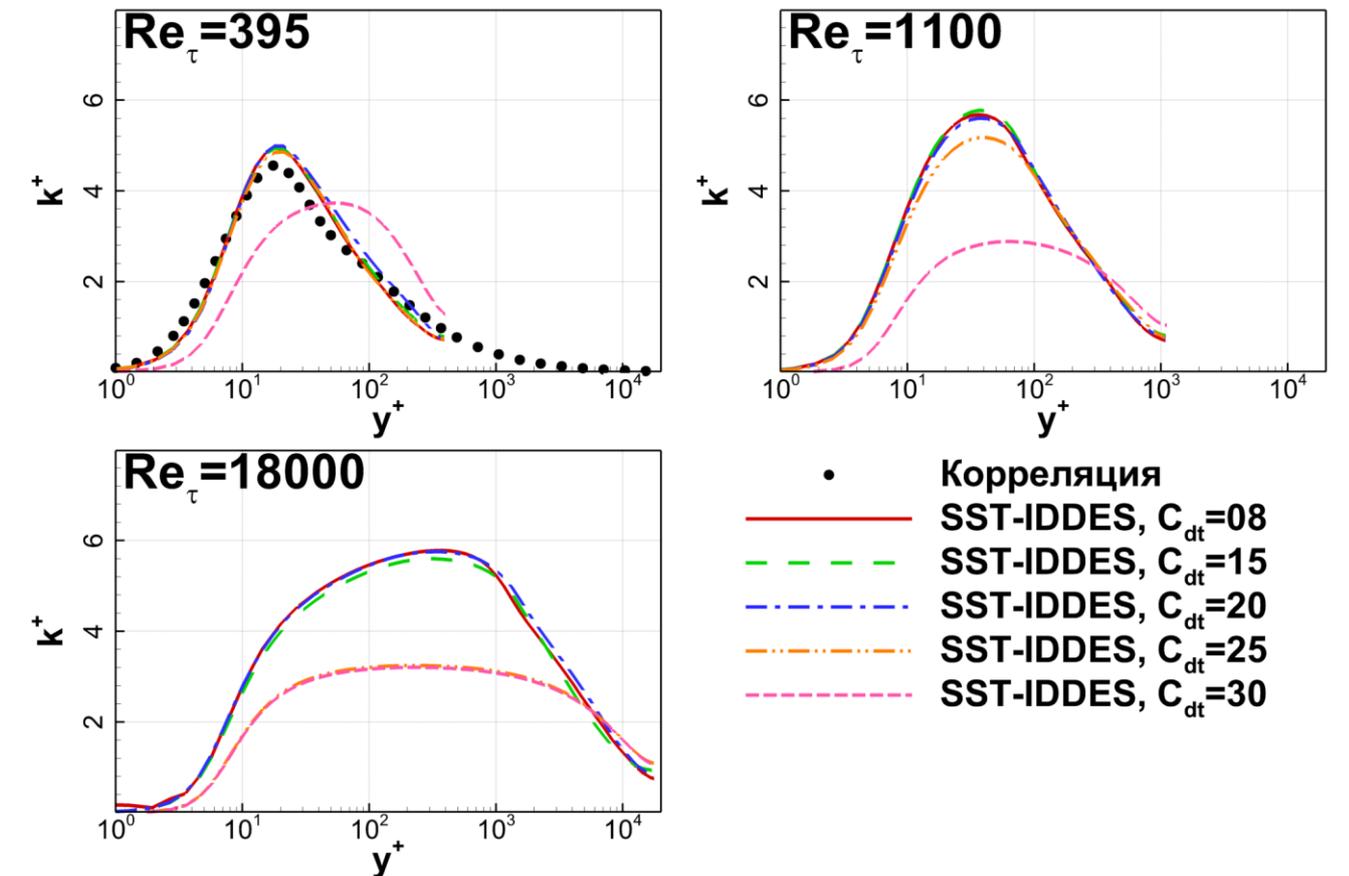


Рис. 2.5. Тестирование вихреразрешающих свойств SST-IDDES подхода с модифицированными значениями константы защитной функции f_{dt}

Следует отметить, что чрезмерное увеличение защиты пограничного слоя может привести к ухудшению вихреразрешающих свойств SST-IDDES подхода и поэтому производятся расчеты периодического течения в плоском канале (описание постановки задачи приведено в разделе 4.1.2) с использованием модифицированных значений констант функции f_{dt} . Действительно, как видно из Рис. 2.5, при значениях константы $C_{dt1} > 20$ происходит заметное уменьшение уровня полной кинетической энергии, что свидетельствует об ухудшении вихреразрешающих свойств SST-IDDES подхода.

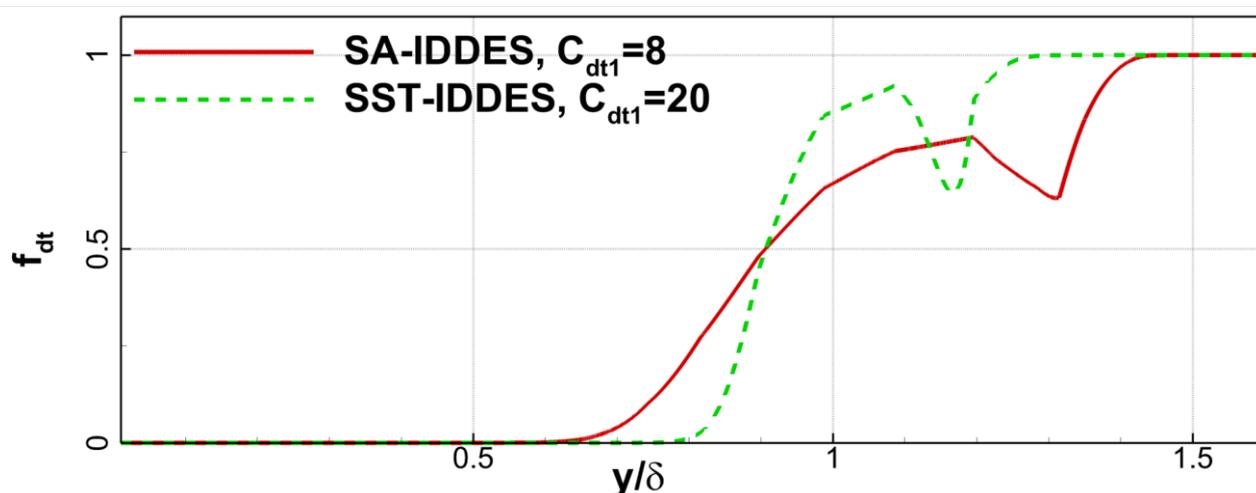


Рис. 2.6. Сравнение защитной функции f_{dt} для SA-IDDES подхода со значением константы $C_{dt1}=8$ и SST-IDDES подхода с модифицированным значением константы $C_{dt1}=20$

Таким образом, показано, что среди рассмотренных значений константы C_{dt1} , значение $C_{dt1}=20$ обеспечивает компромисс между защитой присоединенного пограничного слоя и сохранением вихреразрешающих свойств SST-IDDES подхода. Кроме того, как видно из Рис. 2.6, при использовании значения константы $C_{dt1}=20$ защитная функция SST-IDDES подхода обеспечивает практически такую же защиту пограничного слоя, как защитная функция SA-IDDES подхода [223].

Наконец, как уже отмечалось выше, SST-IDDES подход включает в себя увеличивающую функцию f_e (2.18), целью которой является предотвращение существенного уменьшения реynольдсовых напряжений в RANS режиме, обычно наблюдаемое вблизи границы RANS и LES подобластей и приводящее к, так

называемому, рассогласованию логарифмических профилей (см. раздел 1.3.2). Можно показать (см. напр. [179–181]), что в SA-IDDES подходе влияние данной функции более существенно, чем в SST-IDDES подходе. Учитывая тот факт, что данная функция значительно усложняет формулировку SST-IDDES подхода и делает ее анализ и понимание нетривиальным, данная функция была убрана из формулировки SST-IDDES подхода путем задания $f_e=0$ в уравнение (2.18).

Таким образом, с учетом всех предложенных выше модификаций формула для линейного масштаба SST-IDDES подхода может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 l_{IDDES} &= \tilde{f}_d \cdot l_{RANS} + (1 - \tilde{f}_d) \cdot l_{LES} & l_{LES} &= C_{DES} \Delta_{IDDES} & l_{RANS} &= \frac{\sqrt{k}}{C_\mu \omega} \\
 \Delta_{IDDES} &= \min(C_w \max(d_w, h_{\max}), h_{\max}) \\
 \tilde{f}_d &= \max(1 - f_{dt}, f_b) \\
 f_{dt} &= 1 - \tanh\left((C_{dt1} \cdot r_d)^{C_{dt2}}\right) & r_{dt} &= \frac{v_t}{\kappa^2 d_w^2 \sqrt{0.5(S^2 + \Omega^2)}} \\
 f_b &= \min(2 \cdot \exp(-9\alpha^2), 1.0) & \alpha &= 0.25 - d_w / h_{\max} \\
 C_{DES} &= C_{DES1} \cdot F_1 + C_{DES2} \cdot (1 - F_1) \\
 \kappa &= 0.41, \quad C_{DES1} = 0.78, \quad C_{DES2} = 0.61, \quad C_w = 0.15, \quad C_{dt1} = 20, \quad C_{dt2} = 3
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

3 Описание вычислительного алгоритма

Данная глава посвящена описанию вычислительного алгоритма, используемого в настоящей работе для решения определяющих уравнений.

Как уже упоминалось выше, в настоящее время все большее количество инженерных задач решаются с использованием CFD кодов общего назначения. Главным преимуществом таких кодов является возможность решать геометрически сложные задачи благодаря использованию неструктурированных сеток. Следует отметить, что важной особенностью предложенного в настоящей работе зонного RANS-LES подхода является его совместимость с неструктурированными сетками, и поэтому его внедрение в коды общего назначения не составляет трудностей.

Для демонстрации возможностей предложенного зонного RANS-LES подхода он был внедрен в код общего назначения ANSYS-FLUENT. Выбор данного кода обусловлен тем, что в настоящее время он является одним из наиболее популярных кодов общего назначения и широко используется большим количеством пользователей во всем мире для расчета самых разнообразных течений. Кроме того, важным достоинством данного кода является возможность внедрения новых математических моделей через пользовательский интерфейс (User Defined Functions или UDF), которая и была использована в настоящей работе.

Данная глава построена следующим образом. Сначала в разделе 3.1 представлено описание вычислительного алгоритма, используемого для решения определяющих уравнений. Затем в разделе 3.2 приведено обоснование выбора параметров вычислительного алгоритма, используемых в настоящей работе при проведении LES расчетов. Наконец, в разделе 3.3 приведены дискретные аналоги объемных источников, используемых в ОИТ подобласти.

3.1 Решение определяющих уравнений

В ANSYS-FLUENT. дискретизация определяющих уравнений производится методом конечных объемов на неструктурированных сетках с хранением данных в центрах ячеек [229–234], а для решения дискретных уравнений используется неявный точечный метод Гаусса-Зейделя [229] в сочетании с алгебраическим многосеточным методом [229].

Используемые в настоящей работе параметры вычислительного алгоритма были выбраны на основе предварительного тестирования, проведенного на задаче о вырождении однородной изотропной турбулентности во времени (см. раздел 3.2). Ниже перечислены используемые в настоящей работе расчетные схемы.

Для аппроксимации конвективных слагаемых в исходных уравнениях в LES подобласти используется центрально-разностная схема второго порядка [232], а в RANS подобласти – противопоточная схема второго порядка [230,231].

Остальные параметры используемого вычислительного алгоритма являются общими для всей расчетной области. Так, для аппроксимации массовых потоков на гранях ячеек используется схема Рай-Чоу [235], позволяющая подавлять ложные четно-нечетные осцилляции давления. Для аппроксимации производных по времени применяется трехслойная схема Эйлера второго порядка [232]. Для интерполяции давления на грань ячейки используется взвешенная сумма противопоточных схем первого и второго порядка [235], а для расчета градиентов переменных – формула Гаусса-Грина записанная относительно центра ячейки [229–231]. Для совместного решения уравнений неразрывности и переноса импульса применяется метод дробных шагов с безытерационным продвижением по времени, позволяющий экстраполировать нелинейные слагаемые со вторым порядком точности [236,237].

3.2 Выбор параметров вычислительного алгоритма для проведения LES расчетов

В расчетном коде общего назначения ANSYS-FLUENT доступно большое количество параметров вычислительного алгоритма, определяющих

аппроксимацию различных частей определяющих уравнений (см. напр. [238,239]). Известно, что при проведении LES расчетов от выбора этих параметров зависит не только устойчивость алгоритма, но и точность всего решения (см. напр. [183,184]).

В данном разделе приведены результаты исследования влияния параметров вычислительного алгоритма на примере решения задачи о вырождении однородной изотропной турбулентности при числе Рейнольдса $Re=L_0 \cdot U_0/\nu=1.62 \cdot 10^3$ [119]. Здесь L_0 – характерная длина решетки, U_0 – скорость, построенная по кинетической энергии турбулентности потока, ν – кинематическая вязкость. Решение данной задачи проводится с использованием метода крупных вихрей с подсеточной моделью Смагоринского [133] со значением константы $C_{smag}=0.2$.

Размеры расчетной области для данной задачи составляют $2\pi \times 2\pi \times 2\pi$, а расчетная сетка состоит из 64^3 узлов ($2.5 \cdot 10^5$ шестигранных ячеек). Задача решается в нестационарной постановке с шагом по времени $\Delta t=0.04 \cdot L_0/U_0$, соответствующим числу Куранта $CFL < 1$ во всей расчетной области. По всем пространственным направлениям используются периодические граничные условия, а распределение скорости в начальный момент времени задается с использованием прямого трехмерного преобразования Фурье экспериментального энергетического спектра.

При анализе результатов производится сравнение энергетического спектра, полученного при помощи обратного трехмерного преобразования Фурье, с экспериментальными зависимостями [119] в два момента времени ($t=0.87 \cdot L_0/U_0$ и $t=2.00 \cdot L_0/U_0$). Следует отметить, что наклон энергетического спектра в инерциальной области определяется диссипативными свойствами используемой расчетной схемы и используемой подсеточной моделью турбулентности. Поэтому, в случае, когда подсеточная модель является фиксированной, диссипативные свойства используемого вычислительного алгоритма определяют наклон спектра в инерциальной области, при этом, чем более диссипативной

является используемая схема, тем больше оказывается наклон энергетического спектра.

Для выбора наиболее подходящей схемы для аппроксимации конвективных слагаемых рассматривалось пять типов схем (здесь и далее в скобках приводятся названия используемых схем в терминах ANSYS-FLUENT [238,239]):

- Центральнo-разностная схема второго порядка (Central Difference или CD) [229,232]
- Взвешенная сумма центрально-разностной схемы второго порядка и противопоточной схемы второго порядка (Bounded Central Difference или BCD) [240]
- Взвешенная сумма центрально-разностной схемы второго порядка и противопоточной схемы третьего порядка (Monotone Upstream-centered Schemes for Conservation Laws или MUSCL) [241]
- Противопоточная схема третьего порядка (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics или QUICK) [242]
- Противопоточная схема второго порядка (Second Order Upwind или SOU) [229–231]

Как следует из результатов расчетов (Рис. 3.1), наименее диссипативной схемой является CD, поскольку среди всех рассмотренных данная схема предсказывает наименьший наклон энергетического спектра в инерционном интервале.

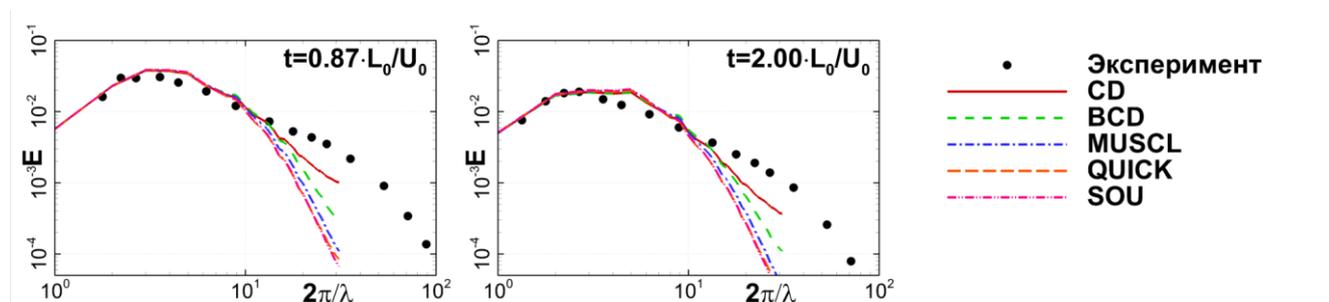


Рис. 3.1. Результаты расчета задачи о вырождении однородной изотропной турбулентности во времени с различными схемами аппроксимации конвективных членов

Среди противопоточных схем наименее диссипативной оказывается BCD схема, и, по-видимому, эта схема может использоваться в случаях, когда чистая центрально-разностная схема CD оказывается неустойчивой (например, в случае сильно вытянутых или скошенных ячеек). Все остальные рассмотренные схемы оказываются значительно более диссипативными по сравнению с CD и BCD, а их использование приводит к существенному подавлению мелкомасштабной турбулентности, и поэтому применение таких схем является нежелательным в LES расчетах.

Наиболее подходящая схема для аппроксимации производных по времени выбиралась из двух типов схем:

- Двуслойная схема Эйлера первого порядка (First Order Implicit или FOI) [229]
- Трехслойная схема Эйлера второго порядка (Second Order Implicit или SOI) [229]

Как видно из Рис. 3.2, использование схемы первого порядка приводит к заметному увеличению наклона энергетического спектра в инерционной области, из чего можно сделать вывод, что при проведении LES расчетов производные по времени необходимо аппроксимировать с использованием схемы второго порядка.

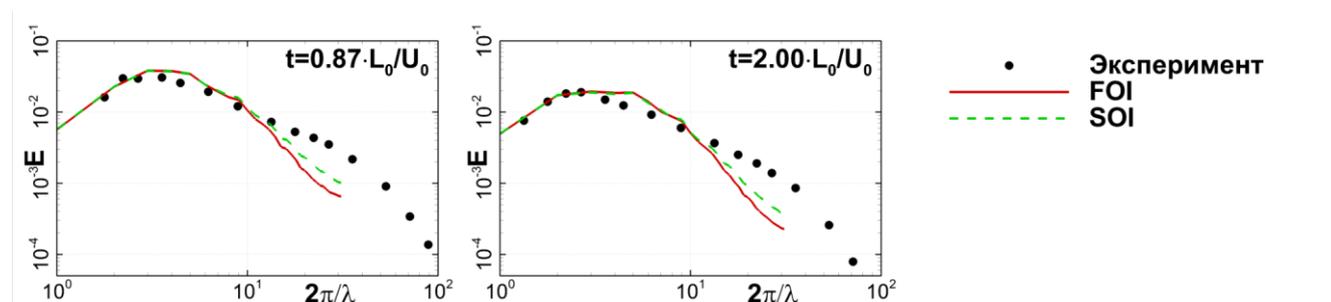


Рис. 3.2. Результаты расчета задачи о вырождении однородной изотропной турбулентности во времени с различными схемами аппроксимации производных по времени

Для выбора наиболее подходящей схемы для интерполяции давления на грань рассматриваются три типа схем:

- Противопоточная схема первого порядка (Linear) [229–231]

- Противопоточная схема второго порядка (Second Order) [229–231]
- Взвешенная сумма противопоточных схем первого и второго порядка (Standard) [235]

Как следует из результатов расчетов (Рис. 3.3), все схемы дают практически идентичные результаты, при этом противопоточная схема второго порядка оказывается незначительно менее диссипативной. Однако использование данной схемы зачастую приводит к неустойчивости вычислительного алгоритма (см. напр. [238]) и поэтому более надежным выбором для сложных задач является взвешенная сумма противопоточных схем первого и второго порядка (Standard).

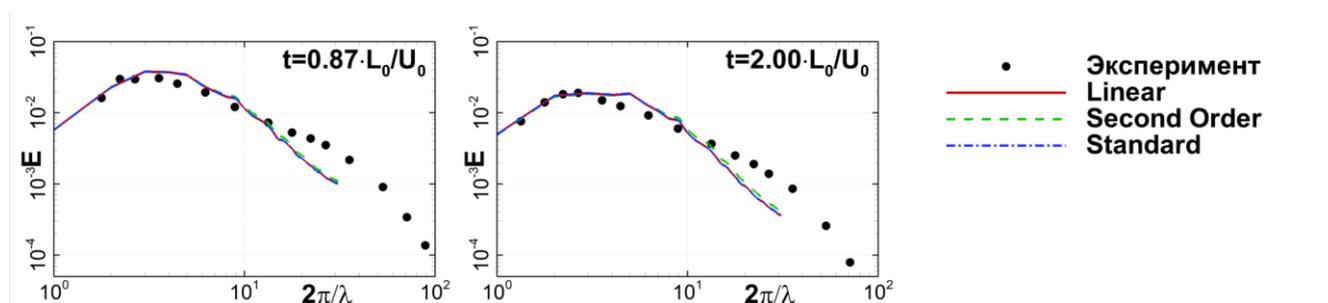


Рис. 3.3. Результаты расчета задачи о вырождении однородной изотропной турбулентности во времени с различными схемами интерполяции давления на грань

Наиболее подходящая схема для вычисления градиентов в центрах ячеек выбиралась из двух типов схем:

- Формула Гаусса-Грина записанная относительно центра ячейки (Cell-Centered Green-Gauss или СВ) [229–231]
- Метод наименьших квадратов записанный относительно центра ячейки (Cell-Centered Least Squares или LSQ) [229]

Как следует из результатов расчетов (Рис. 3.4), обе рассматриваемые схемы практически не отличаются друг от друга, однако при этом оказывается, что вычисление градиентов по методу наименьших квадратов требует заметно больших временных затрат, и поэтому для проведения LES расчетов лучше подходит формула Гаусса-Грина.

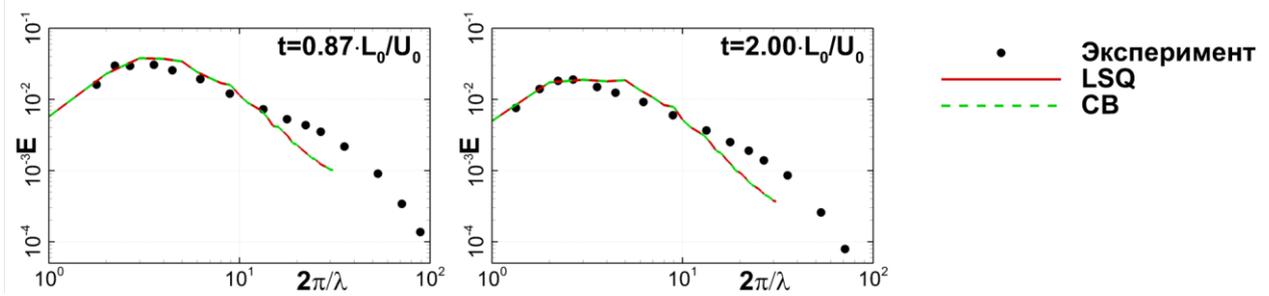


Рис. 3.4. Результаты расчета задачи о вырождении однородной изотропной турбулентности во времени с различными схемами интерполяции градиентов на грань

Схемы связи уравнений баланса массы и импульса, строго говоря, не должны влиять на диссипативные свойства вычислительного алгоритма, однако устойчивость и скорость сходимости вычислительного алгоритма в значительной степени зависит от выбора этих схем. В настоящей работе рассматривались три типа таких схем:

- Последовательное решение уравнений с безытерационным продвижением по времени (Non-Iterative Time Advancement with Fractional Step Method или NITA-FSM) [236,237]
- Последовательное решение уравнений с итерационным методом продвижения по времени (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations Corrected или SIMPLEC) [243,244]
- Одновременное решение уравнений с итерационным методом продвижения по времени (Coupled) [229]

Как следует из результатов расчетов (Рис. 3.5), результаты, полученные с использованием всех рассматриваемых типов схем, оказываются идентичными, при этом для итерационных методов решение является независимым от количества итераций на каждом шаге по времени (рассматривались случаи с 5, 10 и 20 итерациями). Таким образом, учитывая, что безытерационный метод продвижения по времени существенно превосходит два других по скорости расчета, при проведении LES расчетов лучше всего использовать именно этот метод.

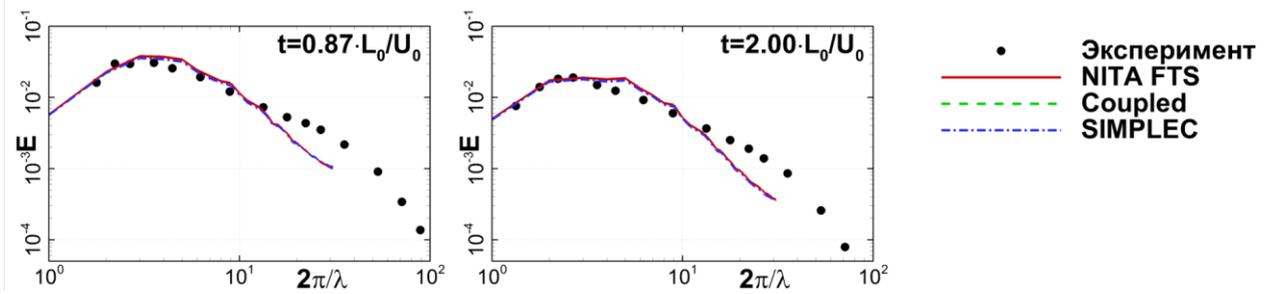


Рис. 3.5. Результаты расчета задачи о вырождении однородной изотропной турбулентности во времени с различными схемами связи уравнений баланса массы и импульса

3.3 Дискретный аналог объемных источников в ОИТ подобласти

Как уже упоминалось в разделе 3.1, в ANSYS-FLUENT дискретизация определяющих уравнений производится методом конечных объемов на неструктурированных сетках с хранением данных в центрах ячеек. В рамках данного метода, дискретные аналоги объемных источников (2.12) и (2.13) записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} (S_{OIT,i})_c^N &= \left(\frac{u_i'^N - u_i'^{N-1}}{\Delta t} \right)_c + \frac{1}{V_c} \sum_f (A_j u_j'^{N-1} u_i'^{N-1} + A_j u_j^{N-1} u_i'^{N-1} - A_j u_j'^{N-1} u_i'^{N-1})_f \\ (S_{TKE})_c^N &= -\frac{1}{V_c} \sum_f (A_j u_j^{N-1} \max(0, k_{RANS,f}^{N-1} - k_{SGS,f}^{N-1}))_f \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь значения с нижним индексом «с» соответствуют значениям в центрах ячеек, значения с нижним индексом «f» соответствуют значениям на гранях, верхним индексом «N» обозначаются значения переменных на текущем временном слое, а индексом «N-1» - на предыдущем, V_c – объем ячейки с индексом «с», A_j – вектор площади грани с индексом «f».

Следует отметить, что дискретные аналоги объемных источников (3.1) содержат значения переменных только в рассматриваемой ячейке и в ее ближайших соседях и поэтому могут использоваться как на структурированных, так и на неструктурированных сетках, что позволило внедрить их в код общего назначения ANSYS-FLUENT при помощи пользовательского интерфейса UDF.

4 Тестирование предложенного метода

Данная глава посвящена тестированию предложенного зонного RANS-LES подхода и состоит из двух разделов. В разделе 4.1 приводятся результаты автономного тестирования предложенного SST-IDDES подхода (см. раздел 2.2.2), а в разделе 4.2 – результаты комплексного тестирования всех элементов разработанного зонного RANS-LES подхода.

4.1 Автономное тестирование модифицированного SST-IDDES подхода

В данном разделе производится сравнение работоспособности предложенной модификации SST-IDDES подхода (см. раздел 2.2.2), для которой используется обозначение SST-IDDES, с его первоначальной версией (см. раздел 2.2.1), обозначенной SST-IDDES-2008.

Следует отметить, что результаты расчетов стационарного пограничного слоя на плоской пластине (раздел 4.1.1) и периодического течения в плоском канале (раздел 4.1.2) использовались в разделе 2.2.2 для калибровки защитной функции f_{dt} . Однако в данном разделе эти задачи используются для тестирования модифицированного SST-IDDES подхода в целом, включая модификацию подсеточного масштаба длины Δ_{IDDES} и исключение из его формулировки увеличивающей функции f_e .

Для проверки работоспособности предложенной модификации SST-IDDES подхода в более сложных течениях рассматриваются две задачи – течение в канале с обратным уступом (раздел 4.1.3) и периодическое течение в канале с холмообразным сужением (раздел 4.1.4). В этих задачах присутствуют области, как с отрывным, так и с присоединенным течением, что позволяет оценить работоспособность предложенной модификации SST-IDDES подхода как в SST-WMLES, так и в SST-DDES режимах.

4.1.1 Стационарное течение в пограничном слое на плоской пластине

Расчет стационарного течения в пограничном слое на плоской пластине производится при числе Рейнольдса $Re_\delta = U \cdot \delta / \nu = 4 \cdot 10^4$, где U – скорость свободного потока, δ – толщина пограничного слоя на входе в расчетную область, ν – кинематическая вязкость.

Расчетная область имеет размеры равные $62.5\delta \times 25\delta \times 1.75\delta$. Расчетная сетка состоит из $5.4 \cdot 10^5$ шестигранных ячеек. В направлении течения и в направлении поперек потока расчетная сетка является равномерной с шагами равными $\Delta x / \delta = \Delta z / \delta = 0.175$. По нормали к поверхности пластины расчетная сетка построена со сгущением, так чтобы вблизи стенки выполнялось условие $\Delta y_w^+ < 1$, вдали от стенки шаг сетки равнялся $\Delta y / \delta = 0.175$, и при этом отношение соседних шагов сетки не превышало 1.15.

На входе в расчетную область задаются профили скорости и турбулентных характеристик, полученные из предварительного SST-RANS расчета течения на пластине до заданного значения δ , а значение давления экстраполируется из расчетной области. На выходе задается равномерный профиль давления, а остальные переменные экстраполируются из расчетной области. На боковых поверхностях задается условие симметрии. Учитывая, что размер расчетной области в направлении по нормали к стенке существенно больше толщины пограничного слоя, на верхней границе также задается условие симметрии. На поверхности пластины задаются условия прилипания и непроницаемости, а значение давления экстраполируется из расчетной области.

Следует отметить, что параметры расчетной сетки выбраны таким образом, чтобы она являлась «неопределенной» для SST-IDDES подхода, т.е. слишком грубой для проведения LES расчета и одновременно слишком мелкой для проведения RANS расчета во всем присоединенном пограничном слое (см. раздел 1.3.1). Таким образом, поскольку задача решается в стационарной постановке, оказывается возможным оценить эффективность работы защитной функции SST-IDDES подхода, и при этом исключить дополнительные факторы,

связанные с влиянием недостаточного разрешения сетки на вихреразрешающие свойства подхода.

На Рис. 4.1 приводится сравнение распределения коэффициента трения (C_f) на пластине и распределения максимума турбулентной вязкости (ν_t/ν) с решением, полученным при помощи SST-RANS подхода. Отметим, что на используемой расчетной сетке эти характеристики являются чрезвычайно чувствительными к эффективности работы защитной функции. Так, недостаточная защита пограничного слоя приводит к существенному уменьшению максимума турбулентной вязкости, что в свою очередь приводит к замедлению роста толщины пограничного слоя и падению трения на стенке. Таким образом, критерием эффективности работы защитной функции является близость полученного решения к SST-RANS подходу.

Как видно из приведенных результатов расчетов (Рис. 4.1), защитная функция f_{dt} работает менее эффективно для SST-IDDES-2008 подхода по сравнению с SST-IDDES, что приводит к существенно более быстрому уменьшению максимума турбулентной вязкости и, как следствие, к заметному отклонению коэффициента трения от SST-RANS значения.

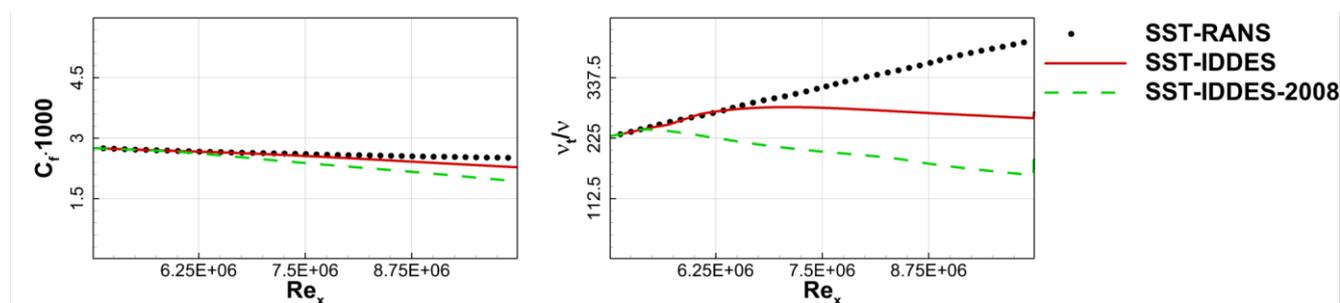


Рис. 4.1. Сравнение модифицированной и первоначальной версий SST-IDDES подхода при расчете задачи о стационарном течении в пограничном слое на пластине

Таким образом, показано, что предложенная модификация (SST-IDDES) защищает пограничный слой существенно лучше, чем его первоначальная версия (SST-IDDES-2008).

Отличие полученного при помощи SST-IDDES подхода решения от SST-RANS объясняется необходимостью достижения компромисса между защитой

пограничного слоя и сохранением вихререзрешающих свойств подхода (см. раздел 2.2.2). Следует отметить, что, как было показано в разделе 2.2.2, дальнейшее улучшение защиты присоединенного пограничного слоя приводит к заметному ухудшению вихререзрешающих свойств SST-IDDES подхода.

4.1.2 Периодическое течение в плоском канале

Задача о периодическом течении в плоском канале решается при трех числах Рейнольдса $Re_\tau = H \cdot u_\tau / \nu$ равных 395, 1100 и 18000, где u_τ – динамическая скорость, H – полувысота канала, ν – коэффициент кинематической вязкости.

Расчетная область имеет размеры $8H \times 2H \times 3H$. Расчетная сетка состоит из 384 000, 480 000 и 624 000 ячеек для Re_τ равных 395, 1100 и 18000 соответственно. Расчетная сетка строится равномерной в направлении течения ($\Delta x/H=1/10$) и в направлении поперек потока ($\Delta z/H=1/20$), при этом в переменных закона стенки шаги сетки составляют $(\Delta x^+, \Delta z^+) = (40, 20)$ для $Re_\tau=395$, $(\Delta x^+, \Delta z^+) = (120, 60)$ для $Re_\tau=1100$ и $(\Delta x^+, \Delta z^+) = (1800, 900)$ для $Re_\tau=18000$. По нормали к стенкам канала расчетная сетка построена со сгущением, так чтобы вблизи стенок выполнялось условие $\Delta y_w^+ < 1$, вдали от стенок шаг сетки равнялся $\Delta y/H=1/15$, и при этом отношение соседних шагов сетки не превышало 1.15.

Задача решается в нестационарной постановке с шагом по времени $\Delta t = 0.001 \cdot H/u_\tau$, соответствующим числу Куранта $CFL < 1$ во всей расчетной области.

В направлении течения и в направлении поперек потока задаются периодические граничные условия, а на верхней и нижней стенках канала задаются условия прилипания и непроницаемости, при этом давление экстраполируется из расчетной области.

В направлении течения во всей расчетной области задается постоянный перепад давления $dp/dx = -\rho \cdot u_\tau^2 / H$, который учитывается в определяющих уравнениях при помощи объемного источника в уравнениях баланса импульса. Отметим, что при таком подходе значение среднерасходной скорости определяется из решения, и поэтому зависит от выбора подсеточной модели турбулентности.

Следует отметить, что при $Re_\tau=395$ на используемой сетке SST-IDDES подход работает в LES режиме практически до самой стенки, что позволяет оценить эффективность работы LES части SST-IDDES подхода. При более высоких числах Рейнольдса значительная часть пристенной области рассчитывается в RANS режиме, что позволяет оценить эффективность работы SST-IDDES подхода в WMLES режиме. Кроме того, как отмечается в работе [223], при $Re_\tau=1100$ влияние увеличивающей функции оказывается максимальным и поэтому возможно оценить эффект от ее отсутствия в SST-IDDES подходе.

На Рис. 4.2 приводится сравнение с эмпирическими корреляциями [245,246] профилей средней скорости (u^+) и полной кинетической энергии турбулентности (k^+). Отметим, что все представленные на графиках величины являются осредненными по 5000 шагам по времени (приблизительно 25 времен проноса через область) и по однородным направлениям (x, z), что позволяет получить средние величины, практически не зависящие от времени осреднения.

Эмпирические корреляции для профиля средней скорости [245] и средней кинетической энергии турбулентности [247] записываются в виде:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(1.0 + 0.4y^+) + 7.8 \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{y^+}{11}\right) - \frac{y^+}{11} \cdot \exp\left(-\frac{y^+}{3}\right) \right] \quad (4.1)$$

$$k^+ = \left(0.057 + 0.05 \sqrt{\frac{Re_\tau}{1600}} \right) \cdot y^{+2} \cdot \exp\left(-\frac{y^+}{7.3}\right) + 4.6 \cdot \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{y^+}{3}\right)^2\right) \right) \cdot \frac{1 - \exp\left(-\frac{y^+}{20}\right)}{1 + 4 \cdot \frac{y^+}{Re_\tau}} \quad (4.2)$$

Здесь $\kappa=0.41$ – константа Кармана, $y^+=y \cdot u_\tau/\nu$, $u^+=u/u_\tau$, $k^+=k/u_\tau^2$ – координата по нормали к стенке, скорость и кинетическая энергия турбулентности в координатах закона стенки. Следует отметить, что корреляция для кинетической энергии турбулентности справедлива только при низких числах Рейнольдса, и поэтому при сравнении использовалась только при $Re_\tau=395$.

Как видно из приведенных результатов (Рис. 4.2), увеличение значения константы C_{dtl} приводит к тому, что граница RANS-LES областей располагается несколько дальше от стенки, при этом полученные профили средней скорости и полной кинетической энергии турбулентности хорошо согласуются как между

собой, так и с эмпирическими корреляциями. Как уже упоминалось выше, максимальное влияние функции f_e следует ожидать при умеренных числах Рейнольдса ($Re_\tau=1100$), однако как видно из профиля турбулентной вязкости, эффект от отсутствия данной функции оказывается незначительным и не приводит к каким-либо заметным изменениям в профилях средней скорости и полной кинетической энергии турбулентности. Таким образом, показано, что предложенный SST-IDDES подход не уступает по точности SST-IDDES-2008 подходу в LES и WMLES режимах, и при этом, как показано в разделе 4.1.1, лучше защищает присоединенный пограничный слой в DDES режиме.

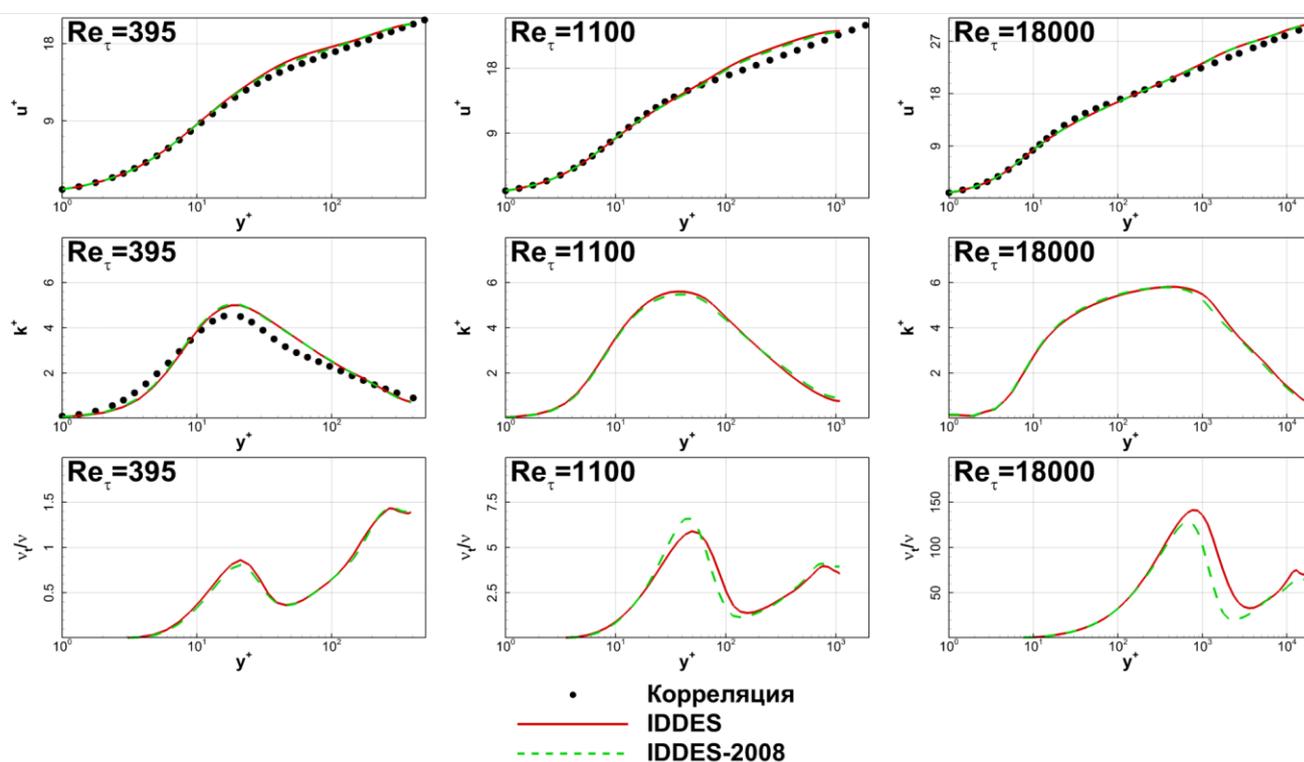


Рис. 4.2. Сравнение модифицированной и первоначальной версий SST-IDDES подхода при расчете задачи о периодическом течении в плоском канале

4.1.3 Течение в канале с обратным уступом

Расчет течения в канале с обратным уступом [248] производится при числе Рейнольдса $Re=U_B \cdot H/\nu=28000$, где U_B – среднерасходная скорость во входном канале, H – высота обратного уступа, ν – кинематическая вязкость.

Данная задача является достаточно сложным тестом для SST-IDDES подхода, поскольку в ней присутствует как присоединенное течение на верхней стенке

канала, так и отрывная область на нижней. Поэтому, поскольку в присоединенном пограничном слое SST-IDDES подход должен работать в SST-DDES режиме, а в отрывной области – в SST-WMLES режиме, эта задача позволяет оценить работу SST-IDDES подхода в «смешанном» режиме.

Входная граница расчетной области (Рис. 4.3) располагается при $x/H=-3.8$, а выходная – при $x/H=20$, при этом начало системы координат совпадает с положением обратного уступа. Высота канала вверх по течению от уступа равняется $4H$, а его ширина в направлении поперек потока - $4H$.

Расчетная сетка (Рис. 4.3) состоит приблизительно из $2.3 \cdot 10^6$ шестигранных ячеек. В направлении течения максимальный шаг сетки равняется $\Delta x/H=1/10$ ($\Delta x^+=200$), а в направлении поперек потока - $\Delta z/H=1/20$ ($\Delta z^+=100$). По нормали к стенкам канала расчетная сетка построена со сгущением, так чтобы вблизи стенок выполнялось условие $\Delta y_w^+ < 1$, вдали от стенок шаг сетки равнялся $\Delta y/H=1/15$, и при этом отношение соседних шагов сетки не превышало 1.15.

Задача решается в нестационарной постановке с шагом по времени $\Delta t=0.02 \cdot H/U_B$, соответствующим числу Куранта $CFL < 1$ во всей расчетной области.

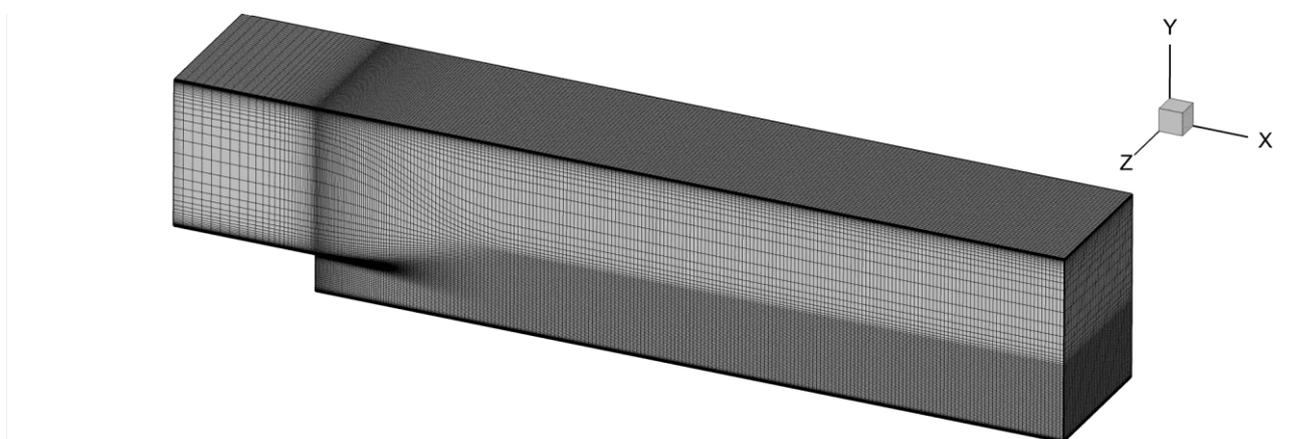


Рис. 4.3. Расчетная область и расчетная сетка для задачи о течении в канале с обратным уступом

На входе в расчетную область задаются профили скорости и турбулентных характеристик, полученные из предварительного расчета течения на начальном участке плоского канала по SST-RANS модели до заданного экспериментального значения толщины пограничного слоя, при этом давление экстраполируется из расчетной области. На выходе задается равномерный профиль давления, а

остальные переменные экстраполируются из расчетной области. В направлении поперек потока задаются периодические граничные условия, а на стенках канала используются условия прилипания и непроницаемости, при этом давление экстраполируется из расчетной области.

На Рис. 4.4 приводится визуализация турбулентных структур при помощи изоповерхностей Q-критерия [107], а также сравнение с данными эксперимента [248] распределений среднего коэффициента трения (C_f) на нижней и верхней стенках канала и профилей средней скорости (u/U_B) и полных турбулентных напряжений (u_{RMS}/U_B) в различных сечениях. Отметим, что все представленные на графиках величины являются осредненными по 5000 шагам по времени (приблизительно 5 времен проноса через область) и по однородному направлению (z), что позволяет получить средние величины, практически не зависящие от времени осреднения.

Как уже упоминалось выше, чрезмерная защита пограничного слоя в SST-IDDES подходе, может в принципе привести к ухудшению вихреразрешающих свойств подхода в отрывных течениях. Однако, как видно из полученных результатов (Рис. 4.4), турбулентные структуры развиваются вниз по течению от уступа практически одинаково для обеих рассматриваемых версий SST-IDDES подхода.

Кроме того, сравнение средних характеристик показало, что разница в определении коэффициента трения на стенке и профиля средней скорости оказывается незначительной, и при этом полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Таким образом, показано, что предложенная модификация SST-IDDES не приводит к каким-либо заметным ухудшениям результатов в области отрыва по сравнению с SST-IDDES-2008.

Для проверки эффективности работы защитной функции SST-IDDES подхода в случае наличия градиента давления проведено сравнение коэффициента трения на верхней гладкой стенке с данными SST-RANS расчета. Как видно (Рис. 4.4), в случае использования SST-IDDES подхода происходит несколько меньшее по сравнению с SST-IDDES-2008 отклонение коэффициента трения от

результатов SST-RANS расчета вниз по потоку от уступа, свидетельствующее о том, что в предложенном подходе пограничный слой защищен несколько лучше.

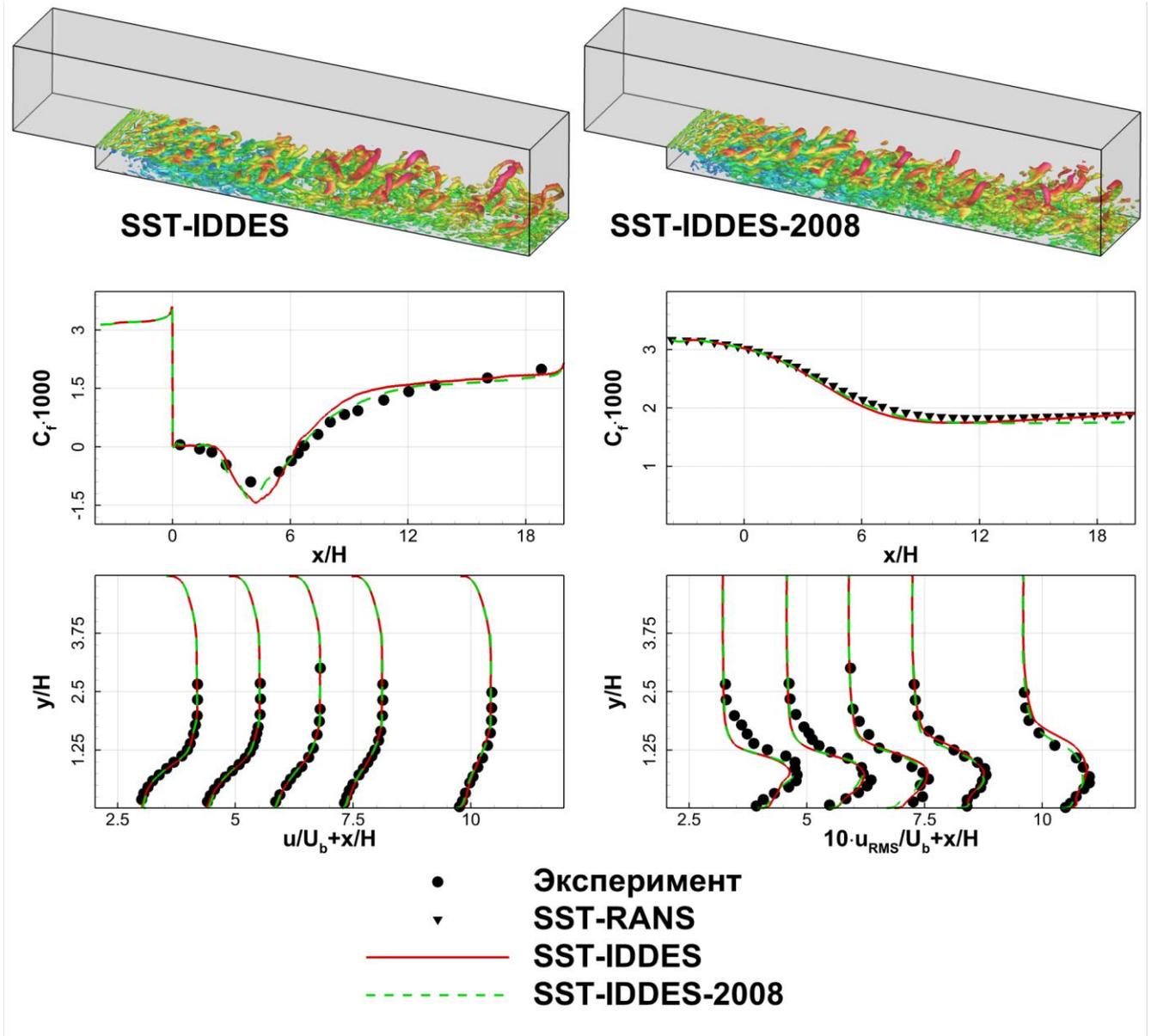


Рис. 4.4. Сравнение модифицированной и первоначальной версий SST-IDDES подхода при расчете задачи о течении в канале с обратным уступом. Профили приведены в сечениях $x/H=3.2, 4.55, 5.86, 7.2, 9.53$

4.1.4 Периодическое течение в канале с холмообразным сужением

Задача о периодическом течении в канале с холмообразным сужением является популярным тестом для оценки работоспособности моделей турбулентности в случае присутствия в течение отрыва и присоединения. Эта задача являлась тестовой на двух симпозиумах по моделированию турбулентности ERCOFTAC SIG15 [249,250] и включена в базу данных

ERCOFTAC (case 81). Задача решается при числе Рейнольдса $Re=U_B \cdot H/\nu=10600$, где U_B – среднерасходная скорость, H – высота сужения, ν – коэффициент кинематической вязкости.

Длина расчетной области (Рис. 4.5) в направлении течения равняется $9H$, а в направлении поперек потока – $4.5H$. Расчетная сетка состоит из $1.5 \cdot 10^6$ шестигранных ячеек и построена так, что максимальные шаги сетки в направлении течения и в направлении поперек потока равняются $\Delta x/H=0.24$ и $\Delta z/H=0.075$ соответственно. Такие шаги сетки соответствуют максимальным шагам сетки в переменных закона стенки равным $\Delta x^+=220$ и $\Delta z^+=130$. По нормали к стенкам канала расчетная сетка построена со сгущением, так чтобы вблизи стенок выполнялось условие $\Delta y_w^+ < 1$, вдали от стенок шаг сетки равнялся $\Delta y/H=0.11$, и при этом отношение соседних шагов сетки не превышало 1.15.

Задача решается в нестационарной постановке с шагом по времени $\Delta t=0.02 \cdot H/U_B$, соответствующим числу Куранта $CFL < 1$ во всей расчетной области.

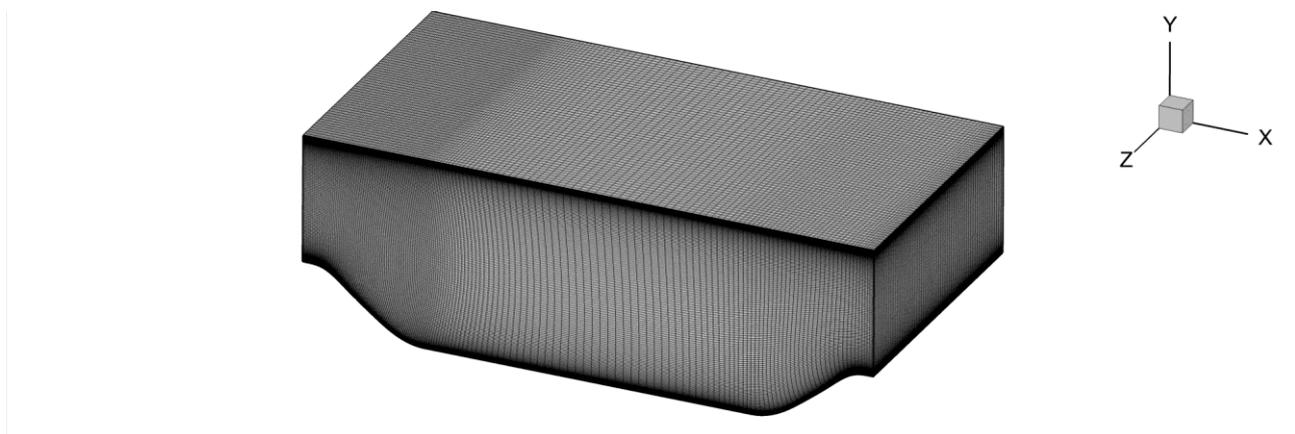


Рис. 4.5. Расчетная область и расчетная сетка для задачи о периодическом течении в канале с холмообразным сужением

На стенках канала задаются условия прилипания и непроницаемости, а в направлении течения и в направлении поперек потока используются периодические условия.

В направлении течения во всей расчетной области задается постоянный перепад давления $dp/dx = -0.002262 \cdot \rho \cdot U_B/H$, который учитывается в определяющих уравнениях при помощи объемного источника в уравнениях баланса импульса.

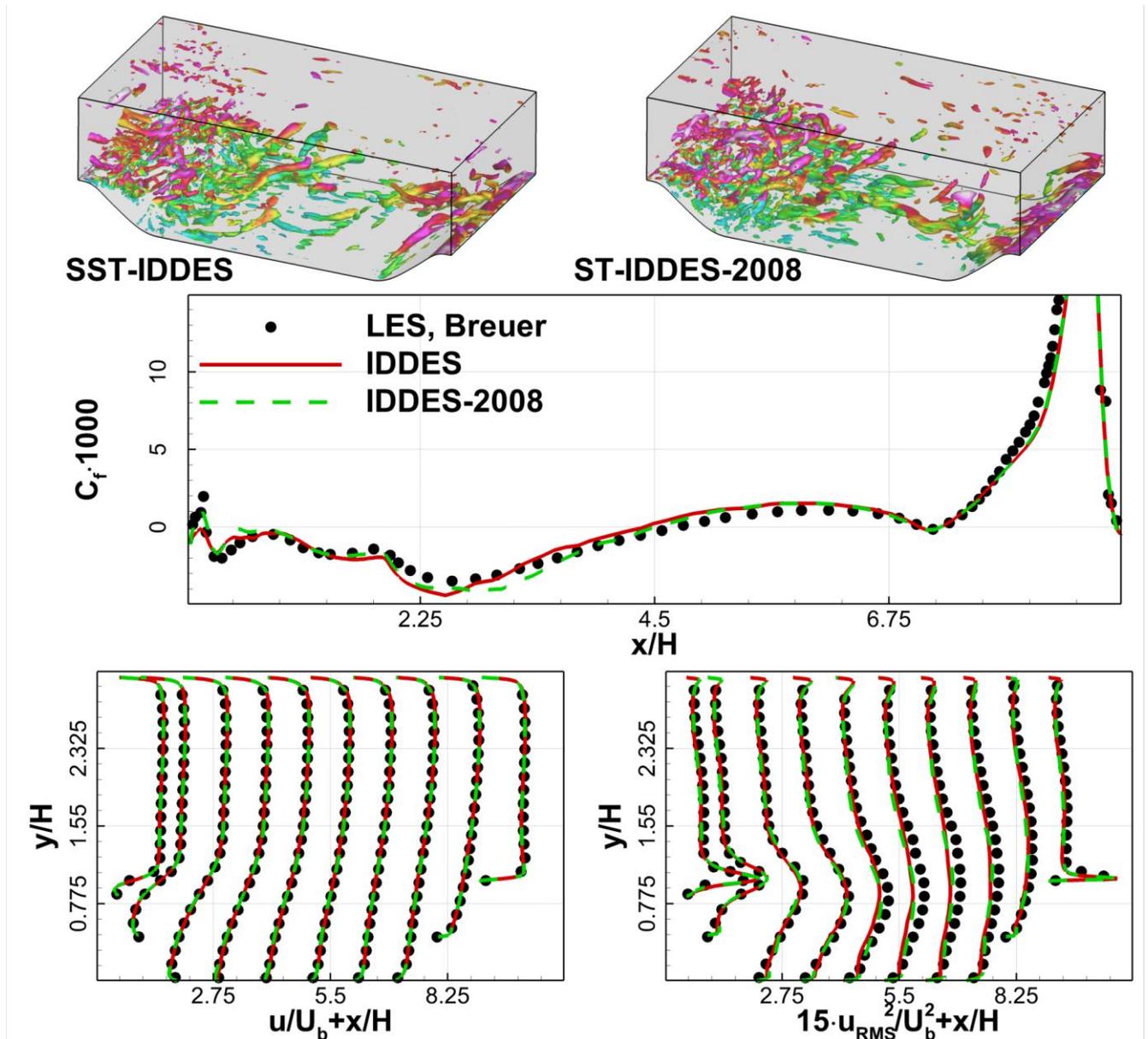


Рис. 4.6. Сравнение модифицированной и первоначальной версий SST-IDDES подхода при расчете задачи о периодическом течении в канале с холмообразным сужением. Профили приведены в сечениях $x/H=0.05, 0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

На Рис. 4.6 приводится визуализация турбулентных структур при помощи изоповерхностей Q-критерия [107], а также сравнение с результатами LES расчета [249,250] распределений среднего коэффициента трения (C_f) на нижней стенке канала и профилей средней скорости (u/U_B) и полных турбулентных напряжений (u_{RMS}/U_B) в нескольких сечениях. Отметим, что все представленные на графиках величины являются осредненными по 5000 шагам по времени (приблизительно 11 времен проноса через область) и по однородному направлению (z), что позволяет получить средние величины, практически не зависящие от времени осреднения.

На основе результатов расчетов (Рис. 4.6) можно сделать вывод, что предложенная модификация SST-IDDES подхода практически не отличается от первоначальной версии (SST-IDDES-2008), и при этом оба рассматриваемых подхода хорошо согласуются с данными LES расчета.

4.2 Комплексное тестирование всех элементов разработанного зонного RANS-LES подхода

В данном разделе приводятся результаты комплексного тестирования предложенного зонного RANS-LES подхода при совместном использовании всех его элементов.

Следует отметить, что модель SST, используемая в RANS подобласти предлагаемого подхода, была широко протестирована в большом количестве работ (см. раздел 1.2), а SST-IDDES подход, используемый в LES подобласти зонного RANS-LES подхода, был протестирован в разделе 4.1. Поэтому комплексное тестирование позволяет, прежде всего, оценить точность метода создания турбулентного контента с использованием предложенного метода ОИТ-ГСТ, являющегося, как уже упоминалось, ключевым элементом предложенного зонного метода.

Для этого производится сравнение метода ОИТ-ГСТ с двумя современными методами – Генератором Синтетической Турбулентности (ГСТ) (см. Приложение А) и Методом Вихрей, основанным на Объемном Источнике Турбулентности (ОИТ-МВ) (см. Приложение Б). Выбор этих методов связан с тем, что ГСТ на сегодняшний день является одним из лучших методов создания турбулентного контента на входе в LES подобласть, а ОИТ-МВ – единственным известным из литературы аналогом предложенного в настоящей работе метода (см. раздел 1.1.3).

В данном разделе рассматриваются три задачи. Задача о вырождении однородной турбулентности за решеткой (раздел 4.2.1) позволяет провести достаточно подробный анализ работоспособности подхода, поскольку эта задача достаточно детально изучена как в экспериментальных, так и в теоритических

работах, и поэтому для нее доступно большое количество эмпирических и теоритических корреляций, в частности для энергетического спектра. Задачи о развитом течении в плоском канале (раздел 4.2.2) и о течении в пограничном слое на плоской пластине (раздел 4.2.3) являются каноническими пристенными задачами, широко используемыми для тестирования различных подходов к моделированию турбулентности.

4.2.1 Вырождение однородной турбулентности за решеткой

Задача о вырождении однородной турбулентности за решеткой решается при числе Рейнольдса $Re=U_0 \cdot L_0/\nu$ равном $1.2 \cdot 10^3$, где $U_0=k_0^{0.5}$ – масштаб скорости, построенный по корню из кинетической энергии турбулентности (Рис. 4.7), L_0 – линейный масштаб энергонесущих вихрей (Рис. 4.7), ν – коэффициент кинематической вязкости.

Размеры расчетной области составляют $17L_0 \times 8.5L_0 \times 8.5L_0$, при этом входная граница располагается при $x/L_0=0$, а выходная – при $x/L_0=17$. Расчетная сетка является равномерной по всем направлениям и состоит из $64 \times 32 \times 32$ шестигранных ячеек.

Задача решается в нестационарной постановке с шагом по времени $\Delta t=0.07 \cdot L_0/U_0$, соответствующим числу Куранта $CFL < 1$ во всей расчетной области.

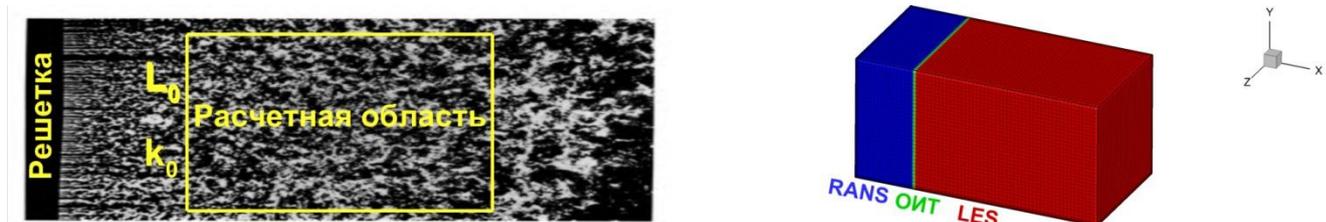


Рис. 4.7. Выбор расчетной области и ее разбиение на подобласти в задаче об однородной турбулентности за решеткой

На входной границе задается равномерный профиль скорости и турбулентных характеристик, при этом значение давления экстраполируется из расчетной области. На выходной границе задается равномерный профиль давления, а все остальные переменные экстраполируются изнутри расчетной области. На всех остальных границах задаются периодические граничные условия.

При проведении расчетов с использованием предложенного метода ОИТ-ГСТ расчетная область разбивается на три подобласти (Рис. 4.7). Входная граница RANS подобласти и выходная граница LES подобласти совпадают с входной и выходной границами всей расчетной области, при этом ОИТ подобласть толщиной в одну ячейку располагается при $x/L_0=4$.

При проведении расчетов с использованием метода ОИТ-МВ, в ОИТ подобласти используется объемный источник (Б.6) (см. Приложение Б), при этом граница между RANS и ОИТ подобластями выделяется в явном виде и на ней для обмена информацией между подобластями используется интерполяция.

Наконец, при проведении расчетов с использованием метода ГСТ используется двустадийный подход. Для этого на первой стадии проводится SST-RANS расчет во всей области. На второй стадии, во всей расчетной области используется SST-IDDES подход, при этом входная граница располагается при $x/L_0=4$, и на ней задаются граничные условия при помощи метода ГСТ (см. Приложение А), входными параметрами для которого являются полученные на первой стадии результаты.

В используемой на второй стадии расчетной области входная граница располагается при $x/L_0=4$, при этом во всей расчетной области используется SST-IDDES подход. В этом случае турбулентный контент задается на входной границе при помощи метода ГСТ с использованием граничных условий (см. Приложение А).

На Рис. 4.8 приводится визуализация турбулентных структур при помощи изоповерхностей Q-критерия [107], а также сравнение с эмпирическими корреляциями [119,251,252] распределений разрешенной кинетической энергии турбулентности (k_{RES}/U_0^2) и трехмерного энергетического спектра (E). Отметим, что величина разрешенной кинетической энергии турбулентности является осредненной по 5000 шагам по времени (приблизительно 20 времен проноса через область) и по однородным направлениям (y, z), что позволяет получить среднюю величину, практически не зависящую от времени осреднения.

Эмпирические корреляции для разрешенной кинетической энергии турбулентности [119,251] и трехмерного энергетического спектра [252] записываются в виде:

$$\frac{K(x/L_0)}{U_0^2} = \left(0.83 \cdot \frac{x}{L_0} + 1 \right)^{-1.25} \quad (4.3)$$

$$E(\kappa) = C \varepsilon_0^{2/3} \cdot \kappa^{-5/3} \cdot f_{l_0}(\kappa L_0) \cdot f_\eta(\kappa \eta_0)$$

$$f_{l_0}(\kappa L_0) = \left(\frac{\kappa L_0}{\sqrt{(\kappa L_0)^2 + C_{l_0}}} \right)^{5/3 + p_0}$$

$$f_\eta(\kappa \eta_0) = \exp \left(-\beta \left[\left((\kappa \eta_0)^4 + C_\eta^4 \right)^{1/4} - C_\eta \right] \right) \quad (4.4)$$

$$\varepsilon_0 = U_0^3 / L_0 \quad \eta_0 = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon_0} \right)^{1/4}$$

$$C = 1.5; \quad C_{l_0} = 6.78; \quad p_0 = 2; \quad \beta = 5.2; \quad C_\eta = 0.4$$

Здесь $\kappa = 2\pi/\lambda$ – волновое число, ε_0 – диссипация энергии, η_0 – колмагоровский масштаб длины.

Как видно из результатов расчетов (Рис. 4.8), предложенный метод ОИТ-ГСТ превосходит два других метода, при этом полученные с его помощью результаты хорошо согласуются с эмпирическими корреляциями. Для ОИТ-МВ наблюдается затухание созданной турбулентности вниз по потоку от входа в LES подобласть, по-видимому, за счет занижения размера создаваемых турбулентных структур (Рис. 4.8), приводящее к существенному падению разрешенной кинетической энергии турбулентности вниз по потоку от входа в LES подобласть. Для метода ГСТ наблюдается незначительное завышение разрешенной кинетической энергии вниз по потоку от входа в LES подобласть, при этом спектральные характеристики созданного турбулентного контента практически совпадают с предложенным методом ОИТ-ГСТ. Следует отметить, что незначительное различие распределения кинетической энергии турбулентности, полученного с использованием методов ГСТ и ОИТ-ГСТ, связано с разницей в способе задания турбулентного контента на входе в LES подобласть – объемный источник в ОИТ-ГСТ или граничные условия в ГСТ.

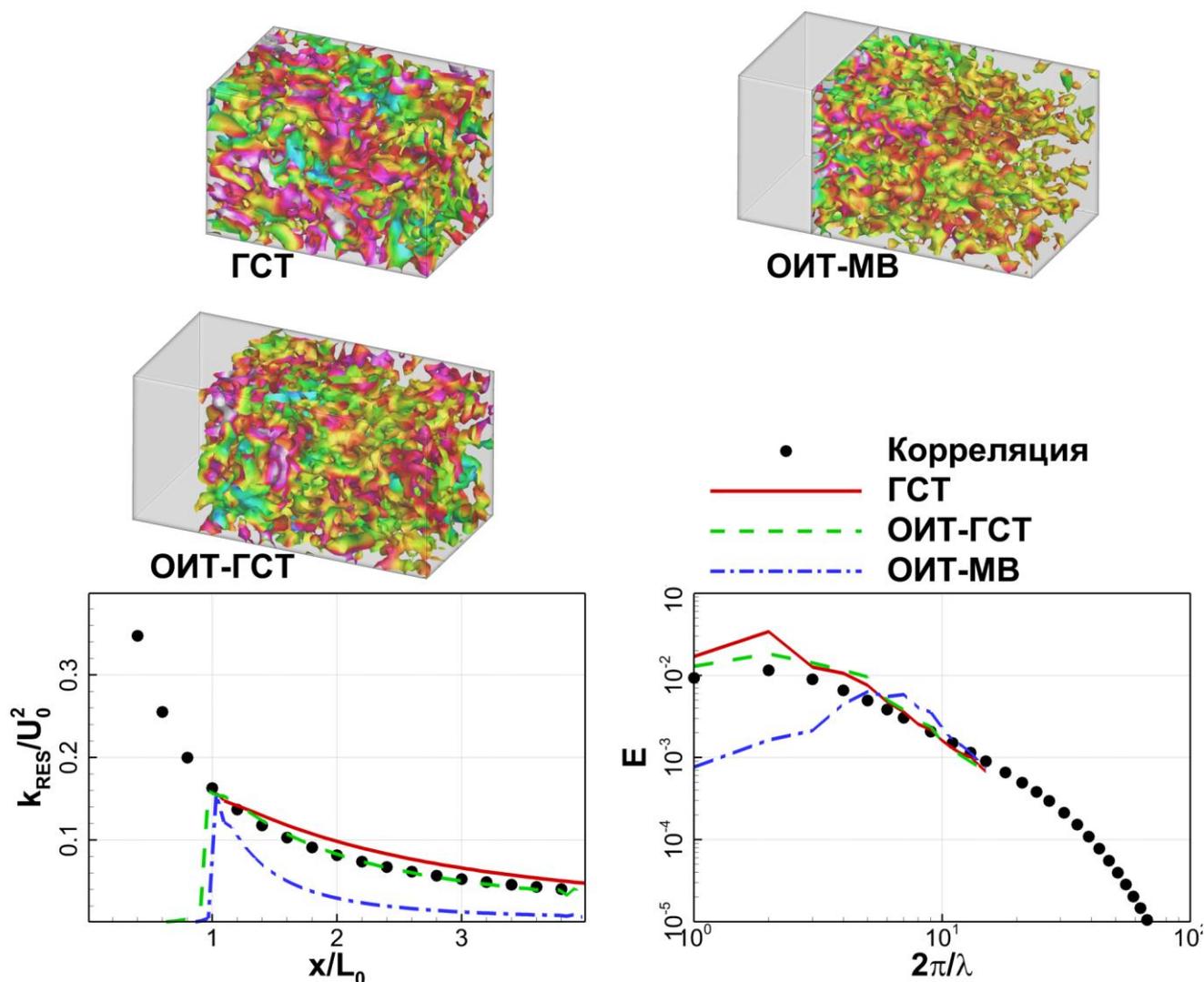


Рис. 4.8. Сравнение предложенного метода с другими комбинированными RANS-LES подходами при решении задачи о вырождении однородной турбулентности за решеткой

Как уже упоминалось выше, важным достоинством предлагаемого метода ОИТ-ГСТ является возможность создания с его помощью турбулентного контента в произвольной объемной области, границы которой не обязательно совпадают с сеточными линиями. Для иллюстрации такой возможности приводятся результаты расчета рассматриваемой задачи с четырьмя конфигурациями ОИТ подобласти (Рис. 4.9). Видно, что во всех случаях турбулентные структуры создаются в ОИТ подобласти и поддерживаются вниз по потоку, при этом распределение разрешенной кинетической энергии турбулентности вниз по потоку от ОИТ подобласти хорошо согласуется с эмпирической корреляцией.

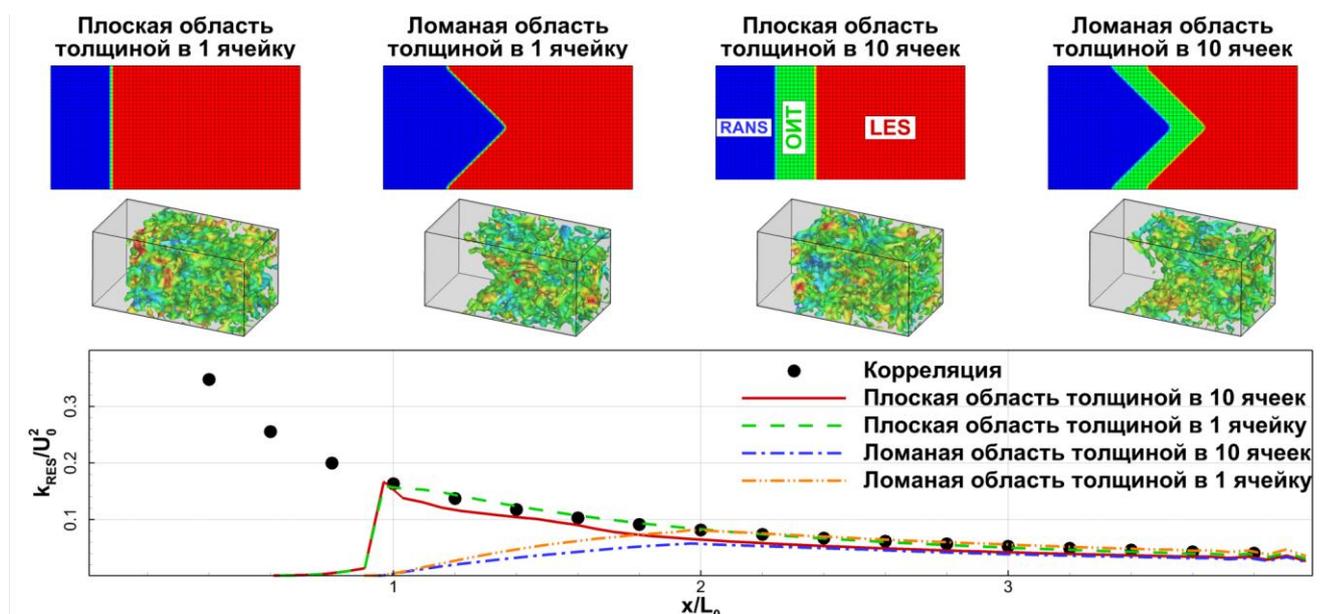


Рис. 4.9. Влияние размера и формы ОИТ подобласти в задаче о вырождении однородной турбулентности за решеткой

4.2.2 Развитое течение в плоском канале

Задача о развитом течении в плоском канале решается при двух числах Рейнольдса $Re_\tau = H \cdot u_\tau / \nu$ равных 395, 18000, где u_τ – динамическая скорость, H – полувысота канала, ν – коэффициент кинематической вязкости.

Расчетная область, расчетная сетка и шаг по времени для данной задачи совпадают с периодической постановкой задачи, описанной в разделе 4.1.2.

В отличие от постановки, описанной в разделе 4.1.2, вместо периодических граничных условий в направлении течения на входной границе расчетной области задаются профили скорости и турбулентных характеристик, полученные из вспомогательного расчета установившегося течения в канале с использованием SST-RANS подхода, а на выходной границе задается равномерный профиль давления, при этом все остальные характеристики экстраполируются из расчетной области. Следует отметить, что при такой постановке не требуется задавать перепад давления при помощи источника в уравнениях баланса импульса.

При проведении расчетов с использованием предложенного метода ОИТ-ГСТ расчетная область разбивается на три подобласти (Рис. 4.10). Входная граница RANS подобласти и выходная граница LES подобласти совпадают с входной и

выходной границами всей расчетной области, при этом ОИТ подобласть толщиной в одну ячейку располагается при $x/H=2$.

При проведении расчетов с использованием метода ОИТ-МВ, в ОИТ подобласти используется объемный источник (Б.6) (см. Приложение Б), при этом граница между RANS и ОИТ подобластями выделяется в явном виде и на ней для обмена информацией между подобластями используется интерполяция.

Наконец, при проведении расчетов с использованием метода ГСТ используется двустадийный подход. Для этого на первой стадии проводится SST-RANS расчет во всей области. На второй стадии, во всей расчетной области используется SST-IDDES подход, при этом входная граница располагается при $x/H=2$, и на ней задаются граничные условия при помощи метода ГСТ (см. Приложение А), входными параметрами для которого являются полученные на первой стадии результаты.

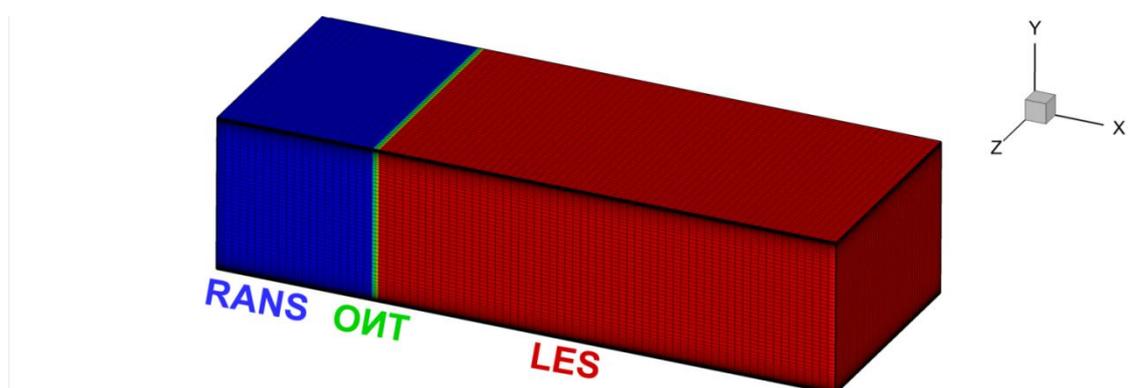


Рис. 4.10. Разбиение расчетной области на подобласти в задаче развитом течении в плоском канале

На Рис. 4.11 приводится визуализация турбулентных структур при помощи изоповерхностей Q-критерия [107], а также сравнение с эмпирическими корреляциями [245,247] распределения среднего коэффициента трения (C_f) на стенке и профилей средней скорости (u^+) в различных сечениях. Отметим, что все представленные на графиках величины являются осредненными по 5000 шагам по времени (приблизительно 25 времен проноса через область) и по однородному направлению (z), что позволяет получить средние величины, практически не зависящие от времени осреднения.

Эмпирическая корреляция для профиля средней скорости [245] определяется в соответствии с уравнением (4.1), а корреляция для коэффициента трения [247] записывается в виде:

$$C_f = 0.0438 \cdot \text{Re}_\tau^{-2/7} \quad \text{Re}_\tau = \frac{u_\tau H}{\nu} \quad (4.5)$$

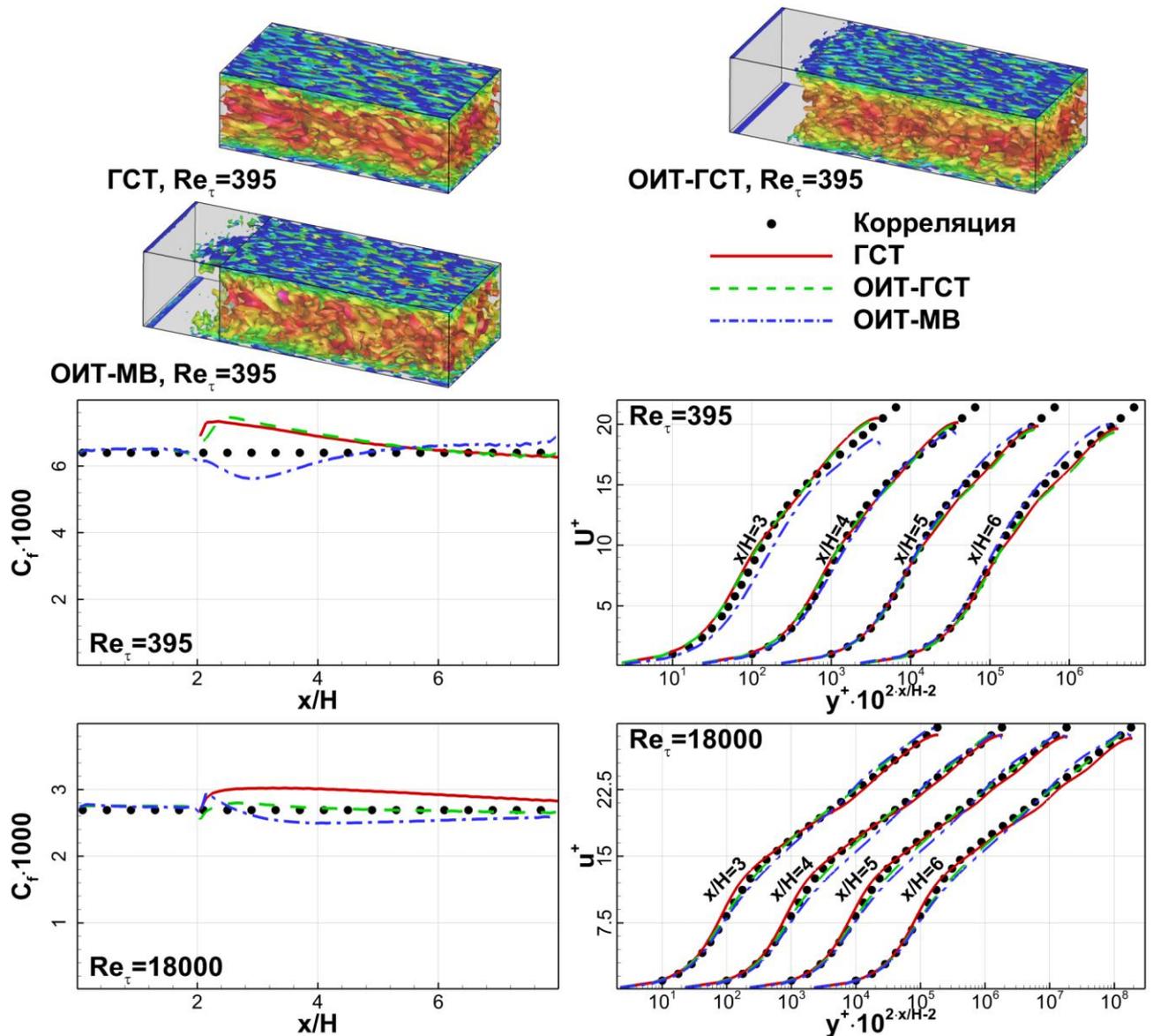


Рис. 4.11. Сравнение предложенного метода с другими комбинированными RANS-LES подходами при решении задачи о развитом течении в плоском канале. Профили средней скорости приведены в сечениях $x/H=3, 4, 5, 6$

Как видно из результатов расчетов (Рис. 4.11), для всех чисел Рейнольдса отклонение коэффициента трения от эмпирической корреляции оказывается незначительным для всех рассматриваемых методов, при этом наилучшие результаты получены при помощи предложенного метода ОИТ-ГСТ (в

особенности преимущество заметно для высокого числа Рейнольдса). Что касается профилей средней скорости, то для ОИТ-МВ наблюдается их заметное отклонение от эмпирической корреляции при низком числе Рейнольдса в области, где наблюдается максимальное отклонение коэффициента трения ($x/H=3$). Таким образом, показано, что точность предложенного метода превосходит ОИТ-МВ и не уступает методу ГСТ.

4.2.3 Течение в пограничном слое на плоской пластине

Расчет течения в пограничном слое на плоской пластине производится при двух числах Рейнольдса $Re_\delta = U \cdot \delta / \nu$ равных 130 и 1300^4 , где U – скорость свободного потока, δ – толщина пограничного слоя на входе в расчетную область, ν – кинематическая вязкость.

Размер расчетной области составляет $31.25\delta \times 12.5\delta \times 3.875\delta$, при этом ее входная граница располагается при $x/\delta=0$, а выходная – при $x/\delta=3.125$. Расчетная сетка состоит приблизительно из $1.08 \cdot 10^6$ и $1.33 \cdot 10^6$ шестигранных ячеек для $Re_\delta=130$ и $Re_\delta=1300$ соответственно. Расчетная сетка построена с равномерным распределением узлов в направлении течения и направлении поперек потока. Шаг сетки в направлении течения равняется $\Delta x/\delta=1/8$, что соответствует значениям в координатах закона стенки $\Delta x^+=60$ для $Re_\delta=130$ и $\Delta x^+=450$ для $Re_\delta=1300$. В направлении поперек потока шаг сетки равняется $\Delta z/\delta=1/16$, что соответствует значениям в координатах закона стенки $\Delta z^+=30$ для $Re_\delta=130$ и $\Delta z^+=225$ для $Re_\delta=1300$. По нормали к поверхности пластины расчетная сетка построена со сгущением, так чтобы вблизи стенки выполнялось условие $\Delta y_w^+ < 1$, вдали от стенки шаг сетки равнялся $\Delta y/H=1/12$, и при этом отношение соседних шагов сетки не превышало 1.15.

Задача решается в нестационарной постановке с шагом по времени $\Delta t = 0.03 \cdot \delta / U_0$, соответствующим числу Куранта $CFL < 1$ во всей расчетной области.

На входе в расчетную область задаются профили скорости и турбулентных характеристик, полученных из SST-RANS расчета течения на пластине до

⁴ Следует отметить, что рассматриваемые числа Рейнольдса примерно соответствуют значениям $Re_\theta = U \cdot \theta / \nu$ равным 1000 и 10000 соответственно, где θ – толщина потери импульса на входе в расчетную область.

заданного значения δ , при этом давление экстраполируется из расчетной области. На выходе задается равномерный профиль давления, а остальные переменные экстраполируются из расчетной области. В поперечном направлении задается условие периодичности, а на верхней границе - условие симметрии, что допустимо, поскольку размер расчетной области в направлении по нормали к пластине существенно больше толщины пограничного слоя. На поверхности пластины задаются условия прилипания и непроницаемости, при этом давление экстраполируется из расчетной области.

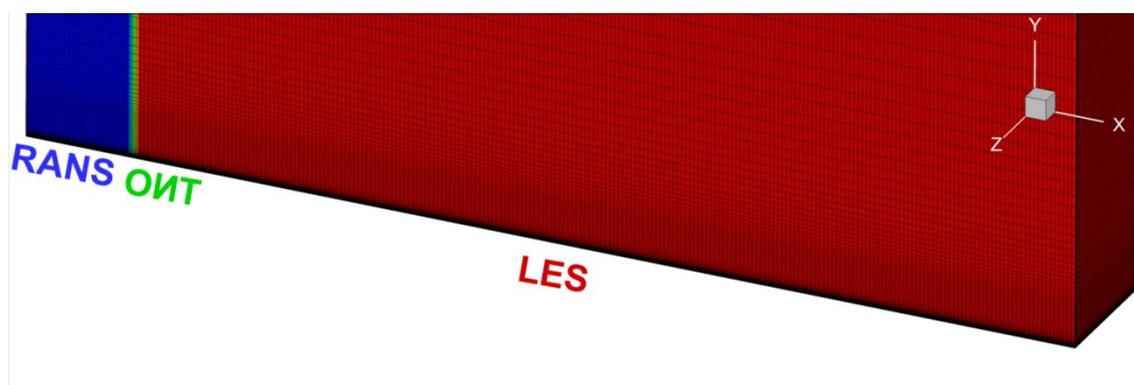


Рис. 4.12. Разбиение расчетной области на подобласти в задаче о течении в пограничном слое на плоской пластине

При проведении расчетов с использованием предложенного метода ОИТ-ГСТ расчетная область разбивается на три подобласти (Рис. 4.12). Входная граница RANS подобласти и выходная граница LES подобласти совпадают с входной и выходной границами всей расчетной области, при этом ОИТ подобласть толщиной в одну ячейку располагается при $x/\delta=3.125$.

При проведении расчетов с использованием метода ОИТ-МВ, в ОИТ подобласти используется объемный источник (Б.6) (см. Приложение Б), при этом граница между RANS и ОИТ подобластями выделяется в явном виде и на ней для обмена информацией между подобластями используется интерполяция.

Наконец, при проведении расчетов с использованием метода ГСТ используется двустадийный подход. Для этого на первой стадии проводится SST-RANS расчет во всей области. На второй стадии, во всей расчетной области используется SST-IDDES подход, при этом входная граница располагается при $x/\delta=3.125$, и на ней задаются граничные условия при помощи метода ГСТ (см.

Приложение А), входными параметрами для которого являются полученные на первой стадии результаты.

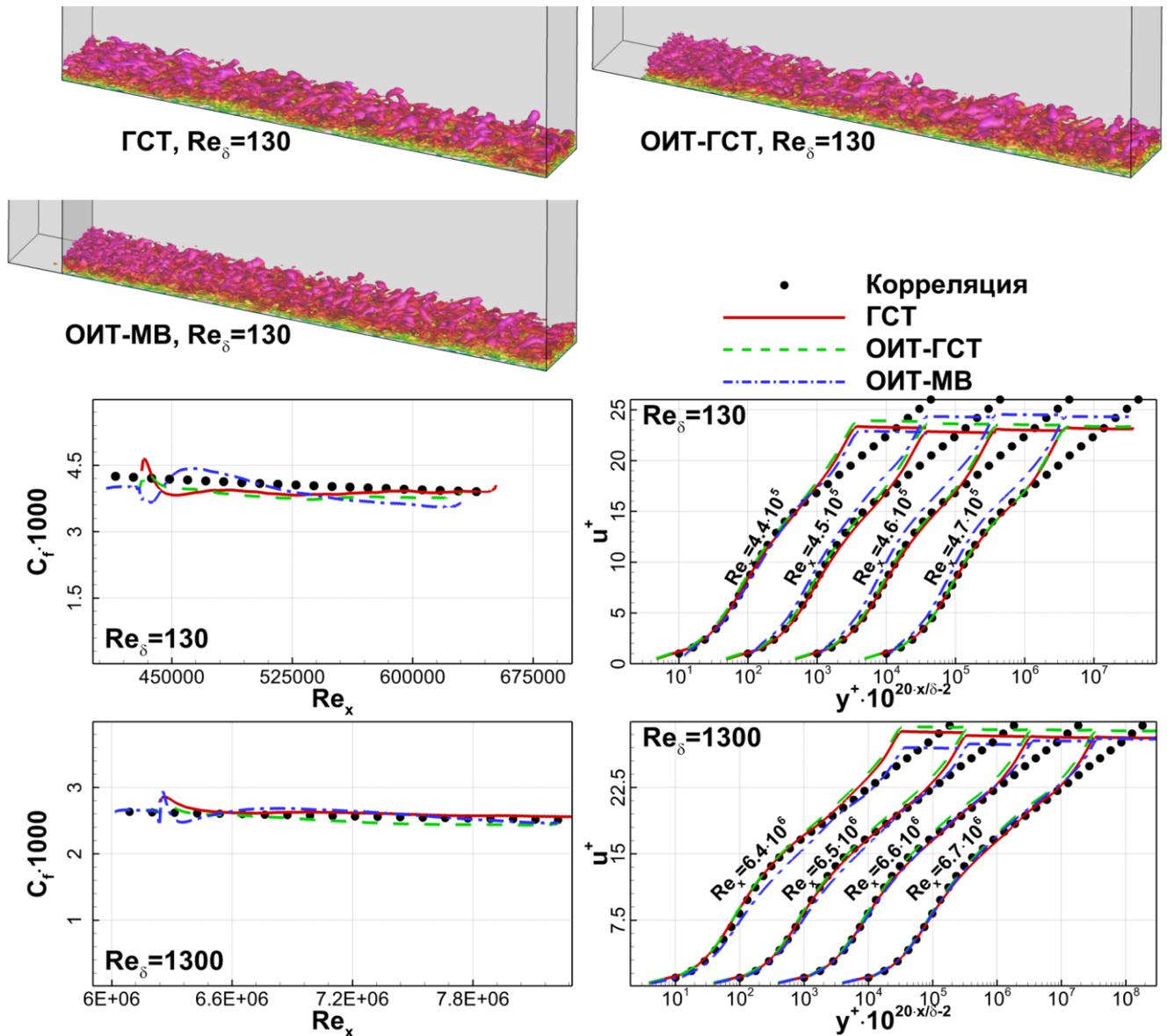


Рис. 4.13. Сравнение предложенного метода с другими комбинированными RANS-LES подходами при решении задачи о течении в пограничном слое на плоской пластине. Профили средней скорости приведены в сечениях $x/\delta_0 = 3.1, 4.6, 6.2, 7.8$

На Рис. 4.13 приводится визуализация турбулентных структур при помощи изоповерхностей Q-критерия [107], а также сравнение с эмпирическими корреляциями [109,245,253] распределения среднего коэффициента трения (C_f) на пластине и профилей средней скорости (u^+) в нескольких сечениях. Отметим, что все представленные на графиках величины являются осредненными по 5000 шагам по времени (приблизительно 5 времен проноса через область) и по

однородному направлению (z), что позволяет получить средние величины, практически не зависящие от времени осреднения.

Эмпирическая корреляция для профиля средней скорости [245] определяется в соответствии с уравнением (4.1), а корреляция для коэффициента трения [109,253] записывается в виде:

$$C_f = \frac{1}{17.08 \cdot (\log_{10} Re_\theta)^2 + 25.11 \cdot \log_{10} Re_\theta + 6.012} \quad (4.6)$$

$$Re_\theta = 0.0153 \cdot Re_x^{6/7} \quad Re_x = \frac{x \cdot U_0}{\nu}$$

Как видно из результатов расчетов (Рис. 4.13) для обоих рассматриваемых чисел Рейнольдса можно сделать выводы аналогичные предыдущих задач (см. раздел 4.2.1 и 4.2.2), а именно то, что точность предложенного метода превосходит ОИТ-МВ и не уступает методу ГСТ.

5 Применение предложенного метода для расчета сложных пристенных течений

В данной главе представлены примеры применения предложенного зонного RANS-LES подхода (ОИТ-ГСТ) для расчета сложных пристенных течений, при этом полученные с его помощью результаты сравниваются с результатами SST-RANS и SST-IDDES подходов, используемых во всей расчетной области⁵.

Рассматриваются три задачи: обтекание выпуклости в прямоугольном канале (раздел 5.1), обтекание гидрокрыла с отрывом вблизи задней кромки (раздел 5.2) и течение в Т-образном соединении двух труб (раздел 5.3). Данные задачи широко используются для тестирования подходов к моделированию турбулентности и являются достаточно сложными тестами как для RANS, так и для гибридных RANS-LES подходов, в случае их использования во всей расчетной области. Так, в первых двух задачах присутствует отрыв умеренного размера от гладкой поверхности, представляющий существенные трудности для RANS. При использовании гибридных RANS-LES подходов течение в зоне отрыва в значительной степени определяется развитием разрешенных турбулентных структур в оторвавшемся слое смешения, которое зависит от наличия разрешенных турбулентных пульсаций в присоединенном пограничном слое вверх по потоку от отрыва. Задача о течении в Т-образном соединении двух труб характеризуется наличием массивного отрыва, но при этом в данной задаче требуется определение характеристик потока в непосредственной близости от точки отрыва пограничного слоя. Следует отметить, что предсказание данных течений представляет значительные проблемы в случае использования SST-RANS и SST-IDDES подходов во всей расчетной области, и таким образом, на примере данных задач оказывается возможным продемонстрировать эффективность предложенного зонного RANS-LES подхода по сравнению с «глобальными» подходами.

⁵ Напомним, что при проведении расчета с использованием зонного RANS-LES подхода, в RANS подобласти используется SST-RANS подход, а в LES подобласти – SST-IDDES подход.

5.1 Обтекание выпуклости в квадратном канале

Задача об обтекании выпуклости в квадратном канале является достаточно сложным и широко используемым тестом для оценки работоспособности подходов к моделированию турбулентности (см. напр. [27,63,254]). Экспериментальные данные для данной задачи были получены в работе [255] и внесены в базу данных NASA (case 3). Задача решается при числе Рейнольдса $Re=U_B \cdot C/\nu=9.36 \cdot 10^5$, где U_B – среднерасходная скорость, C – длина хорды выпуклости, ν – кинематическая вязкость.

Входная граница расчетной области (Рис. 5.1) располагается при $x/C=-2.14$, а выходная – при $x/C=4$, при этом начало координат совпадает с началом выпуклости. Для того чтобы учесть влияние боковых стенок, присутствующих в экспериментальной установке, верхняя граница построена с незначительным сужением в соответствии с рекомендациями приведенными в работе [255].

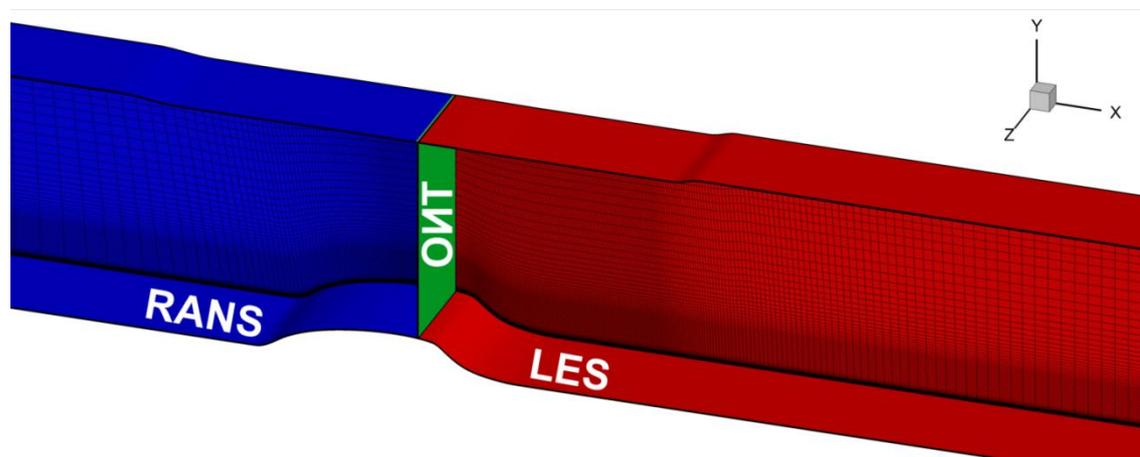


Рис. 5.1. Разбиение расчетной области на подобласти в задаче об обтекании выпуклости в квадратном канале

Расчетная сетка состоит приблизительно из $1.9 \cdot 10^6$ шестигранных ячеек. В направлении течения максимальный шаг сетки равняется $\Delta x/\delta=1/24$ ($\Delta x^+=380$ в координатах закона стенки), а в направлении поперек потока - $\Delta z/\delta=1/30$ ($\Delta z^+=300$ в координатах закона стенки). Здесь $\delta=0.12 \cdot C$ – толщина пограничного слоя на входе в LES подобласть. По нормали к поверхности выпуклости расчетная сетка построена со сгущением, так чтобы вблизи стенки выполнялось условие $\Delta y_w^+ < 1$,

вдали от стенки шаг сетки равнялся $\Delta y/\delta=1/28$, и при этом отношение соседних шагов сетки не превышало 1.15.

Для SST-RANS подхода задача решается в стационарной постановке, а для SST-IDDES подхода и предложенного метода ОИТ-ГСТ – в нестационарной постановке с шагом по времени $\Delta t=0.001 \cdot C/U_B$, соответствующим числу Куранта $CFL < 1$ во всей расчетной области.

На входе в расчетную область задаются профили скорости и турбулентных характеристик, полученные из предварительного SST-RANS расчета для течения на плоской пластине до экспериментального значения толщины пограничного слоя, а значения давления экстраполируются из расчетной области. На верхней границе задается условие проскальзывания в соответствии с рекомендациями, приведенными в работе [255]. На выходе задается равномерный профиль давления, а остальные переменные экстраполируются из расчетной области. В направлении поперек потока задается условие периодичности, а на поверхности выпуклости используются условия прилипания и непроницаемости, при этом давление экстраполируется из расчетной области.

При проведении расчетов с использованием предложенного метода ОИТ-ГСТ расчетная область разбивается на три подобласти (Рис. 5.1). Входная граница RANS подобласти и выходная граница LES подобласти совпадают с входной и выходной границами всей расчетной области, при этом ОИТ подобласть толщиной в одну ячейку располагается при $x/C=0.6$. Следует отметить, что в данной задаче граница ОИТ не совпадает с сеточной плоскостью.

На Рис. 5.2 приводится визуализация турбулентных структур при помощи изоповерхностей Q-критерия [107] и полей модуля завихренности ($|\Omega|$), а также сравнение с данными эксперимента [255] распределения среднего коэффициента трения (C_f) на поверхности выпуклости и профилей средней скорости (u/U_B) в различных сечениях. Отметим, что для SST-IDDES подхода и предложенного метода ОИТ-ГСТ все представленные на графиках величины являются осредненными по 10000 шагам по времени (приблизительно 3 времени проноса

через область) и по однородному направлению (z), что позволяет получить средние величины, практически не зависящие от времени осреднения.

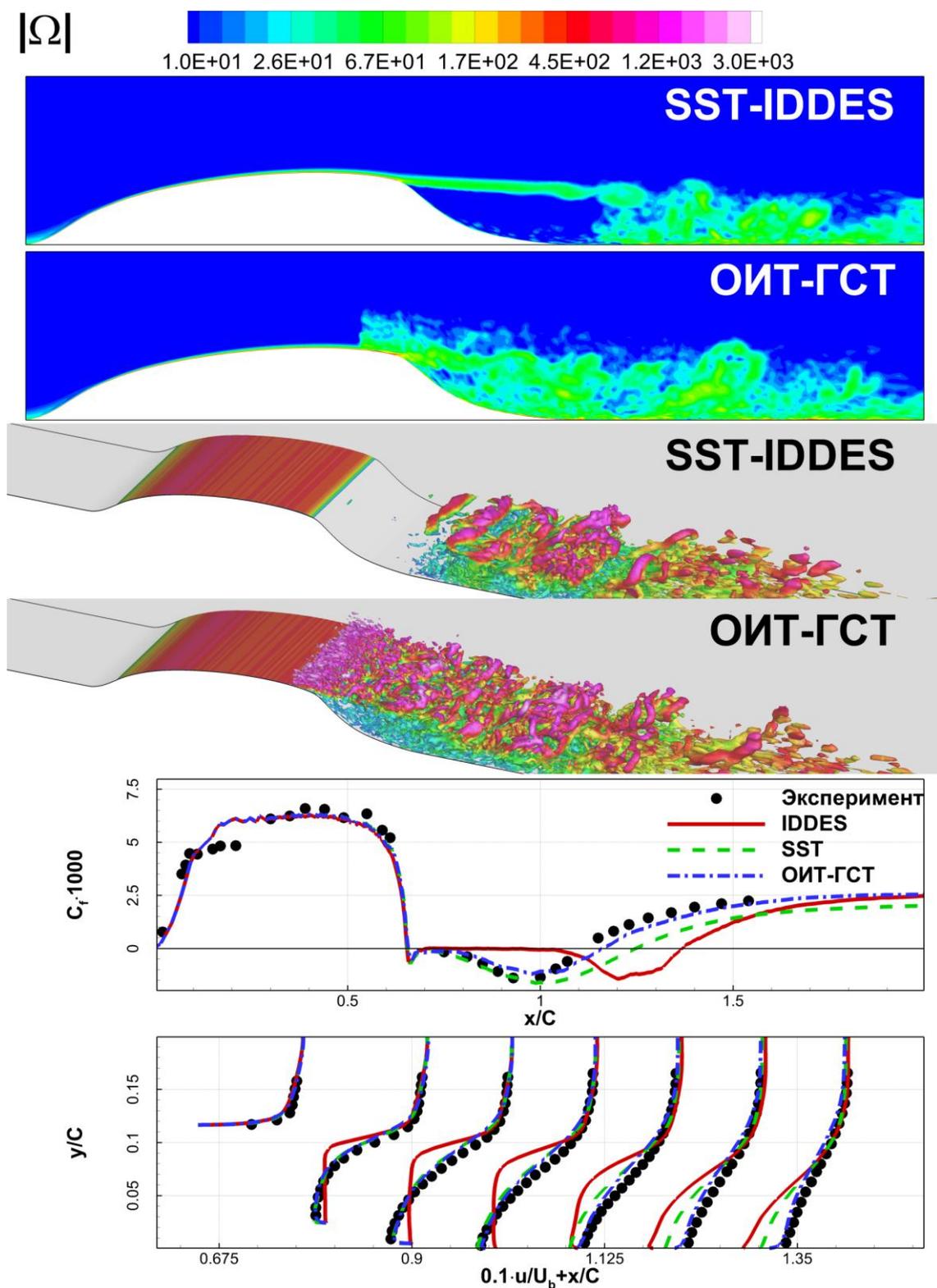


Рис. 5.2. Результаты расчетов задачи об обтекании выпуклости в квадратном канале. Профили средней скорости приведены в сечениях $x/C=0.65, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3$.

Как видно из результатов расчетов (Рис. 5.2), SST-RANS и SST-IDDES не обеспечивают удовлетворительной точности расчета данного течения. Так SST-RANS неправильно предсказывает точку присоединения, а SST-IDDES предсказывает более поздний отрыв и присоединение из-за затянутой турбулизации слоя смешения. В то же время результаты, полученные с использованием предлагаемого метода ОИТ-ГСТ, хорошо согласуются с экспериментальными данными.

5.2 Обтекание гидрокрыла с отрывом вблизи задней кромки

Обтекание гидрокрыла с отрывом вблизи задней кромки экспериментально исследовалось в работе [256]. Также для данного течения доступны данные LES расчета [209,257]. Задача характеризуется наличием отрыва умеренного размера от гладкой поверхности вблизи задней кромки и решается при числе Рейнольдса $Re=U_0 \cdot H/\nu=1.01 \cdot 10^5$, где U_0 – скорость набегающего потока, H – толщина крыла, ν – кинематическая вязкость.

Границы расчетной области (Рис. 5.3) по оси x находятся в пределах от $x/H=-60$ до $x/H=20$, а по оси y – от $y/H=-40$ до $y/H=40$, при этом начало координат задается на задней кромке гидрокрыла. В направлении поперек течения ширина расчетной области равняется $0.5H$.

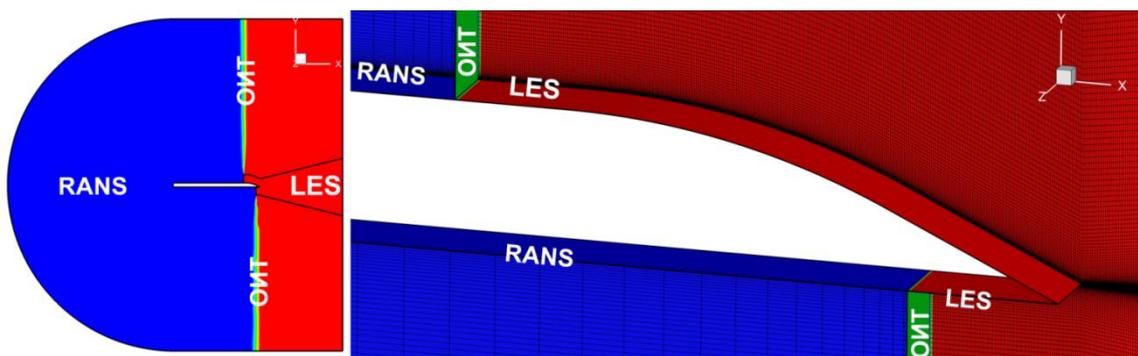


Рис. 5.3. Разбиение расчетной области на подобласти в задаче об обтекании гидрокрыла с отрывом вблизи задней кромки

Расчетная сетка состоит приблизительно из $3.8 \cdot 10^6$ ячеек. В LES подобласти (Рис. 5.3) в направлении течения и в направлении поперек потока максимальные шаги сетки равняются $\Delta x/\delta=\Delta z/\delta=1/33$ ($\Delta x^+=\Delta z^+=90$ в координатах закона стенки). В RANS подобласти (Рис. 5.3) используется более грубый шаг сетки в

направлении поперек потока, равный $\Delta z/\delta=1/3$, где $\delta=0.35\cdot H$ – толщина пограничного слоя на входе в LES подобласть. По нормали к поверхности гидрокрыла расчетная сетка построена со сгущением, так чтобы вблизи стенки выполнялось условие $\Delta y_w^+ < 1$, вдали от стенки шаг сетки равнялся $\Delta y/\delta=1/33$, и при этом отношение соседних шагов сетки не превышало 1.15. Следует отметить, что для сокращения размеров расчетной сетки на удалении более чем $2H$ от поверхности гидрокрыла расчетная сетка состоит из призм и параллелепипедов.

Для SST-RANS подхода задача решается в стационарной постановке, а для SST-IDDES подхода и предложенного метода ОИТ-ГСТ – в нестационарной постановке с шагом по времени $\Delta t=0.005\cdot H/U_0$, соответствующим числу Куранта $CFL < 1$ во всей расчетной области.

На входной границе задаются равномерные профили скорости и турбулентных характеристик, а давление экстраполируется из расчетной области. На выходной границе задается равномерный профиль давления, а все остальные переменные экстраполируются из расчетной области. В поперечном направлении задается условие периодичности, а на поверхности гидрокрыла используются условия прилипания и непроницаемости, при этом давление экстраполируется из расчетной области.

При проведении расчетов с использованием предложенного метода ОИТ-ГСТ расчетная область разбивается на три подобласти (Рис. 5.3). Входная граница RANS подобласти и выходная граница LES подобласти совпадают с входной и выходной границами всей расчетной области, при этом ОИТ подобласть толщиной в одну ячейку располагается при $x/H=-4$ на верхней поверхности гидрокрыла и при $x/H=-1$ на нижней.

На Рис. 5.4 приводится визуализация турбулентных структур при помощи изоповерхностей Q-критерия [107] и полей модуля завихренности ($|\Omega|$), а также сравнение с данными эксперимента [256] и LES расчета [209,257] распределения среднего коэффициента трения (C_f) на поверхности гидрокрыла и профилей средней скорости (u/U_0) в различных сечениях. Отметим, что для SST-IDDES подхода и предложенного метода ОИТ-ГСТ все представленные на графиках

величины являются осредненными по 5000 шагам по времени (приблизительно 2 времени проноса через область) и по однородному направлению (z), что позволяет получить средние величины, практически не зависящие от времени осреднения.

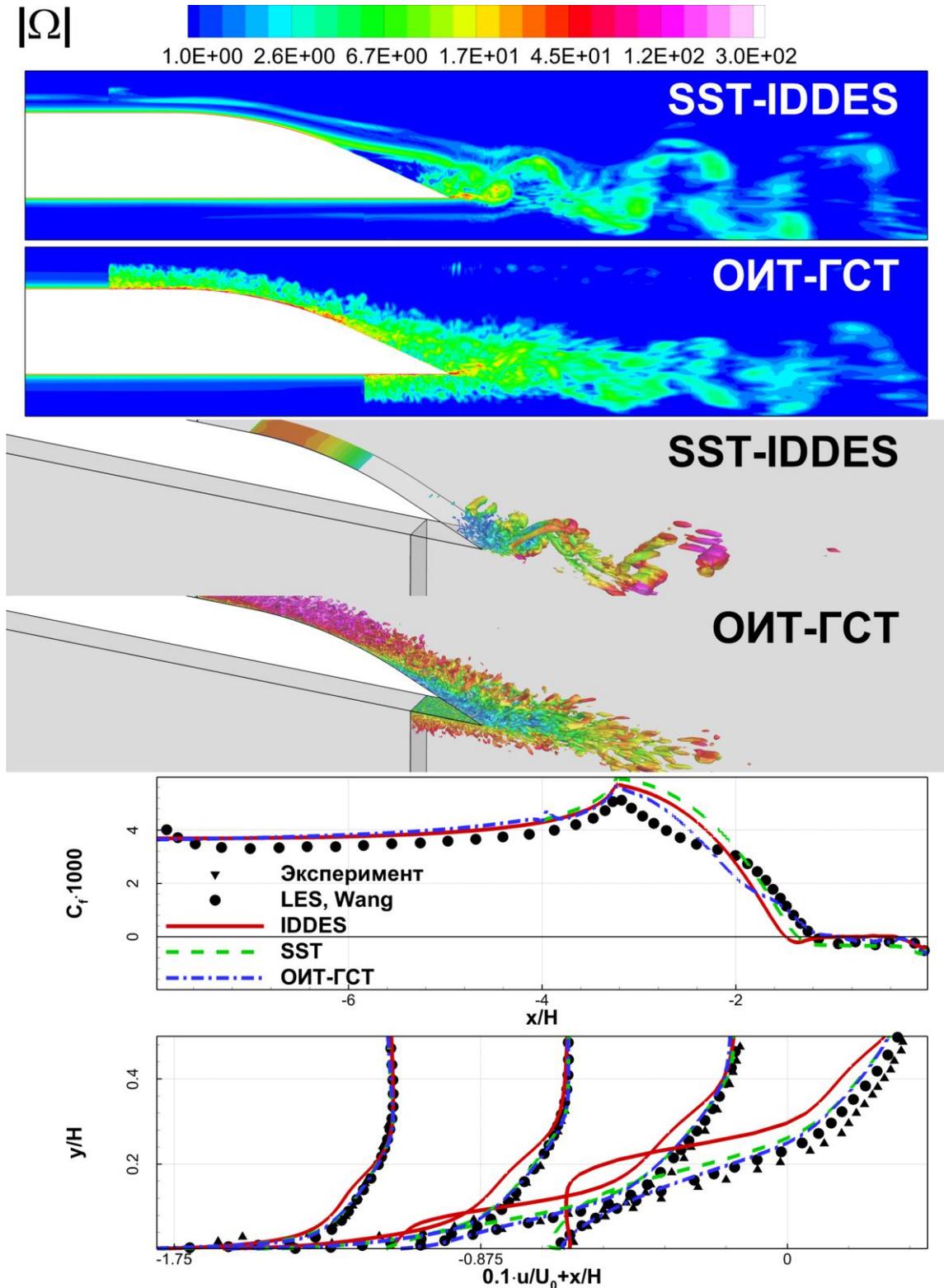


Рис. 5.4. Результаты расчетов задачи об обтекании гидрокрыла с отрывом вблизи задней кромки. Профили средней скорости приведены в сечениях $x/H = -2.125, -1.625, -1.125, -0.625$

Выводы, основанные на результатах расчета данного течения (Рис. 5.4) аналогичны выводам для задачи об обтекании выпуклости в прямоугольном канале. Так, SST-RANS и SST-IDDES не обеспечивают удовлетворительной точности расчета, при этом SST-RANS и SST-IDDES предсказывают несколько более ранний отрыв пограничного слоя, а при использовании SST-IDDES турбулизация слоя смешения оказывается затянутой. В то же время результаты, полученные с использованием предлагаемого метода ОИТ-ГСТ, хорошо согласуются с экспериментом и с данными LES.

5.3 Течение в Т-образном соединении двух труб

Задача о течении в Т-образном соединении двух труб была экспериментально исследована в работе [258].

В данной задаче рассматривается смешение воды различной температуры при соединении горизонтальной и вертикальной труб ($\Delta T = T_{\text{верт}} - T_{\text{гориз}} = 15^\circ$). Поскольку динамическая вязкость воды существенно изменяется в зависимости от температуры, в настоящей работе для ее задания используется кусочно-полиномиальное представление, основанное на приведенных в эксперименте данных. Следует отметить, что при экспериментальном значении перепада температуры воды соотношение динамических вязкостей в горизонтальной и вертикальной трубе равняется $\mu_{\text{гориз}}/\mu_{\text{верт}} = 7/5$. Что касается значений плотности, удельной теплоемкости и коэффициента теплопроводности, то их изменение в рассматриваемом диапазоне температур оказывается незначительным, и поэтому в настоящей работе все эти величины имеют постоянные значения во всей расчетной области, при этом для горизонтальной трубы значение числа Прандтля равняется $Pr = \mu_{\text{гор}} \cdot C_p / \lambda = 7$, а для вертикальной – $Pr = \mu_{\text{верт}} \cdot C_p / \lambda = 5$

Соотношение диаметров горизонтальной и вертикальной трубы равняется $D_{\text{гор}}/D_{\text{верт}} = 7/5$, при этом соотношение расходов в трубах равняется $Q_{\text{гор}}/Q_{\text{верт}} = 2/3$, а число Рейнольдса, построенное по диаметру трубы и среднерасходной скорости, равняется $Re_{\text{гор}} = \rho \cdot U_{\text{в,гор}} \cdot D_{\text{гор}} / \mu_{\text{гор}} = 1.1 \cdot 10^5$ в горизонтальной трубе и $Re_{\text{верт}} = \rho \cdot U_{\text{в,верт}} \cdot D_{\text{верт}} / \mu_{\text{верт}} = 0.8 \cdot 10^5$ в вертикальной.

Входная граница расчетной области (Рис. 5.5) располагается при $z/D_{\text{верт}}=3.1$ в вертикальной трубе и при $x/D_{\text{гор}}=-3.0$ в горизонтальной, а выходная – при $x/D_{\text{гор}}=20.0$. В горизонтальной трубе течение является полностью развитым, в то время как в вертикальной трубе толщина пограничного слоя на входе в расчетную область равняется $\delta_{\text{верт}}=0.22 \cdot D_{\text{верт}}$.

Расчетная сетка состоит из $4.9 \cdot 10^6$ шестигранных ячеек. Шаг сетки в осевом направлении (Δx или Δz) равняется $\Delta x/D_{\text{гор}}=1/10$ ($\Delta x^+=7500$ в координатах закона стенки) для горизонтальной трубы и $\Delta z/\delta_{\text{верт}}=1/6$ ($\Delta z^+=7500$ в координатах закона стенки) для вертикальной. Шаг сетки в окружном направлении ($\Delta \varphi$) равняется $\Delta \varphi/D_{\text{гор}}=1/17$ ($\Delta \varphi^+=4500$ в координатах закона стенки) для горизонтальной трубы и $\Delta \varphi/\delta_{\text{верт}}=1/15$ ($\Delta \varphi^+=3000$ в координатах закона стенки) для вертикальной. По нормали к стенке трубы расчетная сетка построена со сгущением, так чтобы вблизи стенок выполнялось условие $\Delta y_w^+ < 1$, вдали от стенок шаг сетки равнялся $\Delta x/D_{\text{гор}}=1/17$ для горизонтальной трубы и $\Delta z/\delta_{\text{верт}}=1/15$ для вертикальной, и при этом отношение соседних шагов сетки не превышало 1.15.



Рис. 5.5. Разбиение расчетной области на подобласти в задаче о течении в T-образном соединении двух труб

Для SST-RANS подхода задача решается в стационарной постановке, а для SST-IDDES подхода и предложенного метода ОИТ-ГСТ – в нестационарной постановке с шагом по времени $\Delta t=0.016 \cdot D_{\text{верт}}/U_{B,\text{верт}}$, соответствующим числу Куранта $CFL < 1$ во всей расчетной области.

На входных границах задаются профили температуры, скорости и турбулентных характеристик, полученные из предварительных расчетов по SST-RANS подходу развивающегося течения в трубе до экспериментального значения толщины пограничного слоя и периодического течения в трубе, а давление экстраполируется из расчетной области. На выходной границе задается равномерный профиль давления, а остальные переменные экстраполируются из расчетной области. На поверхности трубы используются условия прилипания и непроницаемости, при этом давление экстраполируется из расчетной области.

При проведении расчетов с использованием предложенного метода ОИТ-ГСТ расчетная область разбивается на три подобласти (Рис. 5.5). Входная граница RANS подобласти и выходная граница LES подобласти совпадают с входной и выходной границами всей расчетной области, при этом ОИТ подобласть толщиной в одну ячейку располагается при $x/D_{гор}=-3$ в горизонтальной трубе и при $z/D_{верт}=1$ в вертикальной.

На Рис. 5.6 приводится визуализация турбулентных структур при помощи изоповерхностей Q-критерия [107] и полей модуля завихренности ($|\Omega|$), а также сравнение с данными эксперимента [258] распределения средней температуры (T) на стенке и профилей средней скорости (u/U_B и w/U_B) в нескольких вертикальных сечениях. Отметим, что для SST-IDDES подхода и предложенного метода ОИТ-ГСТ все представленные на графиках величины являются осредненными по 40000 шагам по времени (приблизительно 3 времени проноса через область), что позволяет получить средние величины, практически не зависящие от времени осреднения.

Выводы по результатам данной задачи (Рис. 5.6) аналогичны выводам для двух предыдущих задач (см. разделы 5.1 и 5.2). Так, SST-RANS и SST-IDDES не обеспечивают удовлетворительной точности расчета, при этом SST-RANS неверно предсказывает значение вертикальной скорости и распределение температуры на верхней поверхности горизонтальной трубы, а SST-IDDES несколько занижает температуру на стенке за счет отсутствия разрешенной турбулентности вверх по потоку от соединения двух труб. В то же время

результаты, полученные при помощи предложенного метода ОИТ-ГСТ, хорошо согласуются с экспериментом во всей области.

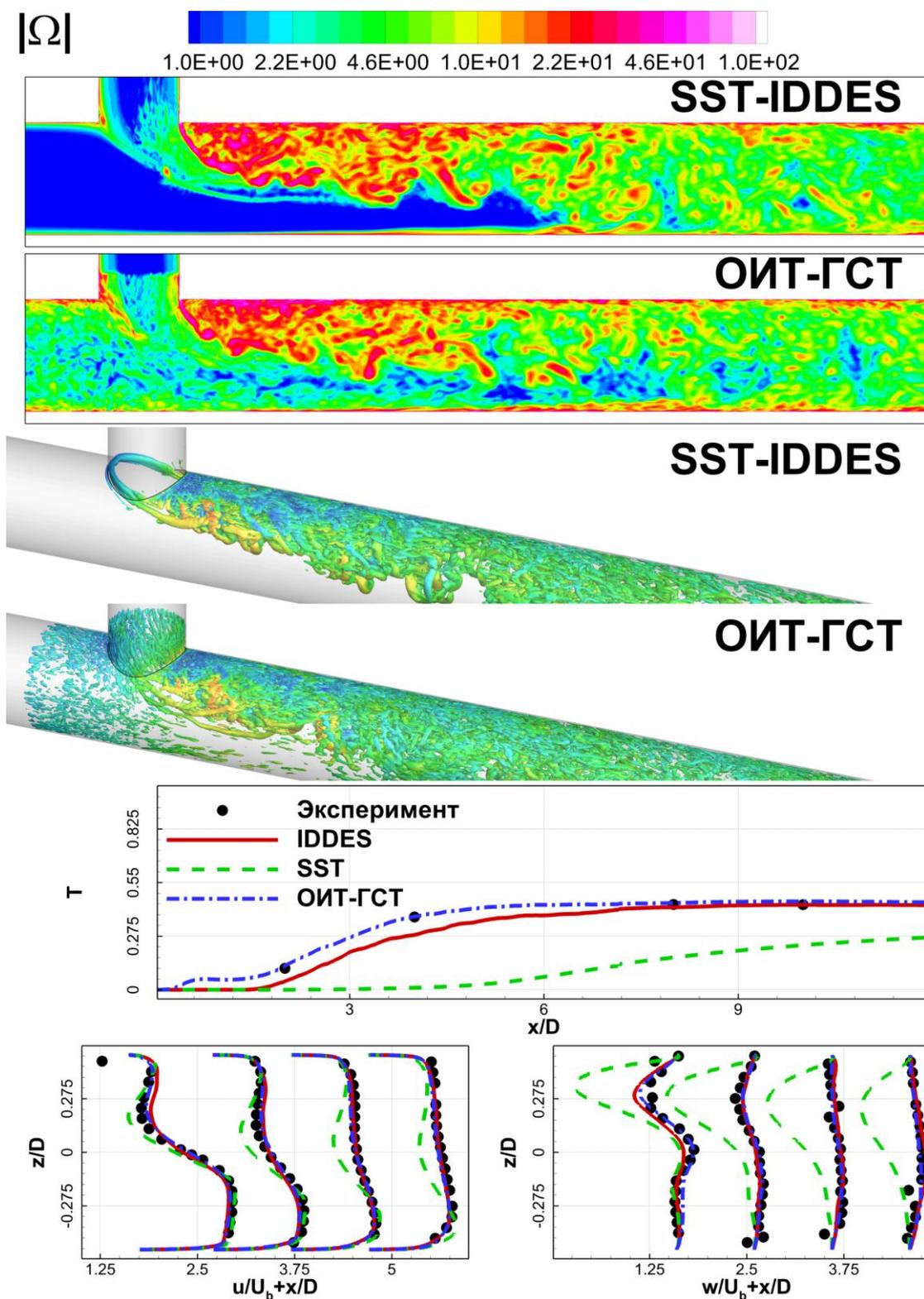


Рис. 5.6. Результаты расчетов задачи о течении в T-образном соединении двух труб. Профили средней скорости приведены в сечениях $x/D_{\text{верт}} = 1.6, 2.6, 3.6, 4.6$

Заключение

Основные результаты настоящей работы состоят в следующем.

1. Разработан зонный RANS-LES подход для расчета пристенных турбулентных течений, основными новыми элементами которого являются:
 - Новый гибкий и эффективный метод создания турбулентных пульсаций в произвольной области потока, базирующийся на идее добавления в уравнения переноса импульса и кинетической энергии турбулентности нестационарных объемных источников.
 - Новая версия SST-IDDES подхода для описания течения в LES подобласти зонных RANS-LES методов, превосходящая по надежности первоначальную версию и не уступающая ей по точности.
2. Разработанный метод успешно внедрен в код общего назначения ANSYS-FLUENT, что подтверждает возможность его применения в различных, в том числе, коммерческих CFD кодах.
3. С помощью разработанного зонного подхода выполнены расчеты ряда канонических и сложных (с отрывом потока от гладкой поверхности и последующим присоединением) турбулентных течений, направленные на оценку эффективности и точности его новых элементов и на комплексное тестирование метода. Полученные при этом результаты позволяют сделать следующие выводы:
 - Разработанный метод создания турбулентного контента обеспечивает существенно более высокую точность расчета, чем единственный известный аналог – метод вихрей, реализованный в настоящее время в коде ANSYS-FLUENT.
 - Разработанный зонный подход существенно превосходит по технологичности зонные методы, базирующиеся на создании турбулентного контента на входе в LES подобласть путем задания синтетической турбулентности на ее входной границе, и не уступает по точности лучшим из методов такого типа.

Список цитируемых источников

1. Frohlich J., Von Terzi D. Hybrid LES/RANS Methods for the Simulation of Turbulent Flows // Progress in Aerospace Sciences. 2008. Vol. 44, № 5. P. 349–377.
2. Sagaut P., Deck S., Terracol M. Multiscale and Multiresolution Approaches in Turbulence. 2006.
3. Quemere P., Sagaut P. Zonal multi-domain RANS/LES simulations of turbulent flows // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 2002. Vol. 40. P. 903–925.
4. Schluter J.U. et al. A Framework for Coupling Reynolds-Averaged With Large-Eddy Simulations for Gas Turbine Applications // Transactions of the ASME. 2005. Vol. 127. P. 806–815.
5. von Terzi D.A., Frohlich J. Coupling conditions for LES with downstream RANS for prediction of incompressible turbulent flows // 5th Int. Symp. on Turbulence and Shear Flow Phenomena / ed. Friedrich R. et al. 2007. P. 765–770.
6. von Terzi D.A., Frohlich J. Segregated coupling of large-eddy simulations with downstream Reynolds-Averaged Navier–Stokes calculations // Computers & Fluids. 2010. Vol. 39, № 8. P. 1314–1331.
7. von Terzi D.A., Rodi W., Frohlich J. Scrutinizing velocity and pressure coupling conditions for LES with downstream RANS calculations // Advances in Hybrid RANS-LES Modelling / ed. Peng S.-H., Haase W. 2008.
8. von Terzi D.A. et al. High-accuracy DNS and LES of high Reynolds number, supersonic base flows and passive control of the near wake // High Performance Computing Modernization Program: Proceedings of the User Group Conference. 2005.
9. Cokljat D. et al. Embedded LES Methodology for General-Purpose CFD Solvers // 6th International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena. 2009. P. 1191–1196.
10. von Terzi D., Mary I., Frohlich J. Segregated LES/RANS Coupling Conditions for the Simulation of Complex Turbulent Flows // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. 2009. Vol. 104. P. 231–252.
11. Lund T.S., Wu X., Squires K.D. Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations // Journal of Computational Physics. 1998. Vol. 140, № 2. P. 233–258.
12. Wu X., Squires K.D. Numerical investigation of the turbulent boundary layer over a bump // Journal of Fluid Mechanics. 1998. Vol. 362. P. 229–271.
13. Schlatter P. et al. Simulations of spatially evolving turbulent boundary layers up to $Re\theta = 4300$ // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2010. Vol. 31, № 3. P. 251–261.
14. Sagaut P. et al. Turbulent inflow conditions for Large-Eddy-Simulation of compressible wall-bounded flows // AIAA Journal. 2004. Vol. 42, № 3. P. 469–477.

15. Stolz S., Adams N. Large-eddy simulation of high-Reynolds-number super-sonic boundary layers using the approximate deconvolution model and a rescaling and recycling technique // *Physics of Fluids*. 2003. Vol. 15, № 8. P. 2398–2412.
16. Xu S., Martin M.P. Assessment of inflow boundary conditions for compressible turbulent boundary layers // *Physics of Fluids*. 2004. Vol. 16, № 7. P. 2623–2639.
17. Bohr E. Inflow Generation Techniques for Large Eddy Simulation of Turbulent Boundary Layers. Rensselaer Polytechnic Institute, 2005. P. 1–102.
18. Jewkes J. An Improved Turbulent Boundary Layer Inflow Condition, Applied to the Simulation of Jets in Cross-Flow. University of Warwick, 2008. P. 1–193.
19. Ferrante A., Elghobashi S.E. A robust method for generating inflow conditions for direct simulations of spatially-developing turbulent boundary layers // *J. Comput. Phys.* 2004. Vol. 198, № 1. P. 372–387.
20. Araya G. et al. A dynamic multi-scale approach for turbulent inflow boundary conditions in spatially developing flows // *Journal of Fluid Mechanics*. 2011. Vol. 670. P. 581–605.
21. Araya J. DNS of Turbulent Wall Bounded Flows with a Passive Scalar. Rensselaer Polytechnic Institute, 2008. P. 1–191.
22. Spalart P., Strelets M., Travin A. Direct numerical simulation of large-eddy-break-up devices in a boundary layer // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2006. Vol. 27, № 5. P. 902–910.
23. Shur M. et al. A Rapid and Accurate Switch from RANS to LES in Boundary Layers Using an Overlap Region // *Flow Turbulence Combust.* 2011. Vol. 86. P. 179–206.
24. Kaltenbach H.-J. et al. Study of flow in a planar asymmetric diffuser using large-eddy simulation // *J. Fluid Mech.* 1999. Vol. 390. P. 151–185.
25. von Terzi D., Schneider H., Bauer H. The Impact of Secondary Mean Vortices on Turbulent Separation in 3D Diffusers // *High Performance Computing in Science and Engineering'10* / ed. Nagel W., Kroner D., Resch M. 2010. P. 339–352.
26. Tessicini F., Li N., Leschziner M. Large-eddy simulation of three-dimensional flow around a hill-shaped obstruction with a zonal near-wall approximation // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2007. Vol. 28, № 5. P. 894–908.
27. Avdis A., Lardeau S., Leschziner M. Large Eddy Simulation of Separated Flow over a Two-dimensional Hump with and without Control by Means of a Synthetic Slot-jet // *Flow Turbul. Combust.* 2009. Vol. 83. P. 343–370.
28. Schluter J., Moin P., Pitsch H. Large-Eddy Simulation Inflow Conditions for Coupling with Reynolds-Averaged Flow Solvers // *AIAA Journal*. 2004. Vol. 42, № 3. P. 478–484.
29. Kraichnan R.H. Diffusion by a random velocity field // *Phys. of Fluids*. 1969. Vol. 13, № 1. P. 22–31.
30. Fung J.C.H. et al. Kinematic simulation of homogeneous turbulence by unsteady random Fourier modes // *Journal of Fluid Mechanics*. 1992. Vol. 236. P. 281–318.
31. Nicolleau F., Yu G., Vassilicos J.C. Kinematic simulation for stably stratified and rotating turbulence // *Fluid Dynamics Research*. 2008. Vol. 40. P. 68–93.
32. Cambon C. et al. Turbulent diffusion in rapidly rotating flows with and without stable stratification // *Journal of Fluid Mechanics*. 2004. Vol. 499. P. 231–255.

33. Clark N.R., Vassilicos J.C. Kinematic Simulation of Fully Developed Turbulent Channel Flow // *Flow, Turbulence and Combustion*. 2010. Vol. 86, № 2. P. 263–293.
34. Rogallo R.S. Numerical experiments in homogeneous turbulence // NASA, TM-81315. 1981.
35. Lee S., Lele S., Moin P. Simulation of spatially evolving turbulence and the application of Taylor's hypothesis in compressible flow // *Physics of Fluids*. 1992. Vol. 4. P. 1521–1530.
36. Le H., Moin P., Kim J. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step // *Journal of Fluid Mechanics*. 1997. Vol. 330. P. 349–374.
37. Batten P., Goldberg U., Chakravarthy S. Interfacing statistical turbulence closures with large-eddy simulation // *AIAA Journal*. 2004. Vol. 42, № 3. P. 485–492.
38. Smirnov A., Shi S., Celik I. Random flow generation technique for large eddy simulations and particle-dynamics modeling // *ASME J. Fluids Eng.* 2001. Vol. 123. P. 359–371.
39. Kornev N. V., Tkatchenko I. V., Hassel E. A simple clipping procedure for the dynamic mixed model based on Taylor series approximation // *Communications in Numerical Methods in Engineering*. 2005. Vol. 22, № 1. P. 55–61.
40. Kornev N. et al. Synthesis of artificial turbulent fields with prescribed second-order statistics using the random-spot method // *Proc. Appl. Math. Mech.* 7. 2007. P. 2100047–2100048.
41. Kornev N., Hassel E. Method of random spots for generation of synthetic inhomogeneous turbulent fields with prescribed autocorrelation functions // *Communications in Numerical Methods in Engineering*. 2007. Vol. 23. P. 35–43.
42. Kornev N., Kroger H., Hassel E. Synthesis of homogeneous anisotropic turbulent fields with prescribed second-order statistics by the random spots method // *Communications in Numerical Methods in Engineering*. 2007. Vol. 24, № 10. P. 875–877.
43. Kornev N. et al. Development and implementation of inflow generator for LES and DNS applications in OpenFoam // *Open Source CFD international conference*. 2009.
44. di Mare L. et al. Synthetic turbulence inflow conditions for large-eddy simulation // *Physics of Fluids*. 2006. Vol. 18, № 2. P. 025107.
45. Kempf A., Klein M., Janicka J. Efficient Generation of Initial- and Inflow-Conditions for Transient Turbulent Flows in Arbitrary Geometries // *Flow, Turbulence and Combustion formerly: Applied Scientific Research*. 2005. Vol. 74, № 1. P. 67–84.
46. Klein M., Sadiki A., Janicka J. A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations // *Journal of Computational Physics*. 2003. Vol. 186, № 2. P. 652–665.
47. Veloudis I. et al. Novel implementation and assessment of a digital filter based approach for the generation of LES inlet conditions // *Flow, Turbulence and Combustion*. 2007. Vol. 79. P. 1–24.
48. Wu X., Squires K.D. Prediction of the three-dimensional turbulent boundary layer over a swept bump // *AIAA Journal*. 1998. Vol. 36, № 4. P. 505–514.

49. Jarrin N. et al. A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2006. Vol. 27, № 4. P. 585–593.
50. Jarrin N. et al. Reconstruction of turbulent fluctuations for hybrid RANS/LES simulations using a Synthetic-Eddy Method // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2009. Vol. 30. P. 435–442.
51. Jarrin N. Synthetic inflow boundary conditions for the numerical simulation of turbulence. University of Manchester, 2008.
52. Subbareddy P. et al. A synthetic inflow generation method using the attached eddy hypothesis // *24th Applied Aero- dynamics Conference*. 2006. P. 1–18.
53. Sandham N.D., Yao Y.F., Lawal A.A. Large-eddy simulation of transonic turbulent flow over a bump // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2003. Vol. 24. P. 584–595.
54. Pamiès M. et al. Generation of synthetic turbulent inflow data for large eddy simulation of spatially evolving wall-bounded flows // *Physics of Fluids*. 2009. Vol. 21, № 4.
55. Spille-Kohoff A., Kaltenbach H.-J. Generation of turbulent inflow data with a prescribed shear-stress profile // *DNS/LES - Progress and Challenges, Proc. of the third AFOSR International Conference on DNS/LES / ed. Liu C., Sakell L., Beutner T.* 2001. P. 319–326.
56. Keating A. et al. A priori and a posteriori tests of inflow conditions for large-eddy simulation // *Physics of Fluids*. 2004. Vol. 16, № 12. P. 4696–4712.
57. Keating A., De Prisco G., Piomelli U. Interface conditions for hybrid RANS/LES calculations // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2006. Vol. 27. P. 777–788.
58. De Prisco G., Piomelli U., Keating A. Improved turbulence generation techniques for hybrid RANS/LES calculations // *Journal of Turbulence*. 2008. Vol. 9, № 5. P. 1–20.
59. Roidl B., Meinke M., Schroder W. Numerical Investigation of Shock Wave Boundary-Layer Interaction Using a Zonal RANS-LES Ansatz // *High Performance Computing in Science and Engineering 10 / ed. Nagel W.E., Kröner D.B., Resch M.M.* 2010. P. 369–383.
60. Zhang Q., Schroder W., Meinke M. A zonal RANS-LES method to determine the flow over a high-lift configuration // *Computers & Fluids*. 2010. Vol. 39. P. 1241–1253.
61. de Laage de Meux B., Audebert B., Manceau R. Anisotropic linear forcing for synthetic turbulence generation in hybrid RANS/LES modelling // *Proc. 9th ERCOFTAC Int. Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements, Thessaloniki, Greece*. 2012. P. 1–6.
62. Adamian D.Y., Travin A.K. Improved version of the synthetic eddy method for setting nonstationary inflow boundary conditions in calculating turbulent flows // *High Temperature*. 2011. Vol. 49, № 5. P. 704–711.
63. Adamian D., Travin A. An Efficient Generator of Synthetic Turbulence at RANS-LES Interface in Embedded LES of Wall-Bounded and Free Shear Flows // *ICCFD6*. 2010. P. 1–6.

64. Адамьян Д.Ю., Травин А.К. Усовершенствованный метод генерации синтетических вихрей для задания нестационарных входных граничных условий при расчете турбулентных течений // Теплофизика Высоких Температур. 2011. Vol. 49, № 5. P. 728–736.
65. Адамьян Д.Ю., Стрелец М.Х., Травин А.К. Эффективный метод генерации синтетической турбулентности на входных границах LES области в рамках комбинированных RANS-LES подходов к расчету турбулентных течений // Математическое моделирование. 2011. Vol. 23, № 7. P. 3–20.
66. Адамьян Д.Ю. Метод генерации синтетической турбулентности на входных границах расчетной области для вихреразрешающих подходов к моделированию турбулентности. Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 2011. P. 1–139.
67. Mathey F. Aerodynamic noise simulation of the flow past an airfoil trailing-edge using a hybrid zonal RANS-LES // Computers & Fluids. 2008. Vol. 37. P. 836–843.
68. Mathey F., Cokljat D. RANS-LES inlet boundary condition for aerodynamic and aeroacoustic applications // Heat and Mass Transfer. 2002.
69. Mathey F. et al. Assessment of the vortex method for Large Eddy Simulation inlet conditions // Progress in Computational Fluid Dynamics. 2006. Vol. 6. P. 58–67.
70. Mathey F. et al. Specification of LES Inlet Boundary Condition Using Vortex Method // 4th International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer, Antalya. 2003.
71. Wilcox D.C. Turbulence modeling for CFD. DCW industries La Canada, CA, 2006. Vol. 2.
72. Patel V.C., Rodi W., Scheuerer G. Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows: A Review // AIAA Journal. 1985. Vol. 23, № 9. P. 1308–1319.
73. Rodi W., Scheuerer G. Scrutinizing the k-ε Turbulence Model under Adverse Pressure Gradient Conditions // Transactions of the ASME. 1986. Vol. 108, № 6. P. 174–179.
74. Wilcox D.C. Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models // AIAA Journal. 1988. Vol. 26, № 11. P. 1299–1310.
75. Wilcox D.C. Comparison of Two-Equation Turbulence Models for Boundary Layers with Pressure Gradient // AIAA Journal. 1993. Vol. 31, № 8. P. 1414–1421.
76. Saffman P.G. A Model for Inhomogeneous Turbulent Flow // Proc. Roy. Soc. A317. 1970. P. 417–433.
77. Saffman P.G., Wilcox D.C. Turbulence-Model Predictions for Turbulent Boundary Layers // AIAA Journal. 1974. Vol. 12, № 4. P. 541–546.
78. Wilcox D.C., Traci R.M. A Complete Model of Turbulence // AIAA Paper. 1976. Vol. 1976-351.
79. Wilcox D.C., Rubesin M.W. Progress in Turbulence Modeling for Complex Flow Fields Including Effects of Compressibility // NASA TP-1517. 1980.
80. Wilcox D.C., Alber I.E. A Turbulence Model for High Speed Flows // Proc. of the 1972 Heat Trans. & Fluid Mech. Inst. 1972. P. 231–252.

81. Menter F.R. Zonal two equation k-w turbulence models for aerodynamic flows // AIAA Paper. 1993. Vol. 1993-2906.
82. Menter F.R. Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. 1994. Vol. 32, № 8. P. 1598–1605.
83. Bradshaw P., Ferris D.H., Atwell N.P. Calculation of Boundary Layer Development Using the Turbulent Energy Equation // J. Fluid Mech. 1967. Vol. 28. P. 593–616.
84. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten Years of Experience with the SST Turbulence Model // 4th International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer, Antalya Turbulence, Heat and Mass Transfer. 2003. P. 625–632.
85. Гарбарук А.В. Современные полуэмпирические модели турбулентности для пристенных течений: тестирование и сравнительный анализ. 1999. P. 1–184.
86. Стрелец М.Х., Травин А.К., Шур М.Л. Сравнение возможностей дифференциальных моделей турбулентности с одним и двумя уравнениями при расчете течений с отрывом и присоединением. Течение в каналах с обратным уступом // Теплофизика Высоких Температур. 1996. Vol. 34, № 5. P. 724–736.
87. Стрелец М.Х., Травин А.К., Шур М.Л. Сравнение возможностей дифференциальных моделей турбулентности с одним и двумя уравнениями при расчете течений с отрывом и присоединением. Трансзвуковое обтекание профиля // Теплофизика Высоких Температур. 1997. Vol. 35, № 2. P. 301–313.
88. Bardina J.E., Huang P.G., Coakley T.J. Turbulence modeling validation // AIAA Paper. 1997. Vol. 1997-2121.
89. Грицкевич М.С. Исследование возможностей современных моделей турбулентности для расчета взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем при гиперзвуковых режимах течения. 2009. P. 1–92.
90. Gritskevich M.S., Smirnov P.E. Evaluation of Shear Stress Transport Turbulence Model for Flows with Shock Wave / Turbulent Boundary Layer Interaction // 27th International Symposium on Shock Waves (ISSW27). 2009.
91. Piomelli U. Wall-layer models for large-eddy simulations // Progress in Aerospace Sciences. 2008. Vol. 44. P. 437–446.
92. Mockett C. A comprehensive study of detached-eddy simulation. 2008.
93. Spalart P.R. Detached eddy simulation // Annu. Rev. Fluid Mech. 2009. Vol. 41. P. 181–202.
94. Ha Minh H., Kourta A. Semi-Deterministic Turbulence Modelling for Flows Dominated by Strong Organized Structures // 9th Turbulent Shear Flows Symposium. 1993.
95. Ha Minh H. La modelisation statistique de la turbulence: ses capacites et ses limitations // Comptes-Rendus de l'Academie des Sciences de Paris. 1999. Vol. 327. P. 343–358.
96. Braza M. The Direct Numerical Simulation at the Service of Turbulence Modelling Methodologies for Unsteady Aerodynamic Flows // ECCOMAS 2000. 2000.

97. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. 2008. P. 1–370.
98. Bastin F., Lafon P., Candel S. Computation of jet mixing noise due to coherent structures: the plane jet // *Journal of Fluid Mechanics*. 1997. Vol. 335. P. 261–304.
99. Depres D. Analyse physique et modelisation des instationnarites dans les ecoulements d'arriere-corps transoniques. Universite de la Mediterranee Aix-Marseille, 2003.
100. Kourta A. Computation of vortex shedding in rocket motors using time-dependent turbulence model // *AIAA Journal*. 1999. Vol. 15, № 3. P. 390–400.
101. Girimaji S., Jeong E., Srinivasan R. Partially-Averaged Navier-Stokes Method for Turbulence: Fixed Point Analysis and Comparison With Unsteady Partially Averaged Navier-Stokes // *ASME Journal of Applied Mechanics*. 2006. Vol. 73, № 3. P. 422–429.
102. Girimaji S. Partially-Averaged Navier-Stokes Model for Turbulence: A Reynolds-Averaged Navier-Stokes to Direct Numerical Simulation Bridging Method // *ASME Journal of Applied Mechanics*. 2006. Vol. 73, № 3. P. 413–421.
103. Davidson L., Peng S.-H. Embedded LES Using PANS // *AIAA Paper*. 2011. Vol. 2011-3108.
104. Ma J. et al. A Low Reynolds Number Variant of Partially-Averaged Navier-Stokes Model for Turbulence // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2011. Vol. 32. P. 652–669.
105. Menter F., Kuntz M., Bender R. A Scale-Adaptive Simulation Model for Turbulent Flow Predictions // *AIAA Paper*. 2003. Vol. 2003-0767.
106. Egorov Y. et al. The Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Turbulent Flow Predictions. Part 2: Application to Complex Flows // *Flow Turbulence and Combustion*. 2010. Vol. 85, № 1. P. 139–165.
107. Menter F.R., Egorov Y. The Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Turbulent Flow Predictions. Part 1: Theory and Model Description // *Flow Turbulence and Combustion*. 2010. Vol. 85, № 1. P. 113–138.
108. Menter F.R., Kuntz M. Adaptation of eddy-viscosity turbulence models to unsteady separated flow behind vehicles // *Symposium on “the aerodynamics of heavy vehicles: trucks, buses and trains.”* Monterey, USA, 2-6 Dec. 2002. 2004.
109. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 2003. P. 1–840.
110. Menter F.R., Egorov Y. Re-visiting the turbulent scale equation // *IUTAM Symposium on One Hundred Years of Boundary Layer Research: Proceedings of the IUTAM Symposium held at DLR / ed. Meier G.E.A., Sreenivasan K.R.* 2004.
111. Menter F.R., Egorov Y., Rusch D. Steady and unsteady flow modelling using the k - kl model // *Turbulence, Heat and Mass Transfer 5 / ed. Hanjalic K., Nagano Y., Jakirlic S.* 2006. P. 403–405.
112. Menter F.R., Egorov Y. SAS turbulence modeling of technical flows // *Direct and Large-Eddy Simulation VI / ed. Lamballais E. et al.* 2006. P. 687–694.
113. Menter F., Egorov Y. A Scale-Adaptive Simulation Model using Two- Equation Models // *AIAA Paper*. 2005. Vol. 2005-1095.

114. Kniesner B. et al. Wall treatment in LES by RANS models: method development and application to aerodynamic flows and swirl combustors // ERCOFTAC Bulletin. 2007. Vol. 72. P. 33–40.
115. Davidson L. Evaluation of the SST-SAS Model: Channel Flow, Asymmetric Diffuser, and Axi-Symmetric Hills // ECCOMAS 2006. 2006.
116. Menter F.R. et al. Scale-Adaptive Simulation with Artificial Forcing // Progress in Hybrid RANS-LES Modelling. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. 2010. Vol. 111. P. 235–246.
117. Travin A. et al. On URANS solutions with LES-like behaviour // ECCOMAS 2004. 2004. P. 1–20.
118. Comte-Bellot G., Corrsin S. The use of a contraction to improve the isotropy of grid-generated turbulence // J. Fluid Mech. 1966. Vol. 25. P. 657–682.
119. Comte-Bellot G., Corrsin S. Simple Eulerian time correlation of full- and narrow-band velocity signals in grid-generated “isotropic” turbulence // J. Fluid Mech. 1971. Vol. 48. P. 273–337.
120. Speziale C. Turbulence Modeling for Time-Dependant RANS and VLES: A Review // AIAA Paper. 1997. Vol. 1997-2051.
121. Speziale C.G. Turbulence modeling for time-dependent RANS and VLES: a review // AIAA Journal. 1998. Vol. 36, № 2. P. 173 –184.
122. Sandberg R., Fasel H. Application of a new Flow Simulation Method- ology for Supersonic Axisymmetric Wakes // AIAA Paper. 2004. Vol. 2004-0067.
123. Zhang H., Bachman C., Fasel H. Application of a new methodology for simulations of complex turbulent flows // AIAA Paper. 2000. Vol. 2000-2535.
124. Fasel H., Seidel J., Wernz S. A methodology for simulation of complex turbulent flows // Journal of Fluids Engineering. 2002. Vol. 124. P. 933–942.
125. Hussaini M.Y. et al. Development of a continuous model for simulation of turbulent flows // J. Appl. Mech. 2006. Vol. 73. P. 441–448.
126. Fasel H.F., von Terzi D.A., Sandberg R.D. A methodology for simulating compressible turbulent flows // J. Appl. Mech. 2006. Vol. 73. P. 405–412.
127. Speziale. C.G. A combined large-eddy simulation and time-dependent RANS capability for high- speed compressible flows // Journal of Scientific Computing. 1998. Vol. 13, № 3. P. 253–274.
128. Magnient J.C. Simulation des grandes echelles (SGE) d’écoulements de fluide quasi incompressibles. Universite de Paris Sud, 2001.
129. Sivasubramanian J. et al. Numerical investigation of transitional supersonic base flows with flow control // J. Spacecraft Rockets. 2007. Vol. 44, № 5. P. 1021–1028.
130. Travin A. et al. Detached-eddy simulations past a circular cylinder // Flow, Turbulence and Combustion. 1999. Vol. 63, № 1. P. 293–313.
131. Spalart P.R. et al. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach // Proceedings of first AFOSR international conference on DND/LES. 1997. P. 1–11.
132. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // AIAA Paper. 1992. Vol. 92-0439.

133. Smagorinsky J. General Circulation Experiments with the Primitive Equations // Monthly Weather Review. 1963. Vol. 91. P. 99–165.
134. Haase W. et al. FLOMANIA – A European Initiative on Flow Physics Modelling, Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design Volume 94. 2006.
135. Mockett C., Bunge U., Thiele F. Turbulence modelling in application to the vortex shedding of stalled airfoils // Engineering Turbulence Modelling and Experiments 6 / ed. Rodi W., Mulas M. 2005. P. 617–626.
136. Shur M. et al. Detached-eddy simulation of an airfoil at high angle of attack // 4th Int. Symposium on Eng. Turb. Modelling and Measurements. 1999.
137. Strelets M. Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows // AIAA Paper. 2001. Vol. 2001-0879. P. 1–18.
138. Allen R., Mendonca F., Kirkham D. RANS and DES turbulence model predictions of noise on the M219 cavity at $M = 0.85$ // Int. J. Aeroacoust. 2005. Vol. 4. P. 135–151.
139. Hamed A., Basu D., Das K. Detached eddy simulation of supersonic flow over cavity // AIAA Paper. 2003. Vol. 2003-0549.
140. Langtry R.B., Spalart P.R. Detached-eddy simulation of a nose landing-gear cavity // IUTAM Symposium on “Unsteady Separated Flows and Their Control”. 2007.
141. Mendonca F. et al. CFD prediction of narrowband and broadband cavity acoustics at $M = 0.85$ // AIAA Paper. 2003. Vol. 2003-3303.
142. Shieh C.M., Morris P.J. Comparison of two- and three-dimensional cavity flows // AIAA Paper. 2001. Vol. 2001-0511.
143. Kapadia S., Roy S., Wurtzler K. Detached-eddy simulation over a reference Ahmed car model // AIAA Paper. 2003. Vol. 2003-0857.
144. Maddox S. et al. Detached-eddy simulation of the ground transportation system // The Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Buses, and Trains / ed. McCallen R., Browand F., Ross J. 2004. P. 89–104.
145. Roy C.J. et al. Unsteady turbulent flow simulations of the base of a generic tractor/trailer // AIAA Paper. 2004. Vol. 2004-2255.
146. Spalart P.R., Squires K.D. The status of detached-eddy simulation for bluff bodies // The Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Buses, and Trains / ed. McCallen R., Browand F., Ross J. 2004. P. 29–45.
147. Sreenivas K. et al. Aerodynamic simulation of heavy trucks with rotating wheels // AIAA Paper. 2006. Vol. 2006-1394.
148. Hedges L.S., Travin A., Spalart P.R. Detached-eddy simulations over a simplified landing gear // J. Fluids Eng. 2002. Vol. 124. P. 413–423.
149. Morton S.A., Cummings R.M., Kholodar D.B. High resolution turbulence treatment of F/A-18 tail buffet // AIAA Paper. 2004. Vol. 2004-1676.
150. Fu S. et al. Simulation of wing-body junction flows with hybrid RANS/LES methods // Int. J. Heat Fluid Flow. 2007. Vol. 28. P. 1379–1390.
151. Cummings R.M., Morton S.A., Forsythe J.R. Detached-eddy simulation of slat and flap aerodynamics for a high-lift wing // AIAA Paper. 2004. Vol. 2004-1233.

152. Trapier S., Deck S., Duveau P. Delayed detached-eddy simulation and analysis of supersonic inlet buzz // *AIAA Journal*. 2008. Vol. 46. P. 118–131.
153. Forsythe J.R., Strang W.Z., Squires K.D. Six degree of freedom computation of the F-15E entering a spin // *AIAA Paper*. 2006. Vol. 2006-0858.
154. Krishnan V., Squires K.D., Forsythe J.R. Prediction of separated flow characteristics over a hump using RANS and DES // *AIAA Paper*. 2004. Vol. 2004-2224.
155. Spalart P.R. et al. Simulation of active flow control on a stalled airfoil // *Flow Turbul. Combust.* 2003. Vol. 71. P. 361–373.
156. Deck S., Thorigny P. Unsteadiness of an axisymmetric separating-reattaching flow // *Phys. Fluids*. 2007. Vol. 19, № 065103.
157. Forsythe J.R., Hoffmann K.A., Squires K.D. Detached-eddy simulation with compressibility corrections applied to a supersonic axisymmetric base flow // *AIAA Paper*. 2002. Vol. 2002-0586.
158. Edge B.A., Trujillo M.F., Paterson E.G. Modeling of cavitation inception in high-Reynolds number circular jets using detached-eddy simulation // *26th Symp. Naval Hydrodyn.* 2006.
159. Wilson R.P. et al. Detached Eddy Simulation of a surface mounted cube at high Reynolds number // *ASME Joint U.S. Eur. Fluids Eng.* 2006.
160. Mockett C. et al. Demonstration of improved DES methods for generic and industrial applications // *Advances in Hybrid RANS-LES Modelling* / ed. Peng S.H., Haase W. 2008. P. 222–231.
161. Greschner B. et al. Prediction of sound generated by a rod-airfoil configuration using EASM DES and the generalised Lighthill/FW-H analogy // *Comp. Fluids*. 2008. Vol. 37. P. 402–413.
162. Haase W., Braza M., Revell A. DESider – A European Effort on Hybrid RANS-LES Modelling, Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design Volume 103. 2009.
163. DeLanghe C., Merci B., Dick E. Very large eddy simulation and RNG turbulence models // *AIAA Paper*. 2001. Vol. 2001–3041.
164. DeLanghe C., Merci B., Dick E. Hybrid RANS/LES modelling with an approximate renormalization group. I: Model development // *J. Turbulence*. 2005. Vol. 6, № 13. P. 1–18.
165. DeLanghe C. et al. Hybrid RANS/LES modelling with an approximate renormalization group. II: Applications // *J. Turbulence*. 2005. Vol. 6, № 13. P. 1–16.
166. Bush R., Mani. M. A two-equation large eddy stress model for high sub-grid shear // *AIAA Paper*. 2001. Vol. 2001-2561.
167. Kok J. et al. Extra-large eddy simulation of massively separated flows // *AIAA Paper*. 2004. Vol. 2004-264.
168. Fan T.C. et al. Validation of a hybrid Reynolds-averaged / large-eddy simulation method for simulating cavity flameholder configurations // *AIAA Paper*. 2001. Vol. 2001–2929.
169. Fan T.C. et al. Hybrid large-eddy / Reynolds-averaged Navier–Stokes simulations of shock-separated flows // *J. Spacecraft Rockets*. 2004. Vol. 41, № 6. P. 897–906.

170. Xiao X., Edwards J.R., Hassan H.A. Blending functions in hybrid Large Eddy/Reynolds- Averaged Navier-Stokes simulations // AIAA Journal. 2004. Vol. 42, № 12. P. 2508–2515.
171. Batten P., Goldberg U., Chakravarthy S. Sub-grid Turbulence Modeling for Unsteady Flow with Acoustic Resonance // AIAA Paper. 2000. Vol. 2000-0473.
172. Batten P., Goldberg U., Chakravarthy S. LNS – an approach towards embedded LES // AIAA Paper. 2002. Vol. 2002–0427. P. 1–10.
173. Yoshizawa A., Horiuti K. A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large-eddy simulation of turbulent flows // Journal of the Physical Society of Japan. 1985. Vol. 54, № 8. P. 2834–2839.
174. Spalart P.R. et al. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities // Theor. Comput. Fluid Dyn. 2006. Vol. 20, № 3. P. 181–195.
175. Deck S. Zonal detached-eddy simulation of the flow around a high-lift configuration // AIAA Journal. 2005. Vol. 43, № 11. P. 2372–2384.
176. Deck S. Numerical simulation of transonic buffet over a supercritical airfoil // AIAA Journal. 2005. Vol. 43, № 7. P. 1566–1566.
177. Simon F. et al. RANS-LES Simulations of Supersonic Base Flows // AIAA Paper. 2006. Vol. 2006-0898.
178. Deck S. et al. Numerical Simulations of Flow Induced Unsteady Loads on Flight Vehicles // RTO-MP-AVT-123 Symposium, paper 6. 2005.
179. Gritskevich M.S., Garbaruk A. V., Menter F.R. Fine-tuning of DDES and IDDES formulations to the $k-\omega$ Shear Stress Transport model // 4th European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS-4). 2011. P. 1–10.
180. Gritskevich M.S., Garbaruk A.V., Menter F.R. Fine-tuning of DDES and IDDES formulations to the $k-w$ Shear Stress Transport model // Progress in Propulsion Physics, Vol. 5 EUCASS book series. 2012. P. 43–62.
181. Gritskevich M.S. et al. Development of DDES and IDDES Formulations for the $k-\omega$ Shear Stress Transport Model // Flow Turbulence and Combustion. 2012. Vol. 88, № 3. P. 431–449.
182. Nikitin N.V. et al. An approach to wall modeling in large-eddy simulations // Physics of Fluids A. 2000. Vol. 12, № 7. P. 1629–1632.
183. Menter F., Schutze J., Gritskevich M. Global vs Zonal Approaches in Hybrid RANS-LES Turbulence Modelling // Fourth Symposium on Hybrid RANS-LES Methods, Beijing, China, 28-30 September. 2011. P. 1–15.
184. Menter F.R. et al. Scale-Resolving Simulation Techniques in Industrial CFD // AIAA Paper. 2011. Vol. 2011-3474. P. 1–12.
185. Baggett J.S. On the Feasibility of Merging LES with RANS for the Near-Wall Region of Attached Turbulent Flows // Technical report, CTR Annual Research Briefs. 1998.
186. Piomelli U. et al. The inner-outer layer interface in large-eddy simulations with wall-layer models // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2003. Vol. 24. P. 538–550.
187. Keating A., Piomelli U. A dynamic stochastic forcing method as a wall-layer model for large-eddy simulation // J Turbulence. 2006. Vol. 7, № 12. P. 1–24.

188. Hamba F. An approach to hybrid RANS/LES calculation of channel flow // *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 5* / ed. Rodi W., Fueyo N. 2003. P. 297–305.
189. Hamba F. A hybrid RANS/LES simulation of high-Reynolds-number channel flow using additional filtering at the interface // *Theoret. Comput. Fluid Dyn.* 2006. Vol. 20. P. 89–101.
190. Tessicini F., Temmerman L., Leschziner M. Approximate near-wall treatments based on zonal and hybrid RANS–LES methods for LES at high Reynolds numbers // *Int J Heat Fluid Flow.* 2006. Vol. 27. P. 789–799.
191. Radhakrishnan S., Piomelli U. Large-eddy simulation of oscillating boundary layers: model comparison and validation // *J Geophys Res.* 2008. Vol. 113, № C02022. P. 1–14.
192. Hamba F. Nonlocal analysis of the Reynolds stress in turbulent shear flow // *Phys. Fluids.* 2005. Vol. 17, № 115102. P. 1–9.
193. Temmerman L. et al. A hybrid two-layer URANS-LES approach for large eddy simulation at high Reynolds numbers // *International Journal of Heat and Fluid Flow.* 2005. Vol. 26, № 2. P. 171–190.
194. Sagaut P. *Large Eddy Simulation of Incompressible Flows.* 3rd Editio. 2006.
195. Piomelli U., Chasnov J.R. Large–Eddy Simulations: theory and applications // *Turbulence and Transition Modelling, pages* / ed. Hallback M. et al. 1996. P. 269–331.
196. Piomelli U., Balaras E. Wall-layer models for large-eddy simulations // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2002. Vol. 34. P. 349–374.
197. Schumann U. Subgrid scale model for finite difference simulations in plane channels and annuli // *J. Comp. Phys.* 1975. Vol. 18. P. 376–404.
198. Deardorff J.W. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers // *Journal of Fluid Mechanics.* 1970. Vol. 41. P. 453–480.
199. Grotzbach G. Direct numerical and large eddy simulation of turbulent channel flows // *Encyclopedia of Fluid Mechanics* / ed. Chermisinoff N.P. 1987. P. 1337–1391.
200. Piomelli U. et al. New approximate boundary conditions for large eddy simulations of wall-bounded flows // *Phys Fluids.* 1989. Vol. 1. P. 1061–1068.
201. Balaras E., Benocci C., Piomelli U. Finite–difference computations of high Reynolds number flows using the dynamic subgrid–scale model // *Theoret. Comput. Fluid Dynamics.* 1995. Vol. 7. P. 207–216.
202. Werner H., Wengle H. Large-eddy simulation of turbulent flow around a cube in a plane channel // *Selected papers from the 8th symposium on turbulent shear flows* / ed. Durst F. et al. 1993. P. 155–168.
203. Hoffman G., Benocci C. Approximate wall boundary conditions for large-eddy simulations // *Advances in turbulence V* / ed. Benzi R. 1995. P. 222–228.
204. Wang M. LES with wall models for trailing edge aeroacoustics // *Annual Research Briefs—Center for Turbulence Research.* 1999. P. 355–364.
205. Mason P.J., Callen N.S. On the magnitude of the subgrid-scale eddy coefficient in large-eddy simulations of turbulent channel flow // *J Fluid Mech.* 1986. Vol. 162. P. 439–462.

206. Moeng C.H. A large-eddy simulation model for the study of planetary boundary-layer turbulence // *J Atmos Sci*. 1984. Vol. 41. P. 2052–2062.
207. Balaras E., Benocci C. Subgrid-scale models in finite-difference simulations of complex wall bounded flows // *AGARD*. 1994. Vol. CP 551.
208. Balaras E., Benocci C., Piomelli U. Two layer approximate boundary conditions for large-eddy simulations // *AIAA Journal*. 1996. Vol. 34, № 6. P. 1111–1119.
209. Wang M., Moin P. Computation of Trailing-Edge Flow and Noise Using Large-Eddy Simulation // *AIAA Journal*. 2000. Vol. 38, № 12. P. 2201–2209.
210. Cabot W.H. Near-wall models in large-eddy simulations of flow behind a backward-facing step // *Annual research briefs - Center for Turbulence Research*. 1996. P. 199–210.
211. Diurno G.V., Balaras E., Piomelli U. Wall-layer models for LES of separated flows // *Modern simulation strategies for turbulent flows* / ed. Geurts B.J. 2001. P. 157–174.
212. Spalart P.R. Strategies for turbulence modelling and simulations // *Int. J. Heat Fluid Flow*. 2000. Vol. 21. P. 252–263.
213. Larsson J., Lien F., Yee E. The artificial buffer layer and the effects of forcing in hybrid LES/RANS // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2007. Vol. 28, № 6. P. 1443–1459.
214. Dahlstrom S., Davidson L. Hybrid RANS / LES employing Interface Condition with Turbulent Structure // *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4* / ed. Hanjalic K., Nagano Y., Tummers M. 2003. P. 689–696.
215. Davidson L., Billson M. Hybrid LES/RANS using sinsesized turbulence for forcing at the interface // *ECCOMAS 2004*. 2004.
216. Davidson L., Dahlstrom S. Hybrid RANS-LES an approach to make LES applicable at high Reynolds number // *International Journal of Computational Fluid Dynamics*. 2005. Vol. 19, № 6. P. 415–427.
217. Germano M. Properties of the hybrid RANS/LES filter // *Theoret. Comput. Fluid Dyn*. 2004. Vol. 17. P. 225–231.
218. Sanchez-Rocha M., Kirtas M., Menon S. Zonal hybrid RANS–LES method for static and oscillating airfoils and wings // *AIAA Paper*. 2006. Vol. 2006-1256.
219. Sanchez-Rocha M., Menon S. The compressible hybrid RANS/LES governing equations // *Bull Am Phys Soc*. 2007. Vol. 52, № 12. P. 172.
220. Rajamani B., Kim J. A numerical simulation of hybrid-filtered Navier–Stokes equations // *Bull Am Phys Soc*. 2007. Vol. 52, № 12. P. 172.
221. Hamba F. Log-layer mismatch and commutation error in hybrid RANS/LES simulation of channel flow // *Int J Heat Fluid Flows*. 2009. Vol. 30. P. 20–31.
222. Travin A.K. et al. Improvement of Delayed Detached-Eddy Simulation for LES with wall modelling // *ECCOMAS CFD 2006*. 2006.
223. Shur M.L. et al. A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modeled LES capabilities // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2008. Vol. 29. P. 1638–1649.
224. Hanjalic K. et al. Merging LES and RANS strategies: Zonal or seamless coupling? // *Direct and Large-Eddy Simulation V* / ed. Friedrich R., Guerts B., Metais O. 2004. P. 451–464.

225. Jakirlic S. et al. LES, Zonal and Seamless Hybrid LES/RANS: Rationale and Application to Free and WallBounded Flows involving Separation and Swirl // Numerical Simulation of Turbulent Flows and Noise Generation Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. 2009. Vol. 104. P. 253–282.
226. Lilly D.K. A proposed modification of the Germano subrid-scale closure method // Physics of Fluids. 1991. Vol. 4. P. 633–635.
227. Spalart P. Young-person's guide to detached eddy simulation grids // NASA CR-2001-211032. 2001. P. 1–23.
228. Spalart, P. R., Allmaras, S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // La Rech. Aerospaciale. 1994. Vol. 1, № 1. P. 5–21.
229. Murthy J.Y. et al. Survey of Numerical Methods // Handbook of Numerical Heat Transfer. 2nd Editio / ed. W. J. Minkowycz, Sparrow E.M., Murthy J.Y. 2006. P. 1–984.
230. Mathur S.R., Murthy J.Y. A pressure-based method for unstructured meshes // Numerical Heat Transfer. 1997. Vol. 32. P. 195–215.
231. Kim S.E. et al. A reynolds averaged Navier-Stokes solver using unstructured mesh-based finite-volume scheme // AIAA Paper. 1998. Vol. 98–0231.
232. Kim S.E. Large eddy simulation using an unstructured mesh based finite-volume solver // AIAA Paper. 2004. Vol. 2004-2548.
233. Kim S.E., Makarov B., Caraeni D. A Multidimensional Linear Reconstruction Scheme for Arbitrary Unstructured Grids // AIAA Paper. 2003. Vol. 2003-3990.
234. Kim S.E. Unstructured Mesh Based Reynolds Stress Transport Modeling of Complex Turbulent Shear Flows // AIAA Paper. 2001. Vol. 2001-0728.
235. Rhie C.M., Chow W.L. Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation // AIAA Journal. 1983. Vol. 21, № 11. P. 1525–1532.
236. Armsfield S., Street R. The Fractional-Step Method for the Navier-Stokes Equations on Staggered Grids: Accuracy of Three Variations // Journal of Computational Physics. 1999. Vol. 153. P. 660–665.
237. Dukowicz J.K., Dvinsky A.S. Approximate Factorization as a High-Order Splitting for the Implicit Incompressible Flow Equations // Journal of Computational Physics. 1992. Vol. 102. P. 336–347.
238. ANSYS Inc. ANSYS FLUENT 13.0 Theory Guide. 2009. P. 1–816.
239. Снегирев А.Ю. Высокопроизводительные вычисления в технической физике. 2009. P. 1–142.
240. Jasak H., Weller H.G., Gosman A.D. High resolution NVD differencing scheme for arbitrarily unstructured meshes // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 1999. Vol. 31. P. 431–449.
241. Van Leer B. Toward the Ultimate Conservervative Difference Scheme. V. A Second Order Sequel to Godunov's Method // Journal of Computational Physics. 1979. Vol. 32. P. 101–136.
242. Leonard B.P., Mokhtari S. ULTRA-SHARP Nonoscillatory Convection Schemes for High-Speed Steady Multidimensional Flow // NASA TM-102568. 1990. P. 1–54.

243. Vandoormaal J.P., Raithby G.D. Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows // Numer. Heat Transfer. 1984. Vol. 7. P. 147–163.
244. Patankar S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. 1980.
245. Reichardt H. Vollständige darstellung der turbulenten geschwindigkeitsverteilung in glatten leitungen // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1951. Vol. 31. P. 208–219.
246. Boyer V., Laurence D.R.P. A Shape Function Approach for High- and Low-Reynolds near-wall Turbulence Models // International Journal for Numerical Methods in Fluids. 2002. Vol. 40. P. 241–251.
247. Halleen R.M., Johnston J.P. The influence of rotation of flow in a long rectangular channel – an experimental study // Report No. MD-18. 1967.
248. Vogel J.C., Eaton J.K. Combined heat transfer and fluid dynamic measurements downstream of a backward-facing step // Journal of Heat and Mass Transfer. 1985. Vol. 107. P. 922–929.
249. Temmerman L., Leschziner M.A. Large eddy simulation of separated flow in a streamwise periodic channel constriction // Int. Symp. Turb. Shear Flow Phenomena, Stockholm, Sweden. 2001.
250. Breuer M. et al. Flow over periodic hills - Numerical and experimental study in a wide range of Reynolds numbers // Computers and Fluids. 2009. Vol. 38, № 2. P. 433–457.
251. Townsend A.A. The Structure of Turbulent Shear Flow. 1976. P. 1–429.
252. Pope. S. Turbulent Flows. Cambridge University Press, 2000.
253. Schoenherr K.E. Resistance of flat surfaces moving through a fluid // Transactions - The Society of Naval Architects and Marine Engineers. 1932. Vol. 40. P. 279–313.
254. Rumsey C.L. et al. Summary of the 2004 CFD Validation Workshop on Synthetic Jets and Turbulent Separation Control // AIAA Paper. 2004. Vol. 2004-2217. P. 1–31.
255. Greenblatt D. et al. A Separation Control CFD Validation Test Case Part 2. Zero Efflux Oscillatory Blowing // AIAA Paper. 2005. Vol. 2005-0485. P. 1–24.
256. Blake W.K. A statistical description of pressure and velocity fields the trailing edge of a flat strut // David Taylor Naval Ship R & D Center Report 4241, Bethesda. 1975.
257. Wang M., Moin P. Dynamic wall modeling for large-eddy simulation of complex turbulent flows // Physics of Fluids. 2002. Vol. 14, № 12. P. 2043–2051.
258. Odemark Y. et al. High-Cycle Thermal Fatigue in Mixing Tees: New Large-Eddy Simulations Validated Against New Data Obtained by PIV in the Vattenfall Experiment // Proceedings of the 17th International Conference on Nuclear Engineering. 2009.

Приложение А Формулировка генератора синтетической турбулентности

Генератор Синтетической Турбулентности (ГСТ) был предложен в работах [62–66] для создания турбулентного контента на входной границе LES подобласти. В соответствии с общим принципом постановки граничных условий скорость на этой границе $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ определяется следующим образом:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{U}(\mathbf{r}) + \mathbf{A} \cdot \mathbf{u}'(\mathbf{r}, t)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \sqrt{R_{11}} & 0 & 0 \\ R_{21}/a_{11} & \sqrt{R_{22} - a_{21}^2} & 0 \\ R_{31}/a_{11} & (R_{32} - a_{21}a_{31})/a_{22} & \sqrt{R_{33} - a_{31}^2 - a_{32}^2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$$

Здесь \mathbf{r} – радиус вектор, t – время, $\mathbf{U}(\mathbf{r})$ – поле средней скорости на рассматриваемой границе, предполагаемое известным из RANS решения, $\mathbf{u}'(\mathbf{r}, t)$ – поле флуктуаций скорости или поле синтетической турбулентности, \mathbf{R} – тензор рейнольдсовых напряжений, известный из RANS расчета, \mathbf{A} – разложение Холецкого для тензора рейнольдсовых напряжений.

В рамках данного метода, значение пульсаций скорости ищется в виде суперпозиции амплитудно-модулированных мод Фурье:

$$\mathbf{u}'(\mathbf{r}, t) = \sqrt{6} \sum_{n=1}^N \sqrt{q^n(\mathbf{r}, t)} \cdot \boldsymbol{\sigma}^n \cdot \cos\left(k^n \mathbf{d}^n \cdot \mathbf{r} + \varphi^n + s^n \frac{t}{\tau}\right) \quad (\text{A.2})$$

Здесь N – число мод, которое заранее неизвестно и определяется в процессе расчета; q^n – нормированная амплитуда моды, определяемая локальным энергетическим спектром турбулентности; k^n – модуль вектора волнового числа n -ой моды, который имеет случайное направление, определяемое ортом \mathbf{d}^n равномерно распределенным по сфере; $\boldsymbol{\sigma}^n$ – орт, определяющий направление n -ой моды скорости и лежащий в плоскости нормальной к орту \mathbf{d}^n ($\boldsymbol{\sigma}^n \cdot \mathbf{d}^n = 0$), при этом направление $\boldsymbol{\sigma}^n$ в данной плоскости задается углом, являющимся случайным числом равномерно распределенным в интервале $[0, 2\pi)$; φ^n – фаза n -ой моды, являющаяся случайным числом равномерно распределенным в интервале $[0, 2\pi)$;

s^n – безразмерная круговая частота n -ой моды, являющаяся случайной величиной с нормальным распределением и имеющая среднее значение и стандартное отклонение равные 2π ; τ – глобальный временной масштаб рассматриваемой задачи.

Входящие в (А.2) нормированные амплитуды мод, вычисляются с использованием модифицированного безразмерного энергетического спектра Кармана:

$$q^n(\mathbf{r}, t) = \frac{E(k^n, \mathbf{r}, t)\Delta k^n}{\sum_{k=1}^N E(k^k, \mathbf{r}, t)\Delta k^k} \quad (\text{А.3})$$

$$E(k^n, \mathbf{r}, t) = \frac{(k^n / k_e(\mathbf{r}, t))^4}{[1 + 2.4(k^n / k_e(\mathbf{r}, t))^2]^{7/6}} f_\eta(k^n, t) f_{cut}(k^n)$$

Здесь f_η и f_{cut} – эмпирические функции, предназначенные соответственно для учета изменения формы спектра при приближении к колмогоровскому волновому числу k_η и для обеспечения его быстрого падения в окрестности максимального разрешаемого на используемой сетке волнового числа k_{cut} . Выражения для этих функций имеют вид:

$$f_\eta(k^n, t) = \exp[-(12k^n / k_\eta(t))^2]$$

$$f_{cut}(k^n) = \exp\left(-\left[\frac{4 \max(k^n - 0.9k_{cut}, 0)}{k_{cut}}\right]^3\right) \quad (\text{А.4})$$

$$k_\eta(t) = 2\pi / l_\eta(t); \quad k_{cut} = 2\pi / l_{cut}; \quad l_{cut} = 2 \min\{[\max(\sqrt[3]{V}, 0.3h_{max}) + 0.1d_w], h_{max}\}$$

Здесь l_η – колмогоровский масштаб длины, соответствующий волновому числу k_η ; l_{cut} – минимально разрешаемая на сетке длина волны, соответствующая волновому числу k_{cut} ; V – объем ячейки; h_{max} – максимальный шаг сетки; d_w – расстояние до ближайшей стенки.

Наконец, входящее в (А.4) волновое число k_e , при котором достигается максимум энергетического спектра, соответствует длине волны наиболее энергонесущих мод синтезированного поля флуктуаций скорости или, иными словами, размеру наиболее энергонесущих вихрей синтетической турбулентности l_e , которое определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} k_e(\mathbf{r}, t) &= 2\pi / l_e(\mathbf{r}, t) \\ l_e(\mathbf{r}, t) &= \min(2d_w, 3l_t) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Здесь l_t масштаб турбулентных вихрей, взятый из используемой в расчете RANS модели турбулентности. Набор векторов волновых чисел, используемых в генераторе турбулентности (A.5), является общим для всего входного сечения LES, причем их модули задаются по закону геометрической прогрессии

$$\begin{aligned} k^n &= k^{\min} \cdot (1 + \alpha)^{n-1} \\ n &= 1 \div N \\ \alpha &= 0.01 \div 0.05 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

При этом минимальное волновое число k^{\min} определяется через волновое число k_e^{\min} , соответствующее максимальному по всему рассматриваемому сечению значению величины l_e , с помощью эмпирического соотношения

$$\begin{aligned} k^{\min} &= 0.5k_e^{\min} \\ k_e^{\min} &= 2\pi / l_e^{\max} \\ l_e^{\max} &= \max_{\mathbf{r}} \{l_e(\mathbf{r})\} \\ k_{\max} &= 1.5 \max_{\mathbf{r}} \{k_{cut}(\mathbf{r})\} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Число мод N определяется как максимальное целое число, для которого k^N , рассчитанное по (A.2), не превышает величины k_{\max} .

Для окончательной формулировки алгоритма генерации турбулентности необходимо определить входящий в (A.2) временной масштаб τ . Этот масштаб в работе [65] рассчитывается по величине l_e^{\max} и характерному значению скорости во входном сечении U , определяемому через среднерасходную скорость:

$$\tau = 2l_e^{\max} / U \quad (\text{A.8})$$

Как отмечается в работе [65], в сочетании с локальным определением масштаба энергонесущих вихрей l_e , такой выбор масштаба времени позволяет генерировать близкие к реальным по форме (вытянутые вдоль по потоку в пристеночной части и практически изотропные во внешней области пограничного слоя) турбулентные структуры.

В работе [65] приведен двустадийный способ применения метода ГСТ в рамках зонных RANS-LES подходов. В данном подходе на первой стадии

производится RANS расчет течения во всей области. Далее на второй стадии производится расчет в LES подобласти, при этом в качестве граничных условий на входной границе используется поле скорости полученное при помощи соотношения (A.1).

Следует отметить, что в случае использования в расчетной области моделей турбулентности k - ω типа (например, SST модели) тензор \mathbf{A} (A.1), пульсации скорости \mathbf{u}' (A.2), а также колмогоровский масштаб длины l_η (A.4) и линейный масштаб турбулентности l_t (A.5) могут быть записаны в следующем виде:

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}k_{RANS}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{2}{3}k_{RANS}} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{2}{3}k_{RANS}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

$$\mathbf{u}'(\mathbf{r}, t) = 2 \sum_{n=1}^N \sqrt{k_{RANS}(\mathbf{r}, t) \cdot q^n(\mathbf{r}, t)} \cdot \boldsymbol{\sigma}^n \cdot \cos\left(k^n \mathbf{d}^n \cdot \mathbf{r} + \varphi^n + s^n \frac{t}{\tau}\right)$$

$$l_\eta(t) = \left(\frac{\nu^3}{C_\mu \cdot k_{RANS}(t) \cdot \omega_{RANS}(t)} \right)^{1/4}; \quad l_t(t) = \frac{\sqrt{k_{RANS}(t)}}{C_\mu \omega_{RANS}(t)}$$

Здесь k_{RANS} и ω_{RANS} – кинетическая энергия турбулентности и удельная скорость диссипации, взятые из RANS решения, ν – молекулярная вязкость, а $C_\mu=0.09$ – эмпирическая константа k - ω модели турбулентности.

Приложение Б Формулировка метода вихрей с использованием объемного источника турбулентности

Метод вихрей с использованием объемного источника турбулентности (ОИТ-МВ), был предложен в работе [67]. В рамках данного метода компоненты вектора пульсации скорости \mathbf{u}'_t , лежащие в плоскости перпендикулярной направлению течения, ищутся в виде суммы вкладов «вихрей», случайным образом распределенных на входной поверхности:

$$\mathbf{u}'_t(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N \Gamma_i(\mathbf{r}, t) \eta(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|) \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \times \mathbf{z}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^2} \quad (\text{Б.1})$$

Здесь \mathbf{r} – радиус вектор; t – время; N – количество вихревых точек, содержащихся на входной поверхности; Γ_i – циркуляция скорости, индуцированная i -й вихревой точкой; η – функция, определяющая форму вихревой точки; \mathbf{r}_i – случайное положение i -й вихревой точки, обновляемое на каждом шаге по времени; \mathbf{z} – единичный вектор в направлении течения.

Циркуляция скорости Γ_i ищется в следующем виде:

$$\Gamma_i(\mathbf{r}, t) = 4 \sqrt{\frac{\pi S k(\mathbf{r}, t)}{3N(2\ln(3) - 3\ln(2))}} \quad (\text{Б.2})$$

Здесь k – кинетическая энергия турбулентности, полученная из RANS расчета, S – площадь входной поверхности. Следует отметить, что знак циркуляции в уравнении (Б.2) меняется случайным образом по истечении характерного временного масштаба $\tau = k/\varepsilon$, где ε – диссипация турбулентности, полученная из RANS расчета.

Функция η , определяющая форму «вихрей», ищется в виде модифицированной функции Гаусса:

$$\eta(|\mathbf{r}|) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \left(2 \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}|}{2\sigma^2}\right) - 1 \right) 2 \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}|}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{Б.3})$$

Здесь σ – размер вихря, вычисляемый по значениям кинетической энергии турбулентности и скорости диссипации на входе и ограниченный локальным

сеточным масштабом Δ , чтобы обеспечить принадлежность вихря разрешенным масштабам:

$$\begin{aligned} 2\sigma &= \max\left(2\Delta, C_\mu^{3/4} k^{3/2} / \varepsilon\right) \\ C_\mu &= 0.09 \end{aligned} \quad (\text{Б.4})$$

Как уже отмечалось выше, выражение (Б.1) позволяет получить флуктуации скорости только в перпендикулярной течению плоскости. Для вычисления флуктуаций скорости в направлении течения в работе [67] рассматривается упрощенная кинематическая модель, имитирующая влияние двумерного вихря на поле средней скорости в направлении течения. В рамках данной модели, скорость в направлении течения определяется выражением:

$$u'_n(\mathbf{r}, t) = -\frac{\mathbf{u}'_t(\mathbf{r}, t) \cdot \nabla(\langle \mathbf{u} \rangle \cdot \mathbf{z})}{|\nabla(\langle \mathbf{u} \rangle \cdot \mathbf{z})|} \quad (\text{Б.5})$$

Здесь $\langle \mathbf{u} \rangle$ – значение скорости, полученное при помощи интерполяции из RANS подобласти. В случае, когда модуль градиента скорости в направлении течения равняется нулю, в работе [67] предлагается использовать случайное направление.

Для задания созданных турбулентных пульсаций на входе в LES подобласть в работе [67] используется объемный источник турбулентности, записанный в виде:

$$\mathbf{S}_{F, c_0} = \langle \mathbf{u} \rangle_{f_0} \cdot \mathbf{A}_{f_0} \mathbf{u}'_{f_0} + \mathbf{u}'_{f_0} \cdot \mathbf{A}_{f_0} \langle \mathbf{u} \rangle_{f_0} + \mathbf{u}'_{f_0} \cdot \mathbf{A}_{f_0} \mathbf{u}'_{f_0} \quad (\text{Б.6})$$

Здесь \mathbf{u}' – значения пульсаций скорости, полученные с использованием уравнений (Б.1) и (Б.5), \mathbf{A}_f – вектор площади. Нижним индексом c_0 обозначаются ячейки в LES подобласти, прилегающие к RANS подобласти, а индексом f_0 обозначается грань ячейки, являющаяся общей для LES и RANS подобластей.

В случае использования данного метода в рамках зонного RANS-LES подхода расчетная область разделяется на RANS и LES подобласти и явным образом выделяется граница между RANS и LES подобластями. На прилегающих к этой границе ячейках LES подобласти в уравнения движения добавляется объемный источник (Б.6).