МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Физико-механический факультет

Кафедра гидроаэродинамики

Работа допущена к защите

Зав.кафедрой,

__________ Смирнов Е. М.

"___"_________ 2012 г.

Исследование нелинейной версии модели Спаларта-Аллмараса на примере задачи о течении в квадратном канале.

Выпускная бакалаврская работа по направлению подготовки

010600 – Прикладные математика и физика

Выполнил студент гр. 4054/1 Погребняк В.А.

Руководитель Гарбарук А.В.

Санкт-Петербург

2012

Содержание:

1. Введение.

Несмотря на достигнутый в настоящее время уровень развития компьютерных технологий, проблема численного моделирования турбулентных течений так и остается одной из наиболее актуальных проблем механики жидкостей и газов. Такие существующие подходы расчета турбулентных течений, как прямое численное моделирование(DNS) и метод моделирования крупных вихрей (LES) требуют существенных вычислительных затрат, поэтому на практике используются лишь в единичных случаях. В силу этого, удобным с практической точки зрения является подход, при котором решаются уравнения Навье-Стокса, осредненные по Рейнольдсу, и замкнутые при помощи полуэмпирических моделей турбулентности (RANS-подход) [1]. Основной проблемой при решении уравнений Рейнольдса является наличии в этих уравнениях неизвестного тензора турбулентных напряжений $\overline{u_i'u_j'}$. Именно выражение тензора турбулентных напряжений через параметры осредненного потока и называется моделью турбулентности.

В результате исследований полуэмпирических моделей турбулентности и попыток найти универсальную модель, в настоящее время накоплена весьма обширная и объективная (свободная от вычислительных ошибок и не связанная со спецификой конкретных численных реализаций) информация о возможностях различных полуэмпирических моделей турбулентности.

Большинство существующих моделей турбулентности используют гипотезу Буссинеска о пропорциональности тензора Рейнольдовых напряжений и тензора скоростей деформаций.

$$-\overline{u_i'u_j'} = \nu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}k\delta_{ij} = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3}k\delta_{ij}$$

Использование гипотезы Буссинеска приводит к упрощению уравнений Рейнольдса и повышает вычислительную устойчивость численных алгоритмов.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rho\dfrac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j\dfrac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\dfrac{\partial p}{\partial x_i} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left((\mu + \mu_t)\dfrac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) \end{cases}$$

Однако эта гипотеза не всегда верна, и ее нельзя использовать при расчете некоторых течений, таких, например, как задача об установившемся течении во вращающейся трубе или расчет свободно-конвективного пограничного слоя. Таким образом, встает вопрос о применении моделей рейнольдсовых напряжений.

На практике разделяют три вида моделей рейнольдсовых напряжений:

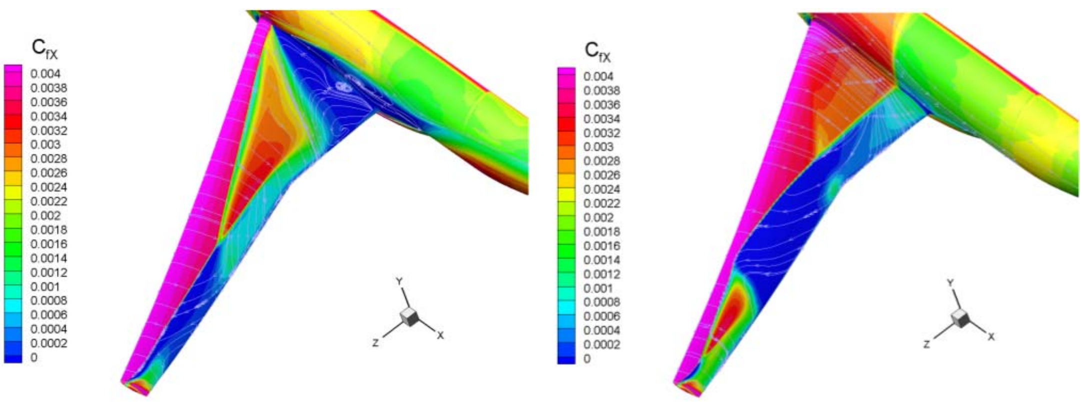
- Дифференциальные модели рейнольдсовых напряжений;
- Алгебраические модели рейнольдсовых напряжений;
- Явные алгебраические модели рейнольдсовых напряжений;

Первая работоспособная дифференциальная модель рейнольдсовых напряжений появилась в 1975 году [2] и с тех пор появились еще несколько десятков моделей. Особенностью данных моделей является решение дифференциальных уравнений для каждой из шести независимых компонент тензора рейнольдсовых напряжений и замыкание этой системы еще одним уравнением для изотропной диссипации ε или завихренности ω. Следовательно, необходимо решать семь дифференциальных уравнений для турбулентности, что требует существенных вычислительных ресурсов. Кроме того, в полученном решении может оказаться, что нормальные напряжения являются отрицательными, что неприемлемо с физической точки зрения (так называемый принцип реализуемости). Данное обстоятельство вынуждает вводить дополнительные ограничения и коррекции на решение.

Алгебраические модели рейнольдсовых напряжений содержат алгебраическую связь между рейнольдсовыми напряжениями и осредненными параметрами потока на основе гипотезы Роди [2]. Следствием из его гипотезы оказался факт, что из любой дифференциальной модели рейнольдсовых напряжений можно сделать соответствующую алгебраическую модель. Для замыкания этой модели необходимо определять турбулентные масштабы k и τ. Обычно для этого используют k-ε или k-ω уравнения. Это приводит к решению системы трансцендентных уравнений, для решения которой требуются существенные вычислительные затраты. Важным фактором является то, что в такой модели решение может и не существовать вовсе, или оно является неединственным.

Поэтому эти две группы моделей редко применяются на практике. Чаще используют явные алгебраические модели рейнольдсовых напряжений, которые иногда называют нелинейными моделями. Такие модели связывает тензор рейнольдсовых напряжений и тензор скоростей деформации нелинейными соотношениями. Впервые теория построения нелинейных моделей была разработана в 1975 году [4]. Одной из таких моделей является нелинейная модель Спаларта-Аллмараса.

Как показали многочисленные расчеты, нелинейная версия модели Спаларта-Аллмараса качественно описывает нелинейные эффекты в целом ряде течений, например, в задаче об установившемся течении в трубе квадратного сечения, или при моделировании трансзвукового обтекания модели самолета CRM при угле атаки α=4.1°(Рис. 1).



а) б)

Рисунок 1. Продольный коэффициент трения и поверхностные линии тока при трансзвуковом обтекания модели самолета CRM, посчитанные с помощью а) линейной модели Спаларта-Аллмараса; б) нелинейной модели Спаларта-Аллмараса.

Однако в некоторых случаях нелинейная версия модели не способна правильно предсказать все особенности турбулентных течений. Так, например, в задаче об обтекании крылового профиля при угле атаки в 13° [5] видно, что и линейная и нелинейная модели Спалларта-Аллмараса предсказывают огромный угловой отрыв в боковых частях крыла, что не соответствует экспериментальным данным (Рис. 2).

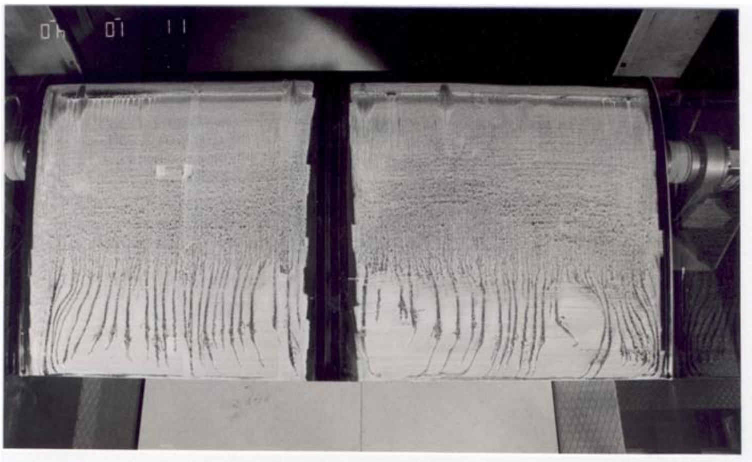
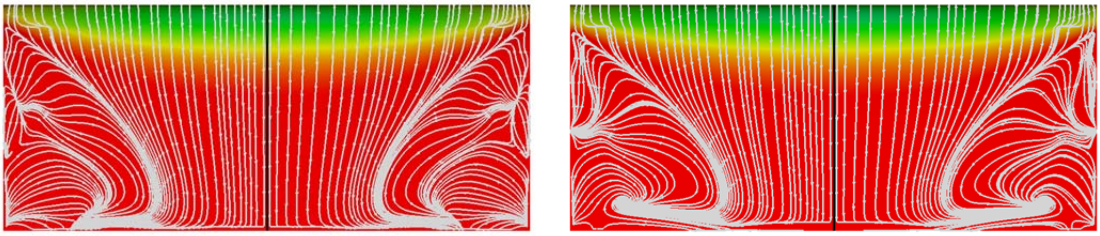


Рисунок 2. Визуализация экспериментальных данных.



a) b)

Рисунок 2. Результаты численного моделирования a) линейная модель Спаларта-Аллмараса; b) нелинейная модель Спаларта-Аллмараса.

Таким образом, целью данной работы является **исследование нелинейной версии модели Спаларта-Аллмараса на примере задачи о течении в квадратном канале и формулировка рекомендаций для ее улучшения.**

2. Описание нелинейной версии модели Спаларта-Алмараса.(QCR)

2.1. Линейная версия модели Спаларта-Аллмараса.

Модель Спаларта-Алмараса [4] является моделью с одним дифференциальным уравнением, записанным относительно турбулентной вязкости. Линейная версия модели имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + u_i \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} = C_{b1}(1 - f_{t2})\widetilde{S\tilde{\nu}} + \frac{1}{\sigma}\left(\left[\nabla \cdot \left((\nu + \tilde{\nu})\right] + C_{b2}[(\nabla\tilde{\nu}) \cdot (\nabla\tilde{\nu})]\right)\right.$$

$$- \left(C_{w1}f_w - \frac{C_{b1}}{k^2}f_{t2}\right)\left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2 + f_{t1}\Delta U^2$$

$$\nu_t = f_{v1}\tilde{\nu};\ f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3};\ \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$$

$$\tilde{S} = \Omega + f_{v2}\frac{\tilde{\nu}}{k^2 d^2};\ f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}$$

$$f_w = g\left(\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6}\right)^{1/6};\ g = r + C_{w2}(r^6 - r);\ r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}k^2 d^2}$$

$$f_{t1} = C_{t1}g_t \exp\left(-C_{t2}\frac{\omega_t^2}{\Delta U^2}(d^2 + g_t^2 d_t^2)\right);\ f_{t2} = C_{t3} \cdot \exp(-C_{t4}\chi^2)$$

$$g_t = \min\left(0.1, \frac{\Delta U}{\omega_t} \cdot \Delta l_t\right);\ \omega_t = \Omega_{W,trip}$$

$$d_t^2 = (z - z_{trip})^2 + (y - y_{trip})^2 + (x - x_{trip})^2;\ \Delta U = \left|u - U_{trip}\right|.$$

$$\sigma = \frac{2}{3};\ k = 0.41;\ C_{b1} = 0.1355;\ C_{b2} = 0.622$$

$$C_{w1} = \frac{C_{b1}}{k^2} + \frac{(1 + C_{b2})}{\sigma};\ C_{w2} = 0.3;\ C_{w3} = 2;\ C_{v1} = 7.1$$

$$C_{t1} = 1;\ C_{t2} = 2;\ C_{t3} = 1.2;\ C_{t4} = 0.5$$

В эту модель возможно включить различные модификации, такие как поправка на течение с кривизной и вращением, поправка на сжимаемость, учет шероховатости стенок.

2.2. Нелинейная версия модели Спаларта-Аллмараса.

При создании моделей рейнольдсовых напряжений и нелинейных моделей обычно используется тензор анизотропии $a_{ij} = \frac{\overline{u_i' u_j'}}{k} - \frac{2}{3}\delta_{ij}$. Согласно [4] этот тензор должен зависеть от градиента скорости $\frac{\partial U_i}{\partial x_j}$. Pope показал, что тензор анизотропии является комбинацией десяти тензорных групп $\boldsymbol{a} = \sum_{i=1}^{10}\beta_i \boldsymbol{T}_i$, зависящих, в свою очередь, от симметричного безразмерного тензора скоростей деформаций S_{ij} или антисимметричного безразмерного тензор завихренности Ω_{ij}.

В терминах теории Pope, Спаларт ограничился одним слагаемым, пропорциональным $\boldsymbol{S\Omega} - \boldsymbol{\Omega S}$.

$\overline{u_i' u_j'} = -2\nu_t S_{ij} - \alpha\nu_t(S\Omega - \Omega S).$

Анализ размерностей приводит к
$[\alpha\nu_t]=м^2 \rightarrow [\alpha]=сек$

Таким образом, для замыкания модели необходим временной масштаб. В случае моделей с двумя уравнениями он может быть определен из уравнений для турбулентных характеристик (например, k/ε), однако это невозможно для моделей с одним уравнением. Идея Спаларта [6] состояла в том, что он предложил в качестве временного масштаба использовать:

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(S^2+\Omega^2\right)/2}}$$

В итоге нелинейная модель Спаларта-Аллмараса может быть записана в следующем виде:

$$\overline{u_i'u_j'} = -2\nu_t S_{ij} - \frac{4C_{cr1}\nu_t}{\sqrt{\left(S^2+\Omega^2\right)/2}}\left(S_{ik}\Omega_{kj} - \Omega_{ik}S_{kj}\right)$$

$C_{cr1}=0.3$

3. Тестирование модели.

Для тестирования нелинейной модели Спаларта-Аллмараса были произведены расчеты турбулентного течения в квадратном канале, особенностью которого является развитие вторичных токов. Полученные результаты были сопоставлены с результатами эксперимента на начальном участке квадратного канала, а так же с результатами, полученными путем прямого численного моделирования для развитого течения в квадратном канале. Все представленные ниже расчеты выполнены с помощью NTS кода [5]. Для расчета течений несжимаемой жидкости в нем применяется метод Роджерса и Квака [7]. При этом для аппроксимации невязких потоков в исходных уравнениях используется противопоточная аппроксимация 3-го порядка точности, а для аппроксимации вязких потоков – симметричная аппроксимация 2-го порядка. Для решения систем линейных уравнений, получаемых в результате дискретизации исходных дифференциальных уравнений, используется метод переменных направлений с диагональным преобладанием (DDADI).

3.1. Начальный участок квадратного канала.

В расчете воспроизводится эксперимент Гесснера [8], проведенный в 1981 году. В эксперименте рассматривалось турбулентное течение на начальном участке в квадратном канале постоянного сечения размером 22×0.254×0.254 м (Рис. 3). На входе в канал задавались однородный профиль скорости (u=U_{bulk}, v=0, w=0) и низкий уровень турбулентности. Число Рейнольдса, посчитанное по ширине канала ($\mathrm{Re}_{bulk} = \dfrac{U_{bulk} \cdot DH}{\nu} = 2.5 \cdot 10^5$) достаточно высоко, чтобы на входе в канал начал развиваться турбулентный пограничный слой, виртуальное начало которого можно найти путем экстраполяции имеющихся данных в сечениях x/DH=0.2; 1; 2. Основные измерения проводились в сечениях x/DH=8; 16; 24; 40; 84.

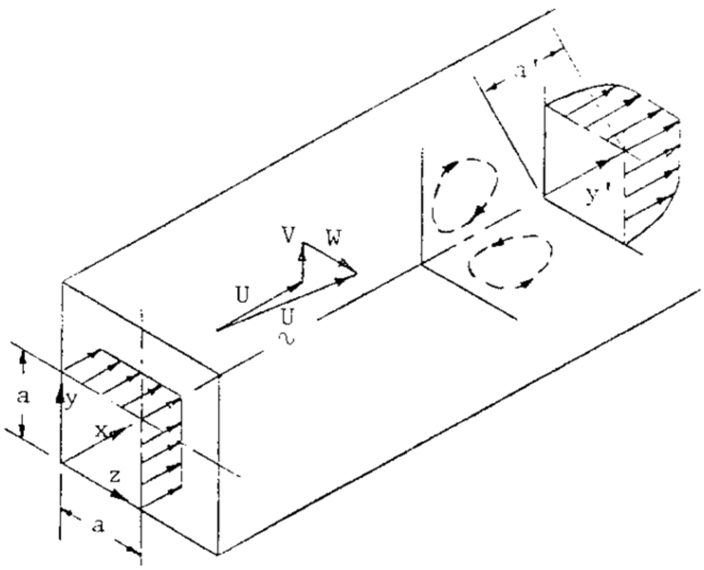


Рисунок 3. Схема течения, заимствованная из [8].

Расчет проводился в четверти канала, размеры расчетной области: $90H\times H\times H$, где H - полуширина канала. На входе задавался однородный профиль скорости ($u=U_{bulk}$, v=0, w=0). Значение турбулентной вязкости $\nu_t=0.1\nu$, что обеспечивает турбулизацию пограничного слоя. Декартова расчетная сетка (300×128×128) имела сгущение к стенкам и обеспечивала значение $\Delta y_1^+ < 1$ (Рис. 4).

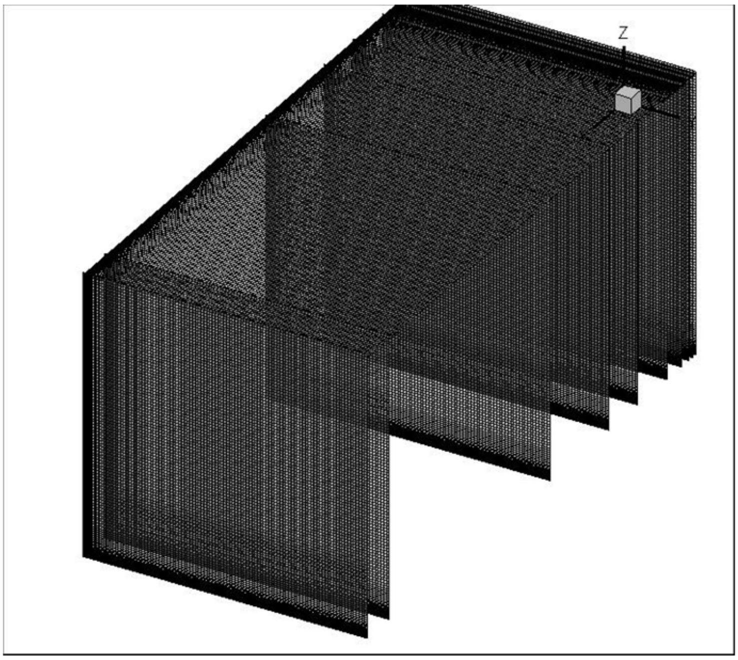
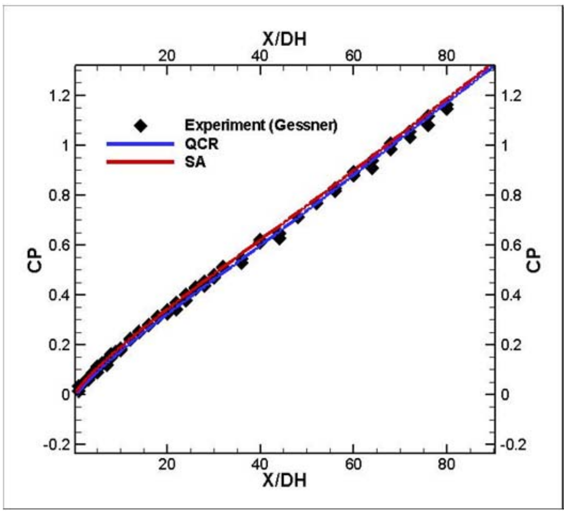
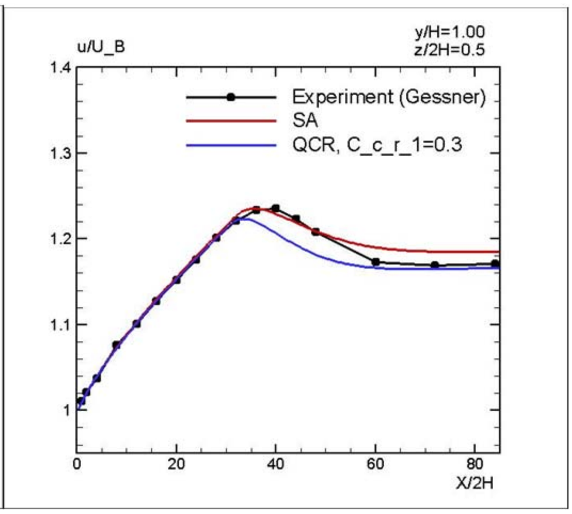


Рисунок 4. Расчетная сетка.

Полученные результаты показывают, что на оси трубы и нелинейная и линейная версии модели правильно предсказывают коэффициент давления C_p (Рис. 5a). Нелинейная версия модели Спаларта-Аллмараса несколько занижает скорость на оси трубы при $x/2H \in (30,60)$. Линейная версия модели, напротив, завышает скорость к выходу из канала начиная с $x/2H = 50$ (Рис. 5b)



a)



b)

Рисунок 5. a) График зависимости безразмерного коэффициента давления от продольной безразмерной координаты $x/2H$ на оси трубы.

b) Скорость U(x) на оси канала

Коэффициент трения вблизи выхода в целом качественно описывается нелинейной версией модели Спаларта-Аллмараса, в отличие от линейной версии модели (рис.6).

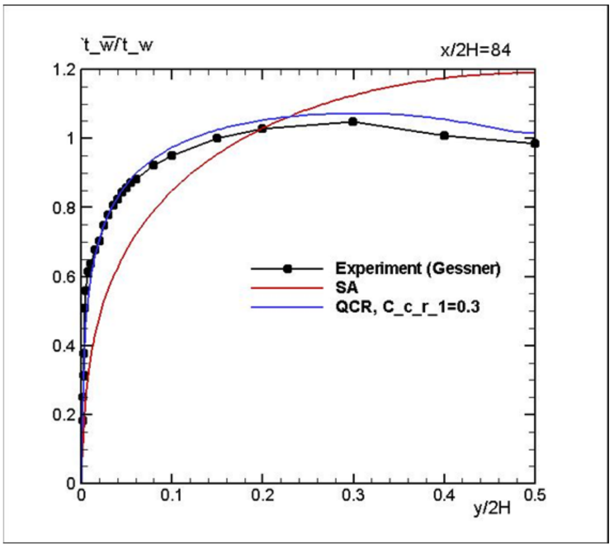


Рисунок 6. Безразмерный коэффициент трения на стенке в сечении $x/2H = 84$.

Преимущества нелинейной модели над линейной наглядно видны при сравнении профилей и изолиний скорости в разных сечениях (Рис.7-9). Тем не менее, применение нелинейной модели не приводит к идеальному результату, что является мотивацией к ее усовершенствованию.

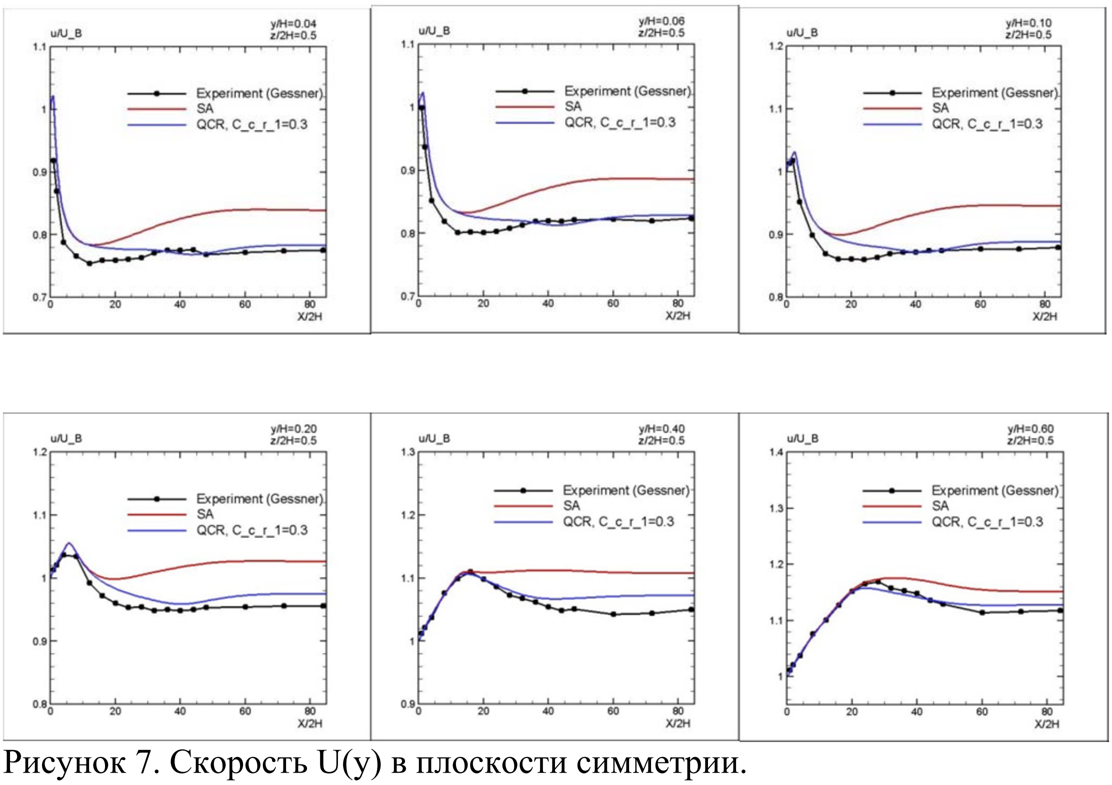


Рисунок 7. Скорость U(y) в плоскости симметрии.

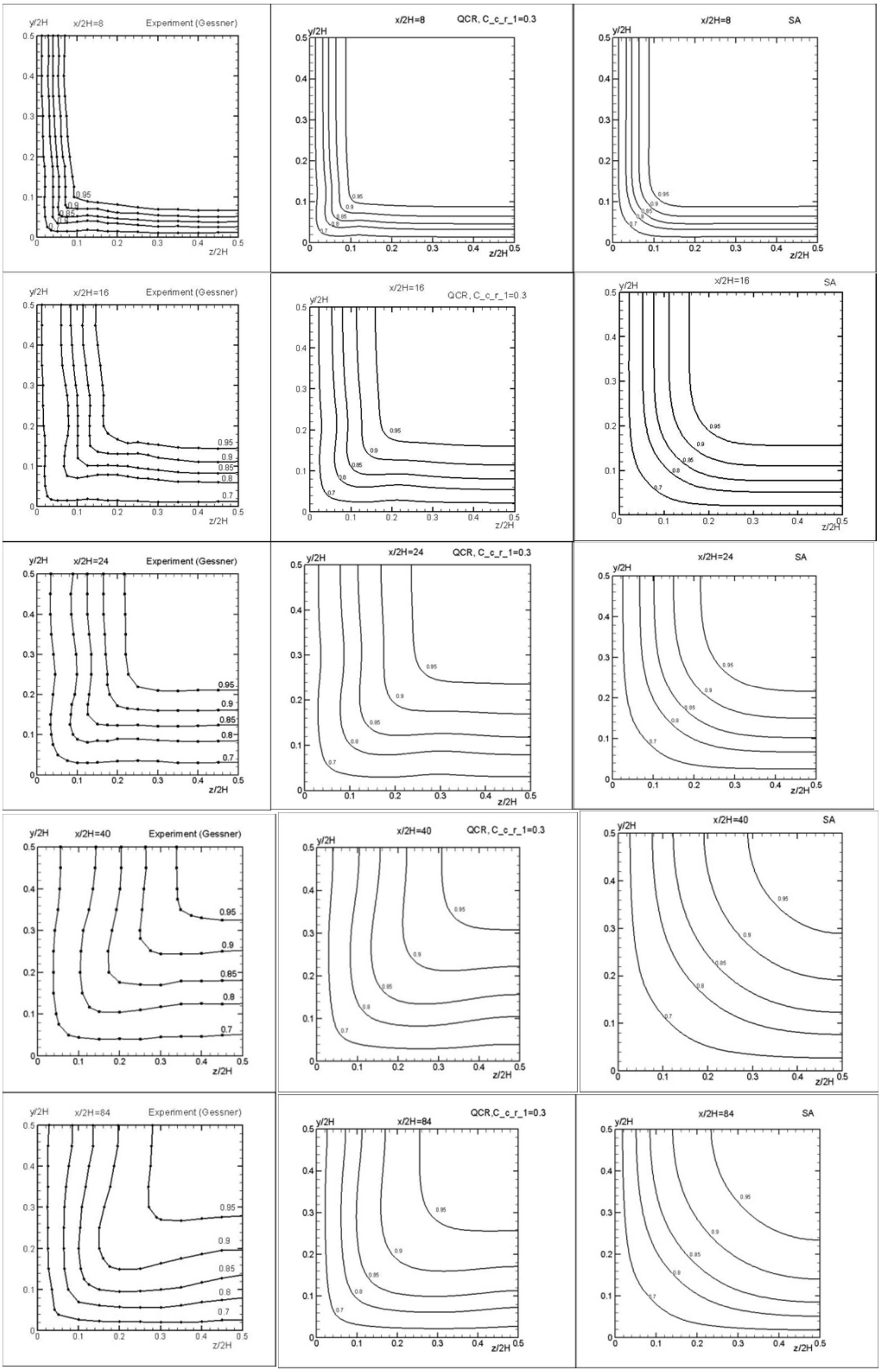


Рисунок 8. Изолинии скорости в различных сечениях X/2H

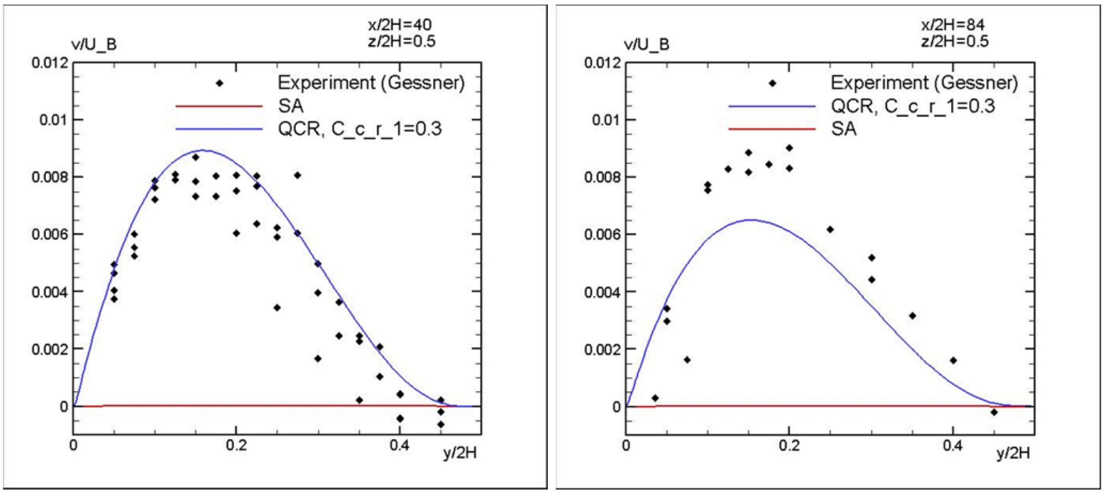


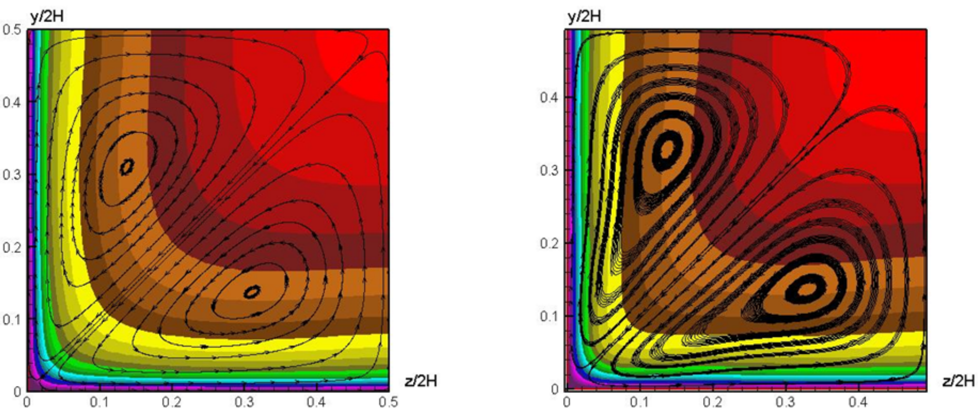
Рисунок 9. Скорость V(y) в разных сечениях X/2H=40;84

3.2. Развитое течение в квадратном канале.

Следующим этапом оценки точности нелинейной версии модели Спаларта-Алмараса был расчет установившегося течения в квадратном канале при двух числах Рейнольдса, посчитанных по полуширине канала и средней динамической скорости, а именно Re_τ=600 и 1200. Сравнение производилось с результатом прямого численного моделирования [9].

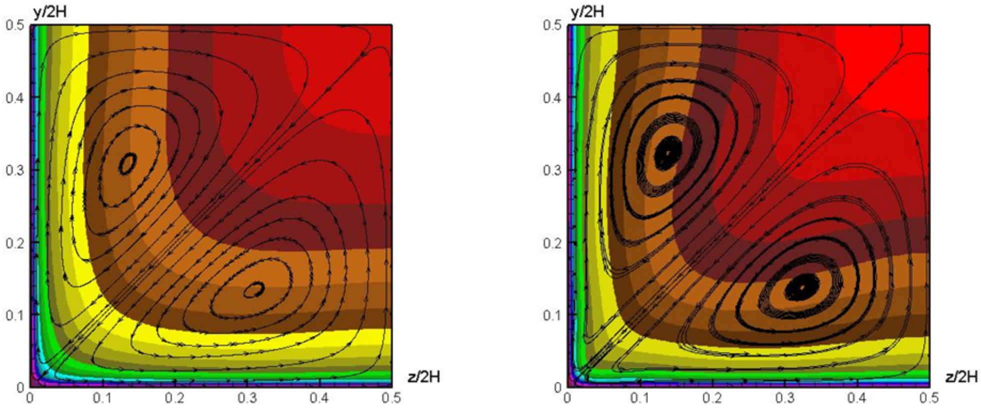
Нелинейная модель в целом правильно описывает структуру течения при разных числах Рейнольдса Re_τ (Рис. 10-11, Табл.1-2), однако интенсивность вторичных токов оказывается несколько заниженной (Рис. 12-13, табл.3).

Это в очередной раз свидетельствует о необходимости модификации существующей нелинейной модели.



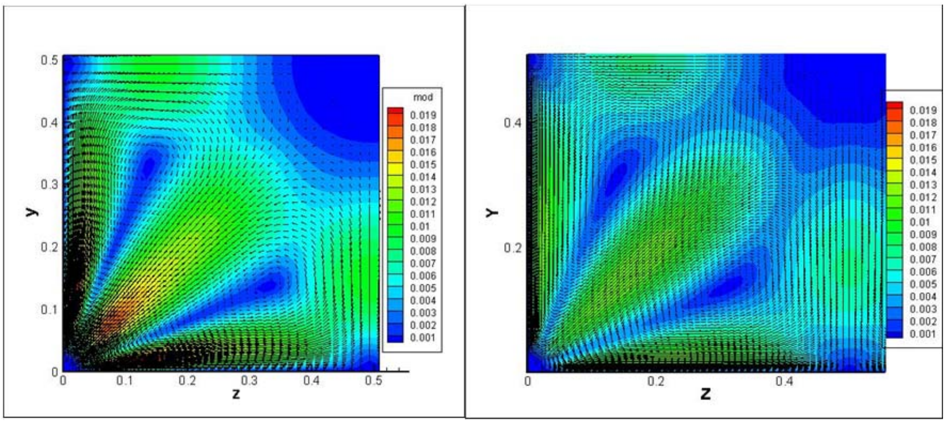
a) b)

Рисунок 10. Вторичные токи в квадратном канале при Re_τ = 600, полученные с помощью a) нелинейной модели Спаларта-Аллмараса; b) прямого чиленного моделирования



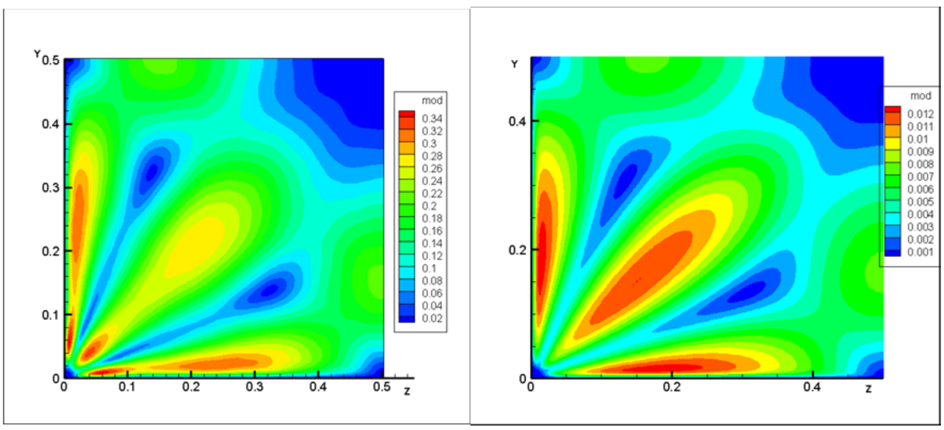
a) b)

Рисунок 11. Вторичные токи в квадратном канале при Re_τ = 1200, полученные с помощью a) нелинейной модели Спаларта-Аллмараса; b) прямого численного моделирования



a) b)

Рисунок 12. Интенсивность вторичных токов в квадратном канале при Re_τ = 600, полученные с помощью a) прямого численного моделирования; b) нелинейной модели Спаларта-Аллмараса



a) b)

Рисунок 13. Интенсивность вторичных токов в квадратном канале при Re_τ = 1200, полученные с помощью a) прямого численного моделирования; b) нелинейной модели Спаларта-Аллмараса

Таблица 1. Координаты центра вихря по оси Z

Re_{τ}	QCR	DNS
600	0.310227	0.3291011
1200	0.308242	0.3236845

Таблица 2. Координаты центра вихря по оси Y

Re_{τ}	QCR	DNS
600	0.137236	0.137108
1200	0.133974	0.137989

Таблица 3.Максимальная интенсивность вторичных токов.

Re_{τ}	QCR	DNS
600	0.0118934	0.0194227
1200	0.0125503	0.0197578

4. Влияние числа Рейнольдса

Для оценки влияния числа Рейнольдса на вторичные токи при развитом течении в плоском канале была проведена серия расчетов. Видно, что это влияние является слабым, как для положения центра вихря (Рис. 14), так и для интенсивности вторичных токов (Рис. 15), что согласуется с имеющимися данными DNS.

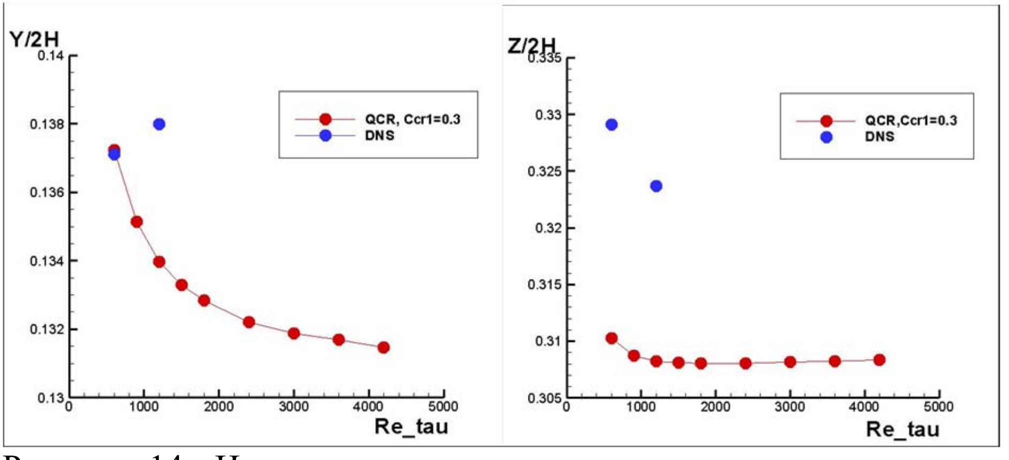


Рисунок 14. Изменение положения центра вихря с увеличением числа Рейнольдса.

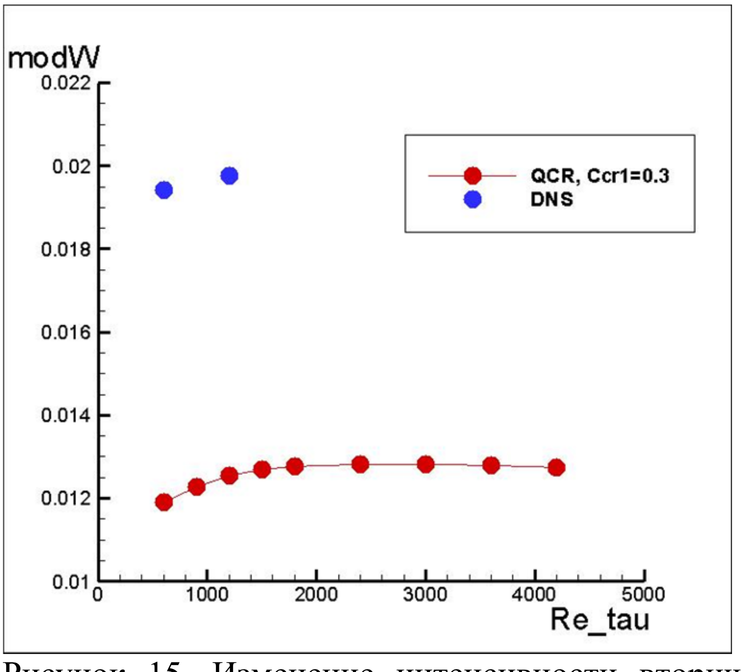


Рисунок 15. Изменение интенсивности вторичных токов с увеличением числа Рейнольдса.

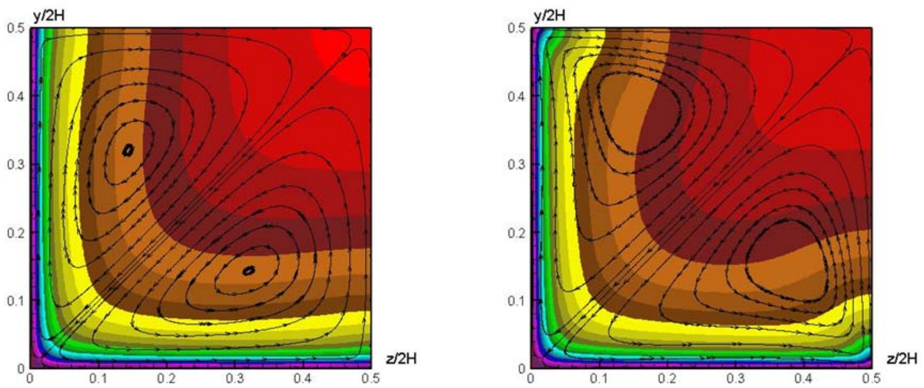
5. Исследование влияния константы C_{cr1}.

Одним из возможных способов усиления нелинейных свойств модели является увеличение значения константы C_{cr1}. Проведенные параметрические исследования при $Re_\tau = 600$ и $Re_\tau = 1200$ показали, что при увеличении константы происходит изменение типа решения, причем второй тип существенно отличается от результатов DNS. В случае $Re_\tau = 600$ это изменение происходило в окрестности C_{cr1} =0.35. При значениях константы C_{cr1} =0.347-0.354 существуют два типа решения (Рис.16-17).

Аналогичные результаты были получены для $Re_\tau = 1200$. В этом случае два решения наблюдаются при несколько более высоких значениях константы C_{cr1} =0.387-0.392 (Рис. 18-19).

В Таблицах 4 и 5 приведены данные для $Re_\tau = 600$ и 1200, полученные при стандартном значении константы C_{cr1}=0.3 и при максимально возможном значении значении константы C_{cr1}=0.34 и 0.38, при котором не наблюдается неединственность решения (гистерезис). Видно, что даже при этих, максимально допустимых, значениях константы C_{cr1} не удается правильно описать интенсивность вторичных токов в канале.

Таким образом, из полученных результатов можно сделать вывод, что существенное увеличение константы C_{cr1} относительно стандартного значения 0.3 опасно, поскольку это может привести к изменению типа решения.



a) C_{cr1}=0.34 b) C_{cr1}=0.36

Рисунок 16. Изменение типа решения при $Re_\tau = 600$ при разных значениях C_{cr1}

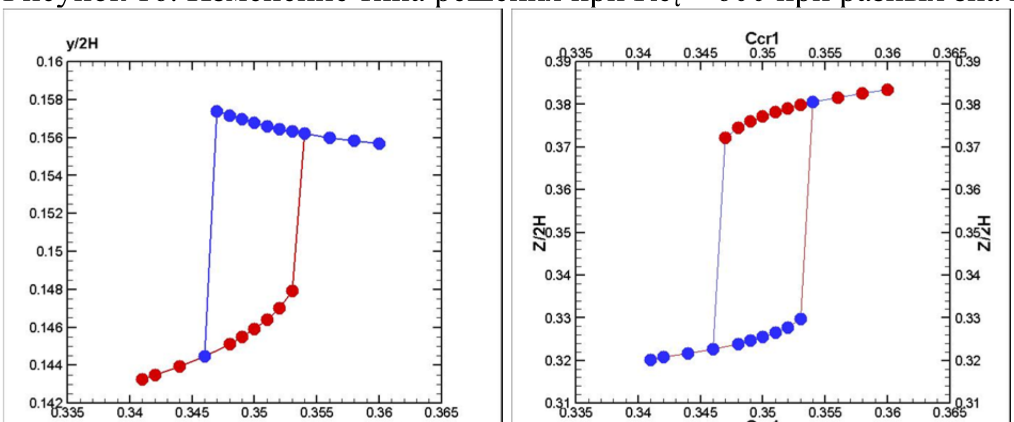
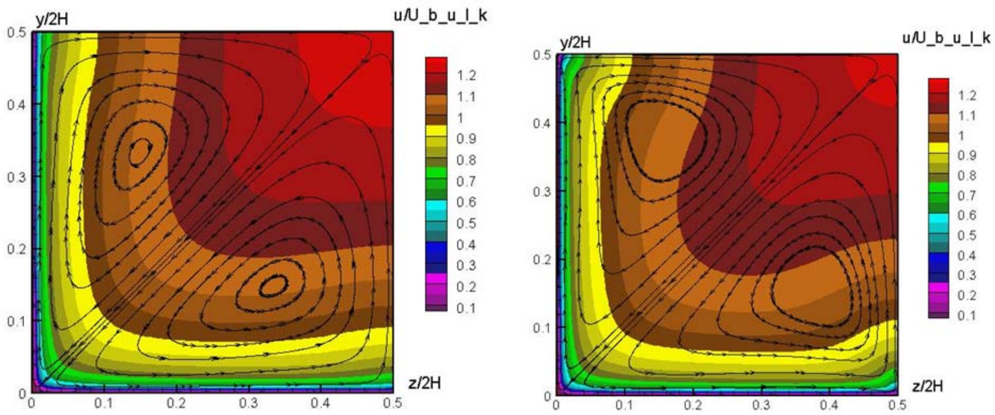


Рисунок 17. Петля гистерезиса при $Re_\tau = 600$.



a) C_{cr1}=0.38 b) C_{cr1}=0.40

Рисунок 18. Изменение типа решения при $Re_\tau = 1200$ при разных значениях C_{cr1}

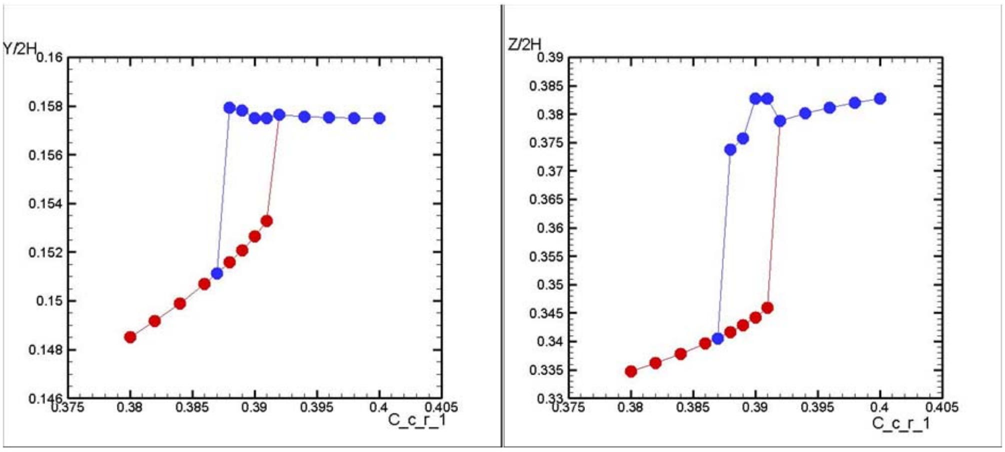


Рисунок 19. Петля гистерезиса при $Re_\tau = 1200$.

Таблица 4. Зависимость характеристик вторичного от константы C_{cr1} при $Re_\tau = 600$

$Re_\tau = 600$	C_{cr1}=0.3	C_{cr1}=0.34	DNS
Координата центра вихря по оси Y.	0.137236	0.143256	0.137108
Координата центра вихря по оси Z.	0.310227	0.320133	0.3291011
Максимальная интенсивность вторичных токов.	0.0118934	0.01316	0.0194227

Таблица 5. Зависимость характеристик вторичного от константы C_{cr1} при $Re_\tau = 1200$

$Re_\tau = 1200$	C_{cr1}=0.3	C_{cr1}=0.38	DNS
Координата центра вихря по оси Y.	0.133974	0.148498	0.137989
Координата центра вихря по оси Z.	0.308242	0.334715	0.3236845
Максимальная интенсивность вторичных токов.	0.0125503	0.0149688	0.0197578

6. Извлечение константы из прямого численного моделирования(DNS).

Альтернативой увеличению константы C_{cr1} является ее замена на ту или иную функцию. Из имеющихся данных DNS, с помощью метода наименьших квадратов было извлечено поле величины C_{cr1}.
Нелинейная модель Спалларта-Аллмараса

$$\overline{u_i'u_j'} = -2\nu_t S_{ij} - \frac{4C_{cr1}\nu_t}{\sqrt{\left(S^2+\Omega^2\right)/2}}\left(S_{ik}\Omega_{kj} - \Omega_{ik}S_{kj}\right)$$

может быть переписана через тензор анизотропии в следующем виде:

$$a_{ij} = \frac{\overline{u_i'u_j'}}{K_t} - \frac{2}{3}\delta_{ij} = -\frac{2S_{ij}}{K_t}\nu_t - \frac{4\left(S_{ik}\Omega_{kj} - \Omega_{ik}S_{kj}\right)}{K_t\sqrt{\left(S^2+\Omega^2\right)/2}}C_{cr1}\nu_t$$

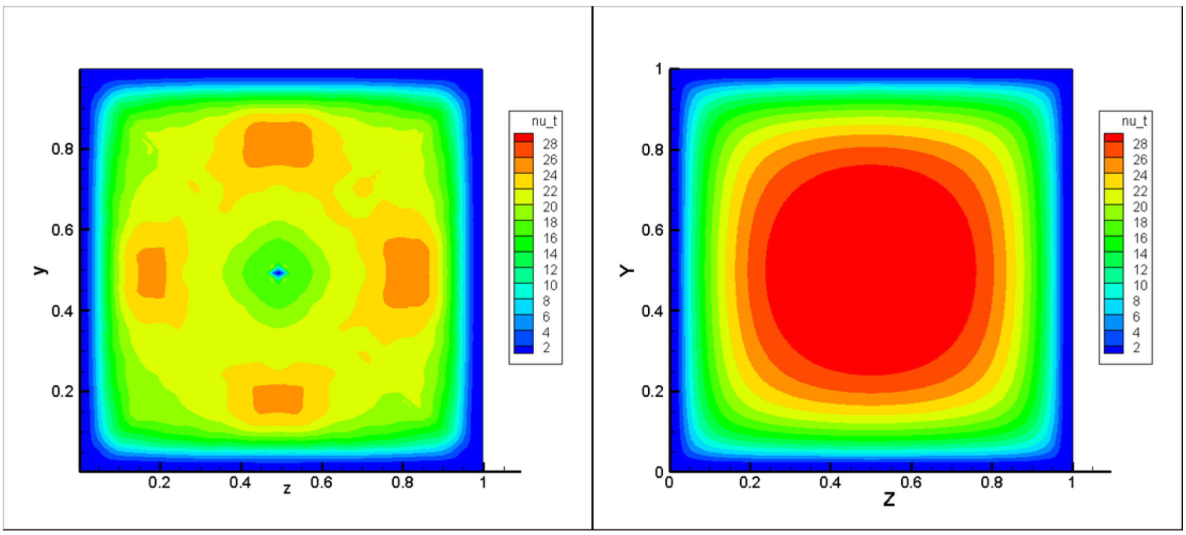
Введя обозначение $\varphi = C_{cr1}\nu_t$, можно сформулировать линейный относительно ν_t и φ функционал

$$F = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{i}\left(a_{ij} + \frac{2S_{ij}}{K_t}\nu_t + \frac{4\left(S_{ik}\Omega_{kj} - \Omega_{ik}S_{kj}\right)}{K_t\sqrt{\left(S^2+\Omega^2\right)/2}}\varphi\right)^2$$

Следует отметить, что в этом функционале все величины за исключением ν_t и φ могут быть извлечены из DNS локально. Минимизация этого функционала позволяет определить ν_t и C_{cr1}.

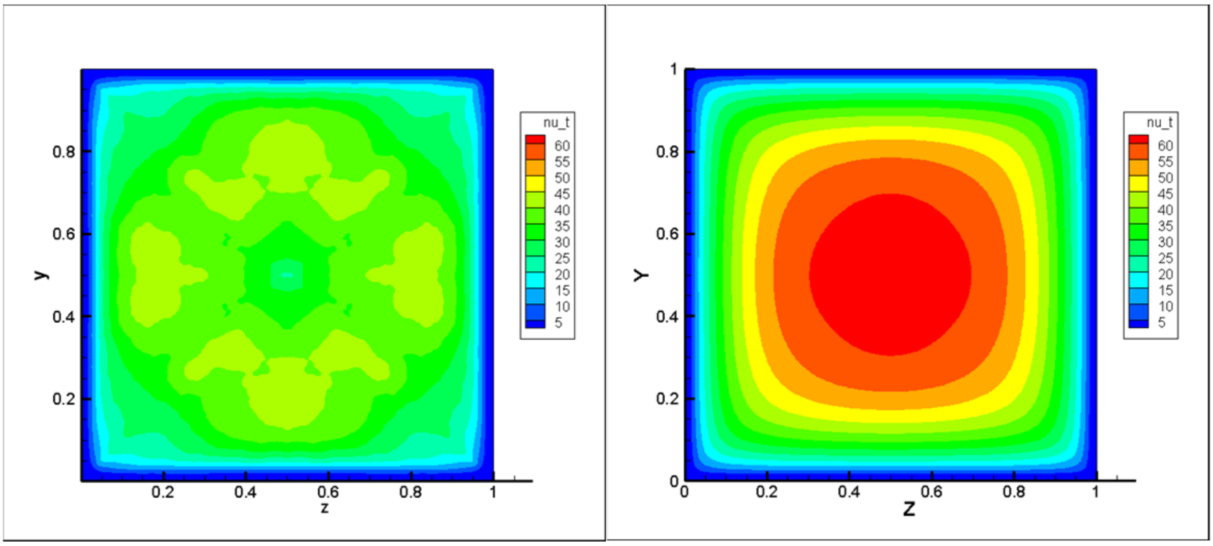
$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial \nu_t} = 0 \\ \dfrac{\partial F}{\partial \varphi} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \nu_t \\ \varphi \end{Bmatrix} \Rightarrow C_{cr1} = \frac{\varphi}{\nu_t}$$

Полученные при разных числах Рейнольдса поля ν_t (Рис. 20-21) хорошо согласуются с результатами нелинейной модели Спаларта-Аллмареса около стенок и отличаются только в центре канала.



a) b)

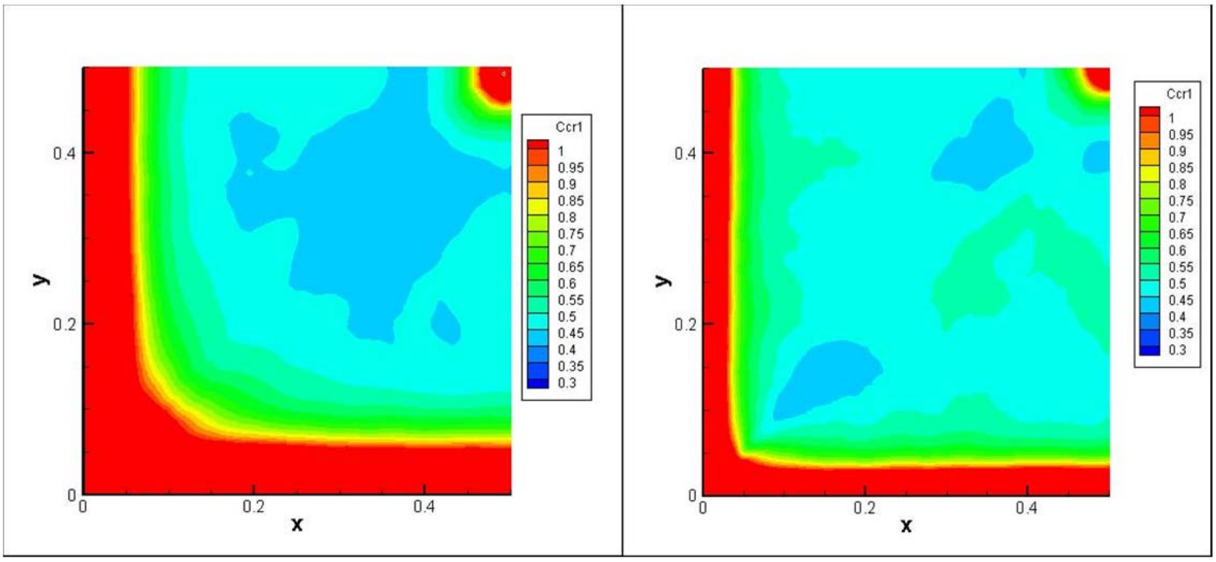
Рисунок 20. Поле ν_t при Re_τ = 600 a) излеченное из DNS; b) посчитанное по нелинейной модели Спаларта-Аллмараса



a) b)

Рисунок 21. Поле ν_t при Re_τ = 1200 a) излеченное из DNS; b) посчитанное по нелинейной модели Спаларта-Аллмараса

Как видно из полученных полей C_{cr1} для двух различных чисел Рейнольдса (Рис. 22), наибольшее значение эта величина достигает в пристенной области. Таким образом, при аппроксимации необходимо использовать величину, зависящую от расстояния до стенки. Обычно используют величину $y^+ = \dfrac{d_w u_\tau}{\nu} = \dfrac{d_w\sqrt{\tau_w/\rho}}{\nu}$, однако определение u_τ зачастую затруднено, поэтому была выбрана величина $y^+ = \dfrac{d_w\sqrt{\tau/\rho}}{\nu}$ близкая к y^+ на логарифмическом участке профиля скорости.



a) b)

Рисунок 22. Поле C_{cr1} при a) Re_τ = 600; b) Re_τ = 1200.

На рисунке 23 приведена зависимость $C_{cr1}(y_p)$ для двух чисел Рейнольдса. Следует отметить, что при $y_p < 30$ (переходная область) влияние турбулентности слабое, поэтому аппроксимирующая функция ограничена значением константы 1.25. Видно, что функция

C_{cr1}=min(1.25, max(0.5,37/y_p))

хорошо аппроксимирует данные DNS при значениях $y_p > 30$.

Тестовые расчеты с таким вариантом аппроксимации константы C_{cr1} функцией еще не были проведены, но можно предположить, что полученная функция, возможно, будет полезна при дальнейшей модификации модели.

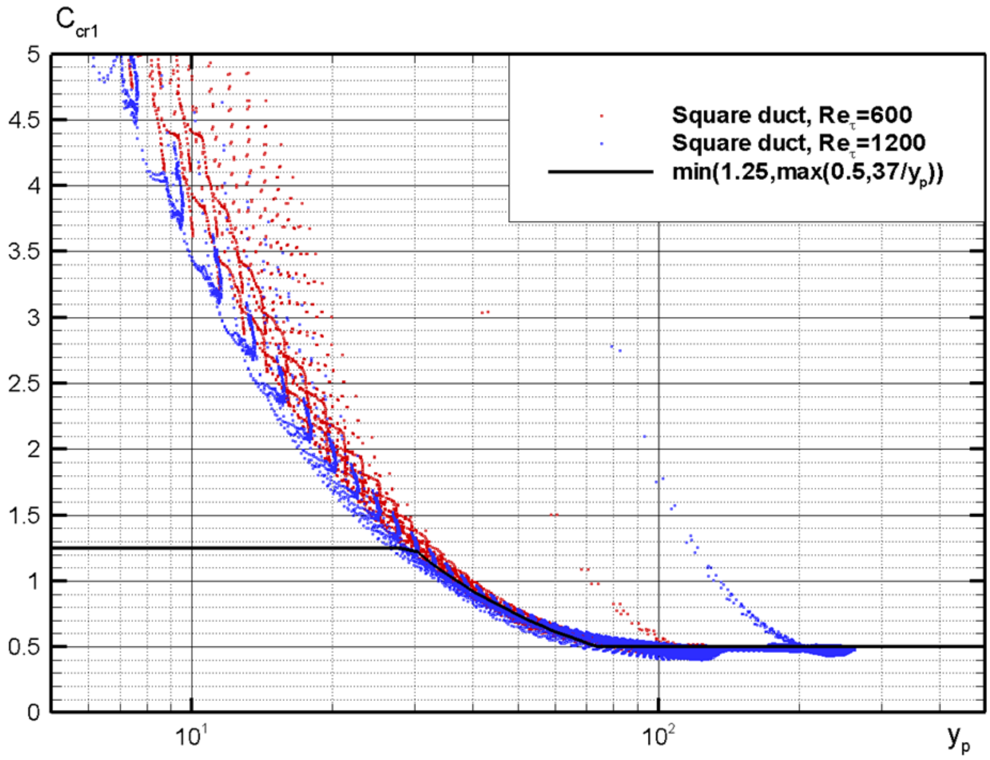


Рисунок 23. Аппроксимация полученных данных из DNS функцией C_{cr1}.

7. Заключение.

По результатам работы можно сделать следующие выводы:

- Проведено тестирование нелинейной версии модели Спаларта-Аллмараса.
- Тестовые расчеты на начальном участке квадратного канала и при развитом течении в квадратном канале показали, что нелинейная модель качественно описывает нелинейные эффекты, но несколько недооценивает интенсивность вторичных токов.
- Показано, что с изменением числа Рейнольдса, при развитом турбулентном течении в канале квадратного сечения координаты центра вихря и интенсивность вторичных токов практически не изменяются.
- Проведено исследование влияния константы C_{cr1} на полученное решение и показано, что ее увеличение не целесообразно.
- По полученным из DNS данным построена функция, аппроксимирующая величину C_{cr1}.

8. Список литературы:

1. Л. Г. Лойцянский. Механика жидкости и газа. Москва «Наука» 1987.
2. Launder BE, Reece GJ, Rodi W. Progress in the development of a Reynolds- stress turbulence closure. Journal of Fluid Mechanics. 1975;68(3):537-566.
3. S. B. Pope. Turbulent Flows. Cambridge University Press, 10.08.2000
4. Spalart, Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows
Spalart PR, Allmaras SR. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. AIAA Paper. 1992; 92-0439
5. Garbaruk A., Magidov D., Shur M., Strelets M., Travin *A.*FLOMANIA – A European Initiative on Flow Physics Modelling Results of the European_Union funded project, 2002–2004 // Haase W, Aupoix B, Bunge U,Schwamborn D. V. 94. Notes on Numerical Fluid Me_chanics and Multidisciplinary Design. Berlin–Heidelberg: Springer, 2006. P. 101.
6. Spalart PR. Strategies for turbulence modelling and simulations. International Journal of Heat and Fluid Flow. 2000;21(3):252-263.
7. Rogers S., Kwak D. An Upwind Differencing Scheme for the Incompressible Navier–Stokes Equations //Applied Numerical Mathematics. 1991. V. 8. № 1.P. 43.
8. Gessner, F. B., Po, J. K., and Emery, A. F.; Measurements of turbulent flow in a square duct.1981
9.Ugo-Piomelli. Evaluation of Turbulence Models Using Direct Numerical and Large-Eddy Simulation Data. Journal of Fluids Engineering. FEBRUARY 2011, Vol. 133