

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
Физико-механический факультет
Кафедра гидроаэродинамики

Диссертация допущена к защите

Зав. кафедрой, проф., д.ф.-м.н.

_____ Е.М. Смирнов

" ____ " _____ 2009 г.

**Исследование возможностей и точности алгоритмов
расчёта аэродинамического шума на основе
вихреразрешающих подходов к описанию
турбулентности, предоставляемых программой FLUENT**

Диссертация на соискание учёной степени магистра
по направлению 010600 – Прикладные математика и физика

Выполнил студент гр. 6054/2

Демидов Д.А.

Руководитель, к.ф.-м.н., доцент

Шур М.Л.

Санкт-Петербург

2009

Содержание

Введение	4
1. Расчёт шума в дальнем поле, генерируемого турбулентностью потока. Интегральный метод Фокс Вильямс-Хокинга и особенности его реализации в пакете Fluent и НТС-коде.....	8
1.1 Интегральные методы аэроакустики. Формулировка метода Фокс Вильямс-Хокинга.	8
1.2 Особенности реализации метода в рамках пакета FLUENT и в NTS-коде.....	14
2. Постановки рассматриваемых тестовых задач.....	17
2.1 Задача о гармоническом источнике звука в неограниченном однородном потоке	17
2.1.1 Формулировка задачи и точное решение для уровня звукового давления в дальнем поле	17
2.1.2 Конфигурация расчётной области и граничные условия.....	22
2.1.3 Контрольные FWH поверхности.....	25
2.2 Задача о расчете шума дозвуковой ($M=0.9$) холодной струи, истекающей в затопленное пространство.....	25
2.2.1 Двустадийная RANS/ILES методика расчета	26
2.2.2 Исходные уравнения.	28
2.2.3 Конфигурации расчетной области, граничные условия и разностные сетки, использовавшиеся на RANS- и LES-стадиях расчета	31
2.2.4 Контрольные FWH-поверхности для расчета шума в дальнем поле струи	35
3. Краткое описание используемых методов интегрирования стационарных уравнений Рейнольдса и нестационарных уравнений Навье-Стокса	36
3.1 FLUENT	36
3.2 НТС-код	39
4. Результаты решения задачи об источнике звука в однородном потоке	42
5. Результаты расчёта аэродинамики и шума турбулентной струи	53
5. Результаты расчёта аэродинамики и шума турбулентной струи	53

5.1 Решение стационарных уравнений Рейнольдса (RANS- стадия расчёта).....	57
5.2 Осреднённые параметры потока и характеристики турбулентности	60
5.3 Результаты расчета шума в дальнем поле	73
Заключение.....	80
Литература.....	83

Введение

В последние годы задачи расчёта шума, создаваемого турбулентными потоками при обтекании различных тел, становятся все более актуальными в связи с необходимостью снижения уровня шума в авиации и автомобилестроении.

Вследствие сложности детального моделирования процессов генерации шума турбулентностью до недавнего времени для решения задач такого рода использовались методы, основанные на эмпирических корреляциях и теории подобия или, в лучшем случае, на решении стационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS) в сочетании со специальными эмпирическими моделями источников звука (см., например, [1] - [3]). К сожалению, такие методы оказываются практически неприменимыми вне изученного экспериментально диапазона изменения режимных и геометрических параметров, а, следовательно, и для оценки новых конструкций, предлагаемых для снижения шума. Положение изменилось в конце 90-х годов XX века, когда, благодаря развитию компьютерной техники и совершенствованию вычислительных алгоритмов, стали развиваться новые подходы, свободные от эмпиризма (основанные на “первых” принципах аэродинамики и аэроакустики [4]), в рамках которых для моделирования генерации шума применяются так называемые “вихреразрешающие” методы моделирования турбулентности – прямое численное моделирование (DNS), метод моделирования крупных вихрей (LES) и гибридные RANS/LES методы (DES [5], [6] и др.). Это привело к возникновению и бурному развитию нового направления в аэроакустике, получившего название вычислительной аэроакустики.

Современные методы вычислительной аэроакустики принято делить на две категории: прямое моделирование и интегральные методы. Прямое моделирование заключается в непосредственном расчёте как генерации звука турбулентными структурами, так и распространения звуковых волн за пределы турбулентной области (в “дальнее поле”) в рамках единой системы газодинамических уравнений. Однако данный подход имеет существенный недостаток, так как для его реализации требуются чрезвычайно большие вычислительные затраты. Это связано

с тем, что, как правило, основной интерес представляет информация об уровне шума на значительных расстояниях от источника (например, шум от двигателя самолёта на поверхности земли). Это, в свою очередь, требует использования больших расчетных областей при сохранении мелких пространственных сеток, необходимых для разрешения высокочастотной части звукового спектра. В этой связи в большинстве работ по вычислительной аэроакустике используются интегральные методы, которые основаны на раздельном расчёте генерации шума и его распространения. Такие методы реализуются в 2 этапа. На первом этапе производится гидродинамический расчёт, в процессе которого информация о нестационарных характеристиках потока сохраняется на так называемых контрольных поверхностях (в общем случае, замкнутые поверхности, охватывающие все источники звука). На втором этапе с использованием этой информации производится расчёт распространения звука в любую точку дальнего поля вне контрольной поверхности с помощью соответствующих интегральных формул. Такой подход позволяет значительно сократить размер расчётной области, что, в свою очередь, позволяет уменьшить требования к вычислительным ресурсам.

Основными интегральными методами являются метод Кирхгофа [7] и метод Фокса Вильямса-Хокинга (Ffowcs Williams & Hawkings) [8], причем последний метод обладает рядом существенных преимуществ с вычислительной точки зрения, и поэтому в последние годы именно он получил наиболее широкое распространение при решении задач аэроакустики, включая расчет шума, создаваемого выхлопными струями авиационных двигателей [9]-[17] и плохо-обтекаемыми элементами конструкций современных самолетов [18]-[22]. Наиболее успешным было применение метода Фокса Вильямса-Хокинга в исследовательских кодах, в которых были реализованы вычислительные схемы высокого порядка точности и неотражающие граничные условия. Однако, возможности таких кодов при расчете реальных конструкций, имеющих сложную геометрическую форму, обычно сильно ограничены из-за использования структурированных (одно- или многоблочных) сеток. Необходимой для реальных конструкций “геометрической общностью” обладают, по-видимому, лишь современные коммерческие коды, такие как Fluent, CFX, Star-CD, в которых

гидродинамические уравнения решаются на неструктурных сетках. К сожалению, это неизбежно сопряжено с понижением порядка аппроксимации используемых разностных схем, что снижает точность моделирования турбулентности в рамках вихреразрешающих подходов. Для задач вычислительной аэроакустики это является весьма серьезным недостатком. Кроме того, хотя в некоторых из коммерческих кодов в качестве акустического постпроцессора и реализован метод FWH, эти реализации остаются пока недостаточно надежно верифицированными. В частности, применительно к пакету Fluent, который в настоящее время, по видимому, является наиболее мощным коммерческим CFD-кодом, о достаточно высокой вероятности неточностей или даже ошибок в FWH-постпроцессоре свидетельствуют результаты работы [23], в которой на основе LES/FWH проведены расчеты шума турбулентной струи с числом Маха $M=0.9$. При этом, несмотря на использование весьма подробной разностной сетки с 5.5 миллионами узлов, рассогласование с экспериментом даже по интегральному шуму достигает 10 дБ (10 раз), т.е., оказывается намного выше, чем при решении той же задачи с использованием исследовательского кода (НТС-код) в работах [13], [24], где указанное рассогласование не превышает 2.5 дБ даже на гораздо более грубых сетках порядка 1 миллиона узлов. Впрочем, нельзя исключить, что столь плохие результаты расчета шума в [23] вызваны не некорректностью FWH-постпроцессора Fluent, а какими-либо другими причинами, например, промахами в постановке задачи (LES течения внутри сопла выполняется на сетке, которая явно недостаточна для разрешения вихревых структур турбулентного пограничного слоя), излишней диссипативностью используемой разностной схемы и т.д.

Описанные обстоятельства и определили основную цель настоящей работы, которая состояла в получении объективной оценки возможностей текущей версии пакета Fluent применительно к решению задач вычислительной аэроакустики с использованием LES/FWH-подхода. Это было сделано на основе решения двух тестовых задач:

- 1) расчет шума, создаваемого точечным гармоническим источником массы, находящимся в однородном дозвуковом потоке (эта задача позволяет проверить точность описания распространения звуковых волн и верифицировать реализацию

FWH-постпроцессора Fluent в случае наличия внешнего потока – опция, реализованная во Fluent пока лишь в виде бета-версии);

2) расчет шума, генерируемого круглой дозвуковой ($M=0.9$) турбулентной струей, истекающей в затопленное пространство (эта задача обеспечивает комплексную проверку LES/FWH-возможностей пакета).

При этом точность расчета аэродинамических и акустических характеристик указанных потоков оценивалась на основе сопоставления с точным решением [25] для первой задачи и с экспериментальными данными [26], [27] для второй. Кроме того, для обеих задач результаты Fluent сравнивались с численными решениями, полученными с использованием схемы повышенного порядка аппроксимации в рамках НТС-кода, который ранее хорошо зарекомендовал себя при решении задач рассматриваемого типа [28].

Первая глава диссертации посвящена описанию интегральных методов аэроакустики и особенности их реализации в пакете Fluent и НТС-коде. Во второй главе рассмотрены постановки задач и описаны используемые вычислительные сетки. В третьей главе описаны методы решения уравнений Навье-Стокса в пакете Fluent и НТС-коде. В четвертой и пятой главах соответственно рассматриваются полученные результаты. Наконец, в Заключение сформулированы выводы, сделанные на основе анализа полученных результатов.

1. Расчёт шума в дальнем поле, генерируемого турбулентностью потока. Интегральный метод Фокс Вильямс-Хокинга и особенности его реализации в пакете Fluent и НТС-коде

1.1 Интегральные методы аэроакустики. Формулировка метода Фокс Вильямс-Хокинга.

Как указывалось во введении, наиболее используемыми интегральными методами аэроакустики являются метод Фокс Вильямс-Хокинга (далее FWH) и метод Кирхгофа. Сущность используемых на практике вариантов обоих этих методов состоит в определении параметров звукового поля в произвольной точке дальнего поля (точка наблюдателя) на основе информации о нестационарных полях на замкнутой контрольной поверхности, охватывающей все источники звука. Метод Кирхгофа базируется на предположении о том, что на контрольной поверхности выполняется линейное волновое уравнение. Важным преимуществом метода FWH является то, что контрольная поверхность в данном методе может располагаться в непосредственной близости к границам зоны турбулентности потока (в его невязкой нелинейной области), что позволяет ограничить зону мелкой сетки, необходимой для разрешения широкого спектра турбулентности и генерируемых ею звуковых волн, непосредственно турбулентной областью [29]. В данной главе будет рассмотрен метод FWH и особенности его реализации в программных комплексах, используемых для вычислений в данной работе.

Уравнение Фокс Вильямс-Хокинга было получено в работе [8]. Приведём его краткий вывод, следуя [30]. Дифференциальная форма уравнения FWH представляет собой неоднородное волновое уравнение, получающееся в результате преобразования уравнений Навье-Стокса с помощью аппарата обобщённых функций.

Рассмотрим течение сжимаемого газа в неограниченной области, содержащей, возможно, одно или несколько твёрдых тел. В потоке имеется область турбулентности, которая является «генератором» шума. Для получения волнового

уравнения, описывающего звуковое поле, введём контрольную поверхность, охватывающую в любой момент времени все твёрдые тела.

Пусть эта контрольная поверхность задана уравнением (см. рис. 1) $f(\vec{x}, t) = 0$, причём функция f введена таким образом, что

$$f(\vec{x}, t) : \begin{cases} > 0 : \text{вне поверхности} \\ = 0 : \text{на поверхности} \\ < 0 : \text{внутри поверхности} \end{cases} :$$



Рисунок 1.1. Определение контрольной поверхности в методе FWH.

С использованием введённого уравнения поверхности уравнение баланса количества движения может быть преобразовано к следующей форме, справедливой для всей области (вне и внутри твёрдых тел) [30]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [H(f)\rho u_i] + \frac{\partial}{\partial x_i} [H(f)c_0^2(\rho - \rho_0)] = -\frac{\partial}{\partial x_j} [T_{ij}H(f)] + \\ + [\rho u_i(u_j - v_j) + (p - p_0)\delta_{ij} - \tau_{ij}] \frac{\partial H(f)}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (1.1)$$

где H — функция Хевисайда, которая определяется как

$$H(f(\vec{x}, t)) = \begin{cases} 1, f(\vec{x}, t) > 0 \\ 0, f(\vec{x}, t) < 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

ρ, p — соответственно плотность и давление газа, ρ_0, p_0, c_0 — соответственно плотность, давление и скорость звука в невозмущённой среде, u_i — i -я компонента скорости газа, v_j — j -я компонента скорости контрольной поверхности, τ_{ij} — компоненты тензора вязких напряжений, δ_{ij} — символ Кронекера, T_{ij} — компоненты тензора напряжений Лайтхилла[4]: $T_{ij} = \rho u_i u_j + [(p - p_0) - c_0^2(\rho - \rho_0)]\delta_{ij} - \tau_{ij}$; в (1.1) и ниже подразумевается суммирование по повторяющимся индексам.

Аналогично уравнению баланса импульса, уравнение неразрывности может быть преобразовано к виду [30]:

$$\frac{\partial}{\partial t} [H(f)(\rho - \rho_0)] + \frac{\partial}{\partial x_i} [H(f)\rho u_i] = [\rho(u_i - v_i) + \rho_0 v_i] \frac{\partial H(f)}{\partial x_i} \quad (1.3)$$

Если продифференцировать по времени уравнение (1.3) и вычесть дивергенцию от уравнения (1.1), то получается неоднородное волновое уравнение относительно возмущения плотности газа (акустической плотности $\rho - \rho_0$):

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right) [H(f)c_0^2(\rho - \rho_0)] = - \frac{\partial}{\partial x_i} [L_i | \nabla f | \delta(f)] + \frac{\partial}{\partial t} [\rho_0 U_n | \nabla f | \delta(f)] + \frac{\partial^2 (H(f)T_{ij})}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (1.4)$$

где приняты следующие обозначения:

$$L_i = [(p - p_0)\delta_{ij} - \tau_{ij} + \rho u_i (u_j - v_j)] n_j, \quad (1.5)$$

$$U_n = U_i n_i, \quad (1.6)$$

$$U_i = \frac{\rho u_i}{\rho_0} + \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) v_i. \quad (1.7)$$

Приведённое выше уравнение (1.4) и является уравнением Фокс Вильямс-Хокинга.

При получении уравнений (1.1) , (1.3) и (1.4) использовались следующие свойства обобщённых функций [31]:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial f} \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial t} \right) = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x_i} v_i = 0 \quad (1.8)$$

$$\delta(f(\vec{x}, t)) = \frac{\partial H}{\partial f} = \begin{cases} 1, & f(\vec{x}, t) = 0 \\ 0, & f(\vec{x}, t) \neq 0 \end{cases} \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x_i} = \frac{\partial H}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial x_i} = \delta(f) \cdot |\nabla f| n_i, \quad (1.10)$$

где n_i — i -я компонента внешней нормали к контрольной поверхности.

На практике в вычислительных кодах вместо дифференциальной формы (1.4) применяется интегральная форма уравнения FWH. В соответствии с [30] покажем её вид. Введём систему координат, связанную с неподвижной атмосферой в точке А (см. рис. 1.2). Пусть распределённый в пространстве генератор шума движется относительно покоящейся среды с постоянной скоростью V . Введём вторую систему координат, связанную с источником звука. Пусть положение точки источника звука в этой системе координат определяется вектором \vec{y} . Положение неподвижного наблюдателя – точки, в которой будем интересоваться, акустическими характеристиками в неподвижной системе координат, – определено вектором \vec{x} . В момент времени t («время наблюдателя») наблюдатель получает сигнал, сгенерированный точкой \vec{y} источника звука в момент времени τ («время источника»). Источник звука в момент генерации шума находится в точке $\vec{x}_s(\tau)$ (точка В), его положение в момент времени наблюдателя — $\vec{x}_s(t)$ (точка С). Пусть $|\vec{r}_e|$ — расстояние между точкой источника звука и наблюдателем в момент генерации звука:

$$|\vec{r}_e| = |\vec{x} - \vec{y} - \vec{x}_s(\tau)|$$

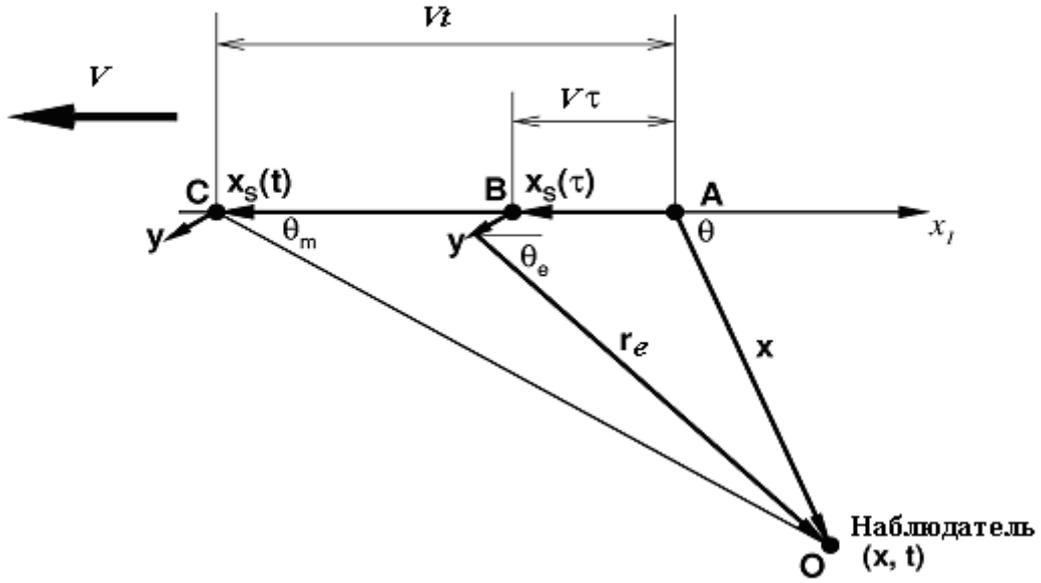


Рисунок 1.2. Схема источника звука и наблюдателя.

В интегральной форме решение уравнения FWH относительно акустического давления $p' = p(\vec{x}, t) - p_0$ может быть записано в виде

$$p'(\vec{x}, t) = p_T'(\vec{x}, t) + p_L'(\vec{x}, t) + p_Q'(\vec{x}, t), \quad (1.11)$$

$$4\pi p_T'(\vec{x}, t) = \int_{f=0} \left[\frac{\rho_0 (\dot{U}_n + U_{\dot{n}})}{r(1-M_r)^2} \right]_{ret} dS + \int_{f=0} \left[\frac{\rho_0 U_n (r\dot{M}_r + c(M_r - M^2))}{r^2(1-M_r)^3} \right]_{ret} dS \quad (1.12)$$

$$4\pi p_L'(\vec{x}, t) = \frac{1}{c} \int_{f=0} \left[\frac{\dot{L}_r}{r(1-M_r)^2} \right]_{ret} dS + \int_{f=0} \left[\frac{L_r - L_M}{r^2(1-M_r)^2} \right]_{ret} dS + \frac{1}{c} \int_{f=0} \left[\frac{L_r (r\dot{M}_r + c(M_r - M^2))}{r^2(1-M_r)^3} \right]_{ret} dS \quad (1.13)$$

$$4\pi p_Q'(\vec{x}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{f>0} \left[\frac{Q_{rr}}{r|1-M_r|} \right]_{ret} dV + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_{f>0} \left[\frac{3Q_{rr} - Q_{ii}}{r^2|1-M_r|} \right]_{ret} dV + \int_{f>0} \left[\frac{3Q_{rr} - Q_{ii}}{r^3|1-M_r|} \right]_{ret} dV \quad (1.14)$$

В (1.12) – (1.14) введены следующие обозначения:

$$M_r = \frac{v_i r_i}{c_0} \text{ — проекция вектора числа Маха на направление наблюдателя в момент}$$

$$\text{излучения звука (см. рис. 1.2), } \dot{M}_i = \frac{1}{c_0} \frac{\partial v_i}{\partial \tau}, \dot{M}_r = \dot{M}_i \frac{r_i}{r}, \dot{U}_n = \frac{\partial U_i}{\partial \tau} n_i, U_{\dot{n}} = v_i \frac{\partial n_i}{\partial \tau},$$

$$M^2 = \frac{v_i v_i}{c_0^2}, L_r = L_i \frac{r_i}{r}, \dot{L}_r = \frac{\partial L_i}{\partial \tau} \frac{r_i}{r}, L_M = L_i \frac{v_i}{c_0}, Q_{ij} = \int_{f>0} T_{ij} dn, Q_{rr} = Q_{ij} r_i r_j.$$

Индекс *ret* в подынтегральных выражениях означает, что выражение под знаком интеграла записано в момент излучения звука элементарным источником, т.е.

$$\tau = t - \frac{r_e}{c}. \quad (1.15)$$

Интегрирование в соотношениях (1.12)-(1.14) производится в системе координат, связанной с источником, т.е. по переменной \vec{y} .

Набор соотношений (1.11)-(1.14) называют интегральной формулировкой Фарассата-1а [32], [33]. Именно эта форма уравнения FWH наиболее часто применяется в вычислительных кодах и, в частности, на её основе осуществляется расчёт шума в дальнем поле как в пакете Fluent, так и в рамках НТС-кода.

В случае, когда контрольная поверхность, совпадает с поверхностью твёрдых тел, слагаемые, стоящие в правой части (1.11), приобретают следующий смысл:

$p_T'(\vec{x}, t)$ — определяется формой и кинематикой движения контрольной поверхности (“thickness” noise)

$p_L'(\vec{x}, t)$ — генерируется силой, действующей на жидкость со стороны поверхности (“loading noise”)

$p_Q'(\vec{x}, t)$ — определяется объёмными источниками звука, находящимися вне контрольной поверхности.

Вычисление величины $p_Q'(\vec{x}, t)$ требует интегрирования по объёму, его расчёт — крайне трудоёмкая операция. Поэтому при практическом использовании

метода FWH выбирают проницаемую¹ контрольную поверхность таким образом, чтобы она, по возможности, охватывала все источники звука; тогда объёмным интегралом можно пренебречь.

1.2 Особенности реализации метода в рамках пакета FLUENT и в NTS-коде

Как сказано выше, в обоих рассматриваемых кодах реализована формулировка метода FWH Фарассата-1а. Однако эти реализации существенно отличаются друг от друга. Кроме того, в НТС коде для повышения эффективности расчёта шума потоков с неограниченной областью турбулентности внесены коррективы в саму формулировку.

В пакете Ansys Fluent используется общая формулировка (1.11) с отброшенным объёмным источниковым членом.

Решение уравнения FWH ведётся в физическом пространстве. В процессе проведения гидродинамического расчёта на контрольной поверхности сохраняется информация о плотности, давлении и компонентах скорости газа. Выходными данными является временные истории акустического давления в заданных точках наблюдателя. Как правило, представляет интерес спектральная характеристика шума. Получение спектральной зависимости, а также интегральных характеристик шума возможно благодаря наличию встроенного преобразования Фурье. Отметим, что интегрирование (1.11) в физическом пространстве сопряжено с трудоёмкими операциями определения времени задержки $(t - \tau)$ в каждом узле контрольной поверхности для каждого наблюдателя и интерполяции переменных на соответствующий момент времени.

¹ Отметим, что в этом случае слагаемые $p_T'(\vec{x}, t)$ и $p_L'(\vec{x}, t)$ теряют свой смысл (thickness и loading noise), о котором говорилось выше

В НТС-коде метод FWH реализован для дальнего поля, поскольку расчёт шума именно в дальнем поле, как правило, представляет интерес; соответствующее упрощение формулировки Фарассата-1а позволяет существенно сократить вычислительные затраты. Под дальним полем понимается, что расстояние от источника шума до наблюдателя много больше размеров области источника шума, так что в (1.11) можно пренебречь слагаемыми порядка $o(r^{-2})$ и $o(r^{-3})$. Также выполнено преобразование Фурье от соотношения (1.11) для сокращения вычислительных затрат и во избежание ошибок интерполяции при вычислении времён задержки. При проведении гидродинамических расчётов на контрольных поверхностях сохраняются производные по времени от газодинамических величин, а не сами величины, как в пакете Fluent. При этом существенно возрастают необходимые затраты дисковой памяти (сохраняется 10 величин вместо 5), однако при любом «шаге сохранения» обеспечивается высокая точность определения производных, так как они вычисляются со вторым порядком точности с мелким шагом по времени «внутри» гидродинамического солвера. Таким образом, выходными данными являются спектральные характеристики шума. Временную историю акустического давления в интересующей точке наблюдателя можно получить с помощью обратного преобразования Фурье.

Как указано ранее, метод FWH подразумевает использование замкнутых контрольных поверхностей, охватывающих источники шума. Однако в реальности, например в струйных течениях, зона турбулентности может иметь значительную протяжённость. Так, например, в струях в спутном потоке турбулентные пульсации затухают на расстояниях порядка 100 диаметров сопла. Поэтому необходимо использование протяжённых FWH поверхностей, что увеличивает вычислительные затраты. В случае же использования коротких контрольных поверхностей, пересекающих зону турбулентности, происходит образование ложных источников шума. Это влечёт за собой нарушение допущения о возможности пренебрежения объёмным источником шума. Большинство расчётов струйных течений производится с использованием открытых контрольных поверхностей, что нарушает исходную концепцию метода FWH. В НТС-коде реализована замена переменных в подынтегральных выражениях (1.12)-(1.13). Плотность ρ заменяется

на величину ρ^* в предположении изэнтропичности течения вне контрольной поверхности:

$$\rho^* = \rho_0 (p / p_0)^{1/\gamma}, \text{ где } \gamma \text{ — показатель адиабаты газа.}$$

Строгое обоснование такого приёма и иллюстрация его эффективности (возможность сокращения длины контрольных поверхностей, а соответственно и области мелкой сетки) приведены в [34].

2. Постановки рассматриваемых тестовых задач

2.1 Задача о гармоническом источнике звука в неограниченном однородном потоке

Как указывалось во введении, важной частью решения задач аэроакустики является правильное разрешение звуковых волн. Для этого следует использовать достаточно мелкие сетки и применять подходящие численные схемы. Тестовой задачей, способной проверить способность солвера Fluent разрешать звуковые волны в ближнем поле, является задача об источнике гармонических колебаний, находящемся в однородном потоке. Вторым этапом теста является проверка работы метода FWH при наличии внешнего ненулевого потока. Эта возможность пакета Fluent реализована пока только в рамках бета-версии и мало протестирована.

2.1.1 Формулировка задачи и точное решение для уровня звукового давления в дальнем поле

Рассматривается задача о движении источника гармонических колебаний в бесконечном пространстве — покоящейся атмосфере (рис. 2.1).

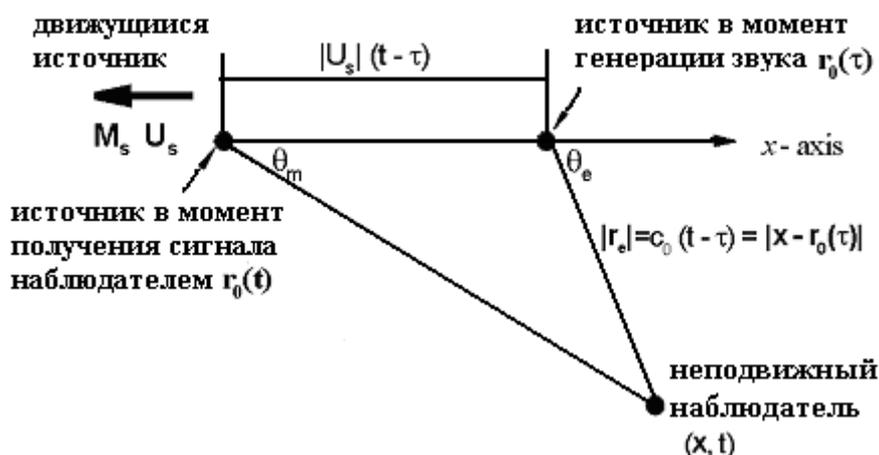


Рисунок 2.1 Движущийся волновой источник в покоящейся среде.

Волновой источник движется со скоростью U_s , ей соответствует число Маха источника M_s . Наблюдатель находится в точке, определяемой радиус-вектором \vec{x}_0 . В момент времени t (время наблюдателя) он получает сигнал, сгенерированный источником звука в момент времени τ (время генерации звука). Положение источника в момент времени τ описывается радиус-вектором $\vec{r}_0(\tau)$. Расстояние от наблюдателя до источника в момент времени t равно

$$|\vec{r}_e| = |\vec{x} - \vec{r}_0(\tau)| = c_0(t - \tau), \quad (2.1)$$

где c_0 — скорость звука.

Будём описывать рассматриваемое течение в рамках уравнений Эйлера, причём волновой источник создаётся путём добавления гармонического источника массы, подводимой к потоку с неизменным давлением, скоростью и температурой. Тогда система уравнений, описывающих рассматриваемое течение в системе координат, связанной с неподвижной атмосферой (наблюдателем) имеет вид:

уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = q_\rho, \quad (2.2)$$

уравнение баланса импульса:

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho \vec{V} \cdot (\nabla \vec{V}) + \nabla p = 0, \quad (2.3)$$

уравнение баланса энергии:

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + \rho \vec{V} \cdot \nabla h - \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla p \right) = 0, \quad (2.4)$$

где ρ и p — соответственно плотность и давление газа, \vec{V} — скорость газа относительно неподвижной среды, $h = C_p T$ — энтальпия газа, C_p — теплоёмкость при постоянном давлении.

Величина q_ρ представляет собой источник массы, который задаётся следующим образом:

$$q_p = \frac{A_q}{V_q} \psi(|\vec{r} - \vec{r}_0|) \phi(t), \quad (2.5)$$

где:

A_q - амплитуда колебаний,

\vec{r}_0 - радиус-вектор источника,

\vec{r} — радиус-вектор текущей точки потока,

функция $\psi(|\vec{r} - \vec{r}_0|)$ задаёт пространственную зависимость источника:

$$\psi = \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{|\vec{r} - \vec{r}_0|}{\Delta r_0}\right), \text{ если } |\vec{r} - \vec{r}_0| \leq \Delta r_0,$$

$$\psi = 0, \quad \text{если } |\vec{r} - \vec{r}_0| > \Delta r_0$$

$$V_q = \iiint_{x y z} \psi dx dy dz - \text{«эффективный объём» источника,}$$

$\phi(t) = \sin(2\pi ft)$ — гармоническая функция, f — частота колебаний.

Величина Δr_0 задаёт «радиус» источника, который определяется таким образом, чтобы величина $\psi(|\vec{r} - \vec{r}_0|)$ разрешалась на сетке, в то же время Δr_0 должна быть существенно меньше длины волны $\lambda = c_0 / f$ звука, генерируемого источником для того, чтобы источник можно было считать точечным. Амплитуда источника массы A_q должна задаваться из соображений $A_q \ll \rho_0 c_0^3 / f^2$, чтобы волны можно было считать акустическими уже на расстояниях порядка длины волны от источника.

Для вывода волнового уравнения, описывающего распространение звуковых волн на расстояниях, существенно больших, чем длина волны, можно воспользоваться процедурой линеаризации уравнений (2.1)-(2.3), представив газодинамические величины как сумму невозмущённых величин и малых возмущений. Если взять производную по времени от уравнения неразрывности и вычесть дивергенцию уравнения баланса импульса, учитывая, что линеаризованное уравнение баланса энергии и уравнение состояния дают связь между

возмущениями давления и плотности: $p' = \rho' c_0^2$, то в итоге может быть получено уравнение:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = \frac{\partial q_\rho}{\partial t}, \quad (2.6)$$

где $p' = p - p_0$ — возмущение давления

Если перейти к пределу $\psi(|\vec{r} - \vec{r}_0|) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$, т.е. считать источник действительно точечным, то уравнение (2.6) примет вид:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = \frac{\partial}{\partial t} [Q(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)], \quad (2.7)$$

где введено обозначение

$$Q(t) = \iiint_{|\vec{r} - \vec{r}_0(t)| < \Delta r_0} q_\rho dx dy dz = A_q \phi(t) \quad (2.8)$$

Как показано в [25] именно уравнение (2.7) описывает распространение звуковых волн, генерируемых движущимся точечным источником в покоящейся среде. Полученное в [25] общее решение этого уравнения может быть записано в виде:

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{Q(\tau)}{4\pi r_e |1 - M_r|} \right], \quad (2.9)$$

где M_r — проекция вектора числа Маха движущегося источника на направление наблюдателя в момент генерации звука τ :

$$M_r = \vec{M}_s \cdot \frac{\vec{r}_e}{r_e} \quad (2.10)$$

На больших расстояниях от источника в выражении (2.9) можно пренебречь производными по времени от величин M_r и r_e , учитывая, что $Q(\tau) \neq const$ (источник гармонический). Тогда, с учётом выражения для производной:

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{1}{1 - M_r}, \quad (2.11)$$

следующего из связи между временем наблюдателя t и временем генерации звука τ (2.1), из (2.9) получается следующая формула для среднеквадратичных пульсаций величины акустического давления:

$$\langle p^2(\vec{x}) \rangle = \frac{1}{(4\pi)^2 |1 - M_r|^4 r_e^2} \langle [\partial Q(\tau) / \partial \tau]^2 \rangle \quad (2.12)$$

Наконец, учитывая, выбранную форму источника (2.5) и (2.8), заметим, что $\langle [\partial Q(\tau) / \partial \tau]^2 \rangle = 2\pi^2 A_q^2 f^2$. Таким образом, получаем следующее выражение для среднеквадратичных пульсаций давления, которое ниже используется для оценки точности расчётов:

$$\langle p^2(\vec{x}) \rangle = \frac{A_q^2 f^2}{8 |1 - M_r|^4 r_e^2} \quad (2.13)$$

По этой величине рассчитывается уровень шума (SPL), определяемый как:

$$SPL = 10 \lg \frac{\langle p^2 \rangle}{p_{ref}^2}, \quad (2.14)$$

где p_{ref} — некое масштабное давление (стандартно $p_{ref} = 2 \cdot 10^{-5}$ Па).

Отметим, что при проведении соответствующих расчётов в рамках обоих используемых кодов, в отличие от описанной выше постановки, решается задача о неподвижном источнике, находящемся в однородном потоке (см. рис. 2.2), т.е. исходные уравнения (2.2)–(2.4) записываются в системе координат, связанной с источником. В результате решения задачи в сочетании с методом FWH при фиксированном (большом) расстоянии r_e определяется уровень шума SPL (2.14) как функция полярного угла θ_e (см. рис. 2.2) и сравнивается с точным решением $SPL(\theta_e)$, определяемым (2.13). Также производится сравнение среднеквадратичных пульсаций давления с точным решением в ближнем поле (в пределах достаточно мелкой разностной сетки, но на расстояниях от источника много больших, чем размер Δr_0).



Рисунок 2.2. Схема постановки задачи о волновом источнике

В заключение данного раздела стоит отметить, что при выводе волнового уравнения (2.7) использовались уравнения Эйлера, а при решении задачи в рамках обоих кодов используются уравнения Навье-Стокса. Однако при высоком числе Рейнольдса вязкость не должна оказывать существенного влияния на распространение волн.

2.1.2 Конфигурация расчётной области и граничные условия

Расчётная область трёхмерная, имеет цилиндрическую форму. Расчётная сетка состоит из двух блоков – внутреннего декартова и внешнего цилиндрического. Использование внутреннего декартова блока позволяет избежать сингулярности на оси цилиндрической системы координат при использовании структурированных сеток (напомним, что с такими сетками работает НТС-код). Сетка, используемая для расчёта в пакете Fluent, формально неструктурированная, создавалась в генераторе Gambit и полностью подобна использовавшейся в НТС-коде.

На рисунке 2.3 приведено сечение расчётной сетки в плоскости xu . Следует отметить, что сетка загрубляется к внешним границам с большим шагом. Это сделано для того, чтобы предотвратить отражение акустических волн от внешних границ области. Таким образом, волны не разрешаются на сетке и поглощаются. Столь большие размеры расчётной области обусловлены необходимостью минимизации влияния граничных условий на волновые процессы.

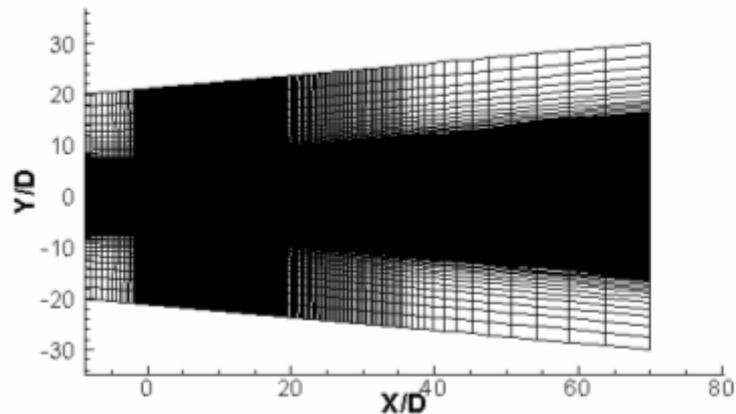


Рисунок 2.3. Сечение расчётной сетки плоскости xu .

Волновой источник задаётся в точке с координатами $(6,0,0)$ (приведены координаты, обезразмеренные на масштаб длины, равный 6,223 см). Сетка состоит из $1,2 \cdot 10^6$ узлов; создавалась из расчёта 8 узлов на наименьшую длину волны, генерируемой источником. Такие волны распространяются в направлении «против потока», и их длина λ_{\min} определяется формулой

$$\lambda_{\min} = f^{-1}(c_0 - U) = f^{-1}c_0(1 - M_0), \quad (2.15)$$

где M_0 — число Маха набегающего потока, U — скорость набегающего потока, c_0 — скорость звука в невозмущённой среде, f — частота колебаний.

Определяющими параметрами данной задачи являются:

число Маха набегающего потока:

$$M_0 = \frac{U}{c_0} \quad (2.16)$$

и число Струхала

$$St = \frac{fD}{U} \quad (2.17)$$

где D — масштаб длины задачи (равен 6,223 см). В данной работе соответствующие параметры имеют значения $St=0.8$ и $M_0=0.5$.

Источник массы в пакете Fluent задавался с помощью пользовательской функции, реализованной на языке C.

В качестве граничных условий в рамках пакета Fluent на левой границе задаются значения давления и температуры торможения, соответствующие значению числа Маха набегающего потока. На внешней границе задаются значения компонент скорости и температуры, соответствующее числу Маха набегающего потока. На выходной границе задаётся значение статического давления.

В рамках НТС-кода на левой входной границе задаются параметры заторможенного газа, соответствующие числу Маха набегающего потока. На внешней границе экстраполируется значение радиальной скорости, значение продольной скорости равно скорости набегающего потока, азимутальная скорость равна нулю. Считая параметры заторможенного газа заданными, используется изэнтропическое соотношение $p/\rho^\gamma = p_0/\rho_0^\gamma$; для определения температуры скорость звука определяется как $c = 0.5(c_{extr} + c_0)$, где c_{extr} и c_0 — соответственно значение скорости звука, полученное линейной экстраполяцией изнутри области и скорость звука в покоящейся среде. На правой выходной границе используются мягкие граничные условия (равенство производной по продольной координате нулю) для всех газодинамических переменных, включая давление. Кроме того, для уменьшения отражения волн от границ используются так называемые «поглощающие слои» (sponge-layers), описание которых дано в главе 3.

В качестве начального поля для расчётов в рамках обоих кодов использовались значения газодинамических переменных, соответствующие однородному потоку с числом Маха, равным 0.5.

2.1.3 Контрольные FWH поверхности

Ниже приведена схема FWH поверхностей, используемых в акустическом расчёте. Стоит отметить, что накопление информации происходит на «элементарных» поверхностях (обозначены цифрами). Из этих элементарных поверхностей можно создавать набор используемых в акустическом постпроцессинге замкнутых контрольных поверхностей различной длины и ширины.

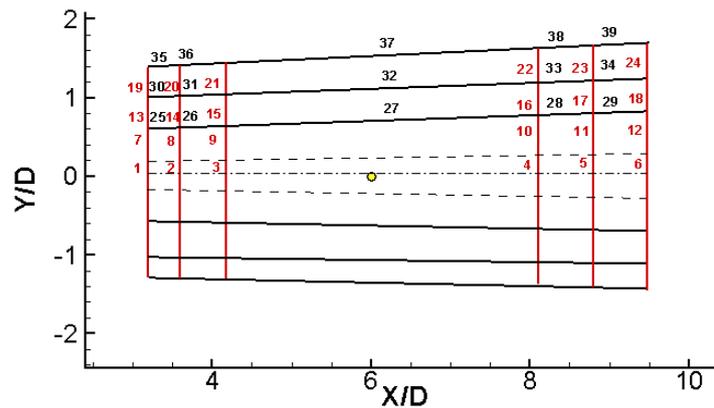


Рисунок 2.4 Схема используемых контрольных поверхностей в задаче о гармоническом источнике.

2.2 Задача о расчете шума дозвуковой ($M=0.9$) холодной струи, истекающей в затопленное пространство

С помощью НТС-кода произведено значительное количество аэроакустических расчётов струйных течений. Имеет место хорошее согласование расчётных данных с экспериментальными [13], [14]. Поэтому второй задачей, рассматриваемой в данной работе, является расчёт шума дозвуковой струи с помощью пакета Fluent на сетке, аналогичной, использовавшейся в НТС-коде.

Рассматривается задача о расчёте акустического шума в дальнем поле от сжимаемой турбулентной струи, вытекающей из сужающегося сопла в затопленное

пространство. В работе рассматривается как само распространение струи, так и течение внутри сопла. Геометрические параметры сопла приведены в таблице 1.

Таблица 1. Геометрические параметры сопла.

Длина	37,338 см
Диаметр входа	9,677 см
Диаметр выхода	6,223 см
Длина сужающейся части	12,446 см

Основными определяющим параметрами задачи являются: число Маха полностью расширенной струи, равное 0.9, число Рейнольдса, построенное по параметрам, соответствующим срезу сопла, составляет $1.3 \cdot 10^6$.

2.2.1 Двухстадийная RANS/ILES методика расчета

Естественным путём решения гидродинамической части данной задачи является проведение расчёта в рамках метода LES в полной области, включающей как сопло, так и область, в которую струя распространяется. Однако реалистичное описание очень тонкого при высоких числах Рейнольдса пограничного слоя на стенках сопла в рамках LES требует использования чрезвычайно мелких сеток и мелких шагов интегрирования по времени, что приводит к неприемлемо высоким вычислительным затратам. Проведение LES в сопле на грубых сетках (такой подход применяется в ряде работ — см., например, [23]) приводит к завышению толщины пограничного слоя на выходе из сопла и как следствие к сильному «затягиванию» перехода к турбулентности в слое смешения, что в свою очередь приводит к неверному предсказанию шума струи. Поэтому в данной работе применяется двухэтапный подход к решению задачи, предложенный в [35] и позволяющий разрешить указанную проблему без чрезмерных вычислительных затрат (см. рис. 2.5). Этот подход состоит в следующем.

На первом этапе задача решается в полной расчётной области в рамках RANS. При этом используется сетка, достаточная для разрешения пограничного

слоя на стенках сопла, но гораздо более грубая по касательным к стенке координатам, чем та, которая требовалась бы в рамках LES.

На втором этапе производится LES расчёт только струи. При этом в качестве граничных условий на срезе сопла используются профили параметров потока, полученные на предыдущем RANS этапе. Чрезвычайно важно, что при этом, с одной стороны, на срезе сопла пограничный слой имеет реальную (очень малую) толщину, а с другой стороны, в виду отсутствия необходимости при LES струи разрешать вязкий подслой, сетка в радиальном направлении в окрестности стенок (слоя смещения струи) может быть значительно грубее, чем используемая в RANS расчёте. Кроме экономии ресурсов за счёт экономии узлов сетки, это позволяет по меньшей мере на порядок увеличить шаг интегрирования уравнений по времени. Именно этот факт в конечном итоге делает возможным LES расчёт струи при приемлемых вычислительных затратах, несмотря на чрезвычайно тонкий пограничный слой на стенке сопла.

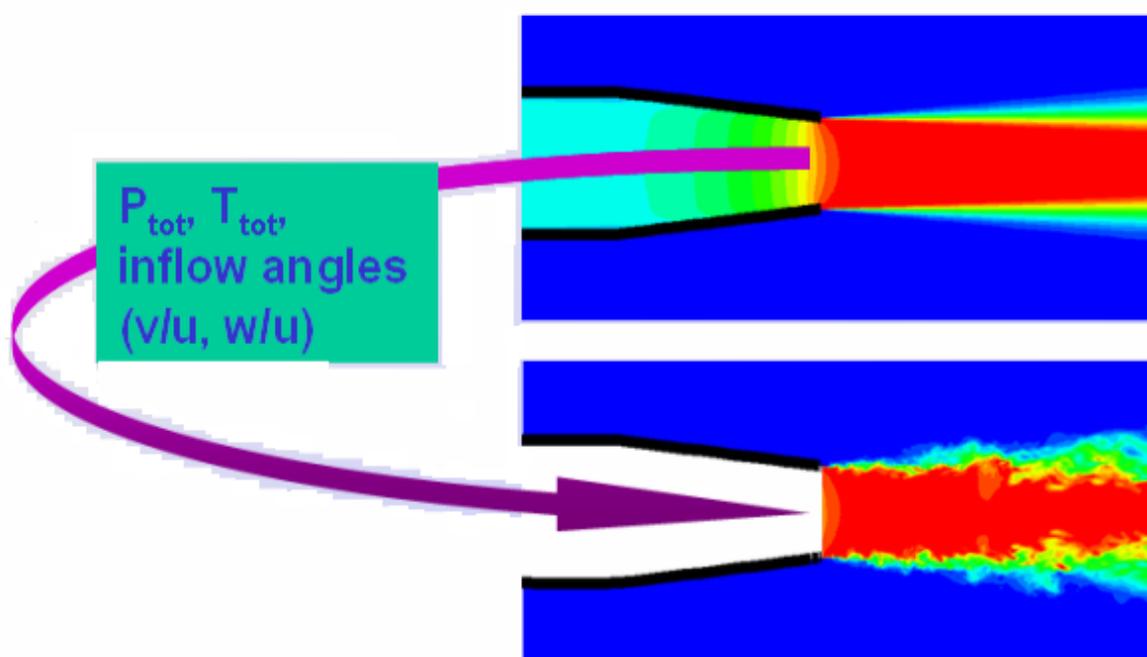


Рисунок 2.5 Схема двустадийного расчёта.

Второй особенностью используемого подхода является использование так называемой «неявной» версии LES (ILES — Implicit LES), в рамках которой роль подсеточной вязкости играет численная диссипация используемой вычислительной

схемы. Это связано с тем, что при расчёте шума турбулентных струй в рамках метода моделирования крупных вихрей чрезвычайно важным является реалистичное описание перехода от ламинарного к турбулентному режиму течения в слоях смешения, сходящих с кромки сопла. Этот процесс при высоких числах Рейнольдса происходит очень быстро, что определяет диапазон частот шума, которые могут быть разрешены в рамках LES. Адекватное разрешение мелкомасштабных вихревых структур, поступающих из пограничного слоя на стенке сопла и приводящих к турбулизации слоя смешения, в настоящее время оказывается невозможным из-за неприемлемо высоких требований к вычислительным ресурсам. Как правило, использование классических (явных) моделей подсеточной вязкости приводит к сильному затягиванию процесса перехода [24]. Один из способов устранения данного недостатка основан на замене реальных турбулентных пульсаций на срезе сопла искусственными. Однако такой способ приносит «паразитный» шум, который трудно отфильтровать от истинного.

2.2.2 Исходные уравнения.

Как ясно из предыдущего раздела, на первом этапе расчёта используются стационарные уравнения Рейнольдса, а на втором расчёт производится в рамках метода моделирования крупных вихрей. Приведём для полноты изложения уравнения динамики сплошной среды, используемые на обоих указанных этапах.

В общем виде систему нестационарных уравнений Навье-Стокса в отсутствие объёмных сил можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial(\rho H)}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} H) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (\vec{V} \bar{\tau}), \quad (2.20)$$

где ρ , p — соответственно плотность и давление газа, \vec{V} — вектор скорости, $\bar{\tau} = \mu \left[(\nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} I \right]$ — тензор напряжений, I — единичный тензор, T — температура, $H = h + \frac{V^2}{2}$ — полная энтальпия, λ — коэффициент теплопроводности, μ — коэффициент динамической вязкости.

Дополняет приведённую выше систему (2.18)-(2.20) уравнение состояния идеального газа (Менделеева-Клапейрона):

$$\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{\mu}, \quad (2.21)$$

где μ — молекулярная масса, R — газовая постоянная.

После применения осреднения уравнений Навье-Стокса по Рейнольдсу и Фавру для моделирования турбулентности, уравнения неразрывности, баланса импульса и энергии примут вид:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \bar{u}_i) = 0 \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{u}_j \bar{u}_i) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ij} - \bar{\rho} \widetilde{u_i u_j}) \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} E) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{u}_j H) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} - \bar{\rho} \widetilde{u_j h} + \bar{\tau}_{ij} \bar{u}_i - \bar{\rho} \widetilde{u_j K} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} [\bar{u}_i (\bar{\tau}_{ij} - \bar{\rho} \widetilde{u_i u_j})] \end{aligned} \quad (2.24)$$

где K — кинетическая энергия турбулентности.

В приведённых выше уравнениях черта сверху обозначает осреднённые по Рейнольдсу переменные, тильда — осреднённые по Фавру. Для замыкания системы (2.22)–(2.24) используется гипотеза Буссинеска:

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left(\bar{\rho} K + \mu_T \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right), \quad (2.25)$$

где μ_T — турбулентная вязкость, δ_{ij} — символ Кронекера и соотношение для теплового потока:

$$\overline{\rho u_j' \bar{h}'} = - \frac{\mu_T}{Pr_T} \frac{\partial \bar{h}}{\partial x_j}, \quad (2.26)$$

где Pr_T — турбулентное число Прандтля.

В свою очередь, для определения турбулентной вязкости, используют модели турбулентности. В данной работе использовалась $k-\omega$ модель Ментера SST [36], [37].

Метод крупных вихрей, используемый на втором этапе расчёта, основан на процедуре пространственной фильтрации нестационарных уравнений Навье-Стокса. Эта процедура позволяет отделить турбулентные вихри, размер которых меньше размера фильтра. Полученные таким образом уравнения описывают динамику крупных вихрей.

Отфильтрованная переменная определяется следующим образом:

$$\bar{\phi}(x) = \int_D \phi(x') G(x, x') dx' \quad (2.27)$$

где G — функция фильтра, D — жидкий объём.

На практике в большинстве CFD кодов применяется неявная фильтрация переменных за счёт использования метода конечных объёмов. В качестве размера фильтра выступает объём ячейки.

$$\bar{\phi}(x) = \frac{1}{V} \int_V \phi(x') dx' \quad (2.28)$$

Здесь V — объём ячейки сетки. Функция фильтра может быть определена как:

$$G(x, x') = \begin{cases} \frac{1}{V}, x' \in V \\ 0, x' \notin V \end{cases} \quad (2.29)$$

Аналогично методу RANS, где для замыкания осреднённых уравнений необходимо моделировать рейнольдсовы напряжения, в методе LES после проведения фильтрации уравнений остаются неизвестные подсеточные напряжения. Тензор подсеточных напряжений имеет вид:

$$\tau_{ij} = \bar{\rho} u_i u_j - \rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (2.30)$$

Для определения компонент тензора подсеточных напряжений используют модели подсеточных напряжений. Простейшим способом замыкания системы отфильтрованных уравнений Навье-Стокса является алгебраическая модель Смагоринского:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = 2 \mu_{SGS} S_{ij} , \quad (2.31)$$

где подсеточная вязкость μ_{SGS} определяется из соотношения:

$$\mu_{SGS} = \rho (c_s \Delta)^2 |\bar{S}| , \quad (2.32)$$

где: $|\bar{S}| = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$, $\Delta = \sqrt[3]{V}$ – сеточный масштаб, V – объём ячейки, C_s — константа модели.

Однако, как уже упоминалось, в данной работе производился расчёт без подсеточной модели вязкости. В пакете Ansys Fluent это можно осуществить только путём задания константы C_s в модели Смагоринского (2.32) равной нулю.

2.2.3 Конфигурации расчетной области, граничные условия и разностные сетки, использовавшиеся на RANS- и LES-стадиях расчета

Используемая в данном расчёте сетка состоит из двух блоков — внутреннего декартова и внешнего цилиндрического. Как уже упоминалось, использование

внутреннего декартова блока позволяет избежать сингулярности на оси цилиндрической системы координат. Использование же внешнего цилиндрического блока позволяет удобно менять параметры сетки в радиальном направлении и, в частности, обеспечить сгущение сетки по радиальной координате в слое смешения струи.

Расчётная область для RANS расчёта представляет собой сектор цилиндра вращения с азимутальным углом 90° . На рисунке 2.6 приведено сечение сетки в плоскости xu , используемой при решении на RANS-этапе.

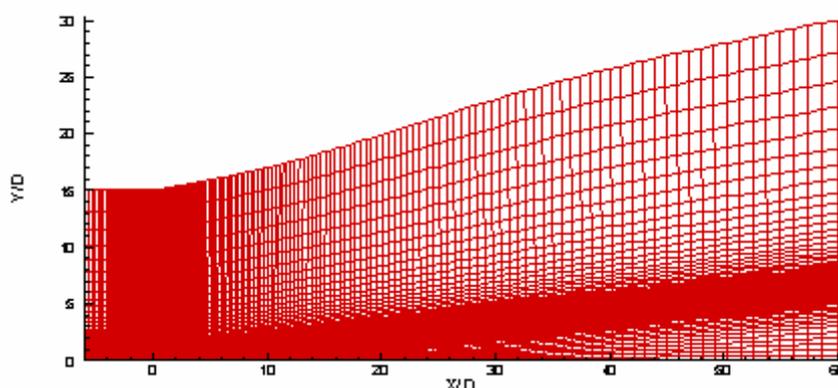


Рисунок 2.6. Сечение сетки, используемой на RANS этапе.

Сетка имеет размерность порядка $6 \cdot 10^5$ узлов. В окрестности стенок сопла сетка сгущена таким образом, что позволяет обеспечить значение первого пристенного y^+ равного примерно 0,5.

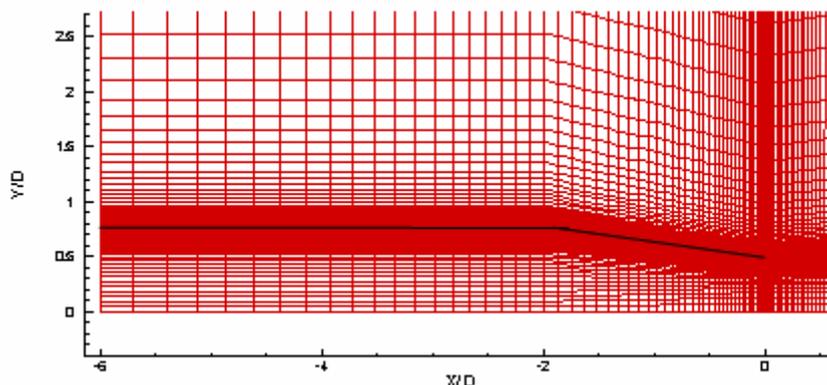


Рисунок 2.7. Сетка в окрестности сопла.

При проведении RANS расчёта в рамках Fluent используются следующие граничные условия: на входе в сопло задаются значения давления торможения и

температуры торможения, обеспечивающее значение числа Маха полностью расширенной струи $M=0,9$ ($P_0/Pa=1,691$, $T_0/Ta=1$) и характеристики турбулентности (интенсивность турбулентности, равная 1% и отношение турбулентной и молекулярной вязкостей, равное 1). На правой выходной границе задаётся значение статического давления, соответствующее давлению в невозмущённой среде. На левой входной границе (вне сопла) и на внешней границе задаётся значение продольной скорости, соответствующее 0,25% от скорости полностью расширенной струи, равенство нулю остальных компонент скорости, значение температуры, соответствующее невозмущённой среде и характеристики турбулентности, аналогичные значениям на входе в сопло. Использование такого граничного условия позволяет обеспечить отсутствие смены знака нормальной к границе скорости, что позволяет улучшить устойчивость решения. На стенке сопла задаётся условие прилипания; стенка считается теплоизолированной. На плоскостях, перпендикулярных плоскости yz , задаётся условие симметрии.

В рамках НТС-кода на входе в сопло задаются значения давления и температуры торможения, аналогичные используемым во Fluent. Внешняя граница является входной, поэтому на ней используются те же граничные условия, что и в задаче об источнике: экстраполируется значение радиальной скорости, задаётся значение продольной скорости такое же, как и во Fluent, азимутальная скорость принимается равной нулю. На этом сегменте используется изэнтропическое соотношение $p/\rho^\gamma = p_0/\rho_0^\gamma$; значение скорости звука на границе, по которому рассчитывается температура, определяется как: $c = 0.5(c_{extr} + c_0)$, где c_{extr} и c_0 — соответственно значение скорости звука, полученное линейной экстраполяцией изнутри области и скорость звука в невозмущённой среде. На левой входной границе вне сопла задаётся значение продольной скорости и температуры такие же, как во Fluent. На правой выходной границе для всех газодинамических величин, включая давление, используется мягкое граничное условие: равенство нулю производных по продольной координате. Стоит отметить, что, хотя данные граничные условия не являются вполне корректными с математической точки зрения, они оказались единственными условиями, работоспособными при возникновении обратных токов, обусловленных конвекцией вихревых структур.

При этом «дрейф» общего уровня давления на выходной границе отсутствует благодаря постоянству давления на внешней (радиальной) границе области.

Расчётная область для LES расчёта представляет собой цилиндр вращения. Её сечение плоскостью xu показано на рисунке 2.8. Использование расчётной области столь больших размеров позволяет уменьшить влияние граничных условий на внешних границах на течение. Сетка имеет размерность порядка $1.9 \cdot 10^6$ узлов. Также имеются результаты расчёта данной задачи в HTC-коде на более мелкой сетке, содержащей 5 млн узлов. Но расчёт на сетке такой размерности в рамках Fluent затруднителен при имеющихся вычислительных ресурсах.

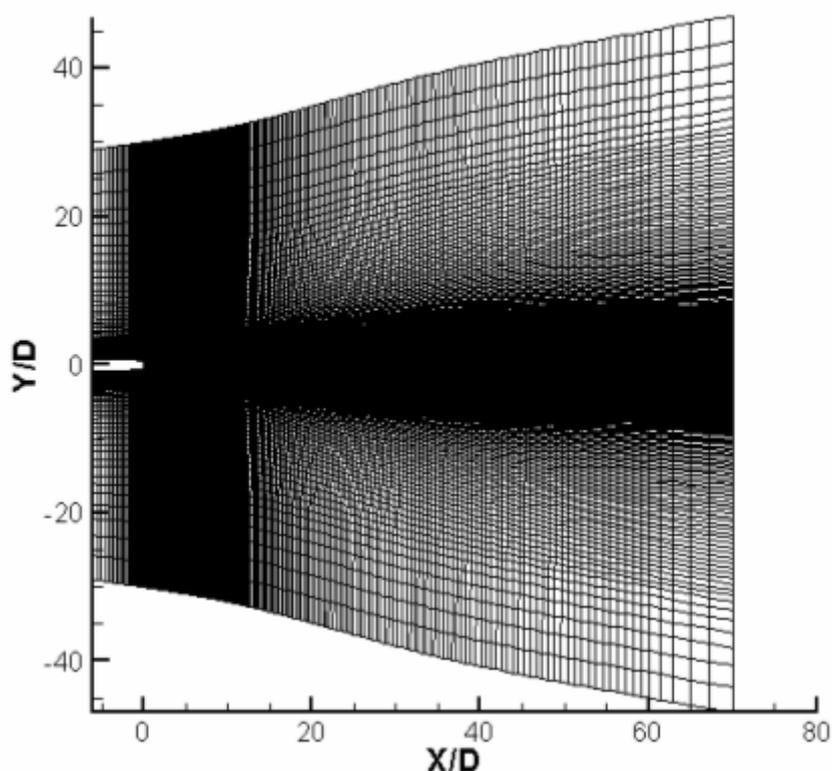


Рисунок 2.8. Сетка, используемая в LES расчёте.

При проведении LES расчёта используются те же самые граничные условия, что и в RANS расчёте (соответственно во Fluent и HTC-коде), за исключением условий на срезе сопла, где задаются профили давления и температуры торможения, а также профили углов входа, полученные в результате RANS расчёта. Важной особенностью HTC-кода является использование неотражающего условия на срезе сопла: статическое давление определяется из соотношения:

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \max\{(c - u_l), 0\} \frac{\partial p}{\partial l} = 0, \quad (2.33)$$

где u_l — проекция вектора скорости на направление соответствующих «продольных» сеточных линий, c — локальная скорость звука

Кроме того, как и в задаче о волновом источнике, в НТС-коде используются поглощающие слои, описание которых дано в главе 3.

Также поле, полученное на первом этапе, является начальным приближением для расчёта в рамках LES.

2.2.4 Контрольные FWH-поверхности для расчета шума в дальнем поле струи

На рисунке 2.9 приведена схема FWH поверхностей, используемых для расчёта шума струи, наложенная на поле модуля завихренности. Стоит обратить внимание, что оси абсцисс и ординат имеют разные масштабы. Завихренность обезразмерена на величину D/U , где D — диаметр среза сопла, U — масштаб скорости (равный скорости полностью расширенной струи). Контрольные поверхности должны выбираться в соответствии с методом FWH таким образом, чтобы включать в себя максимальное количество источников шума.

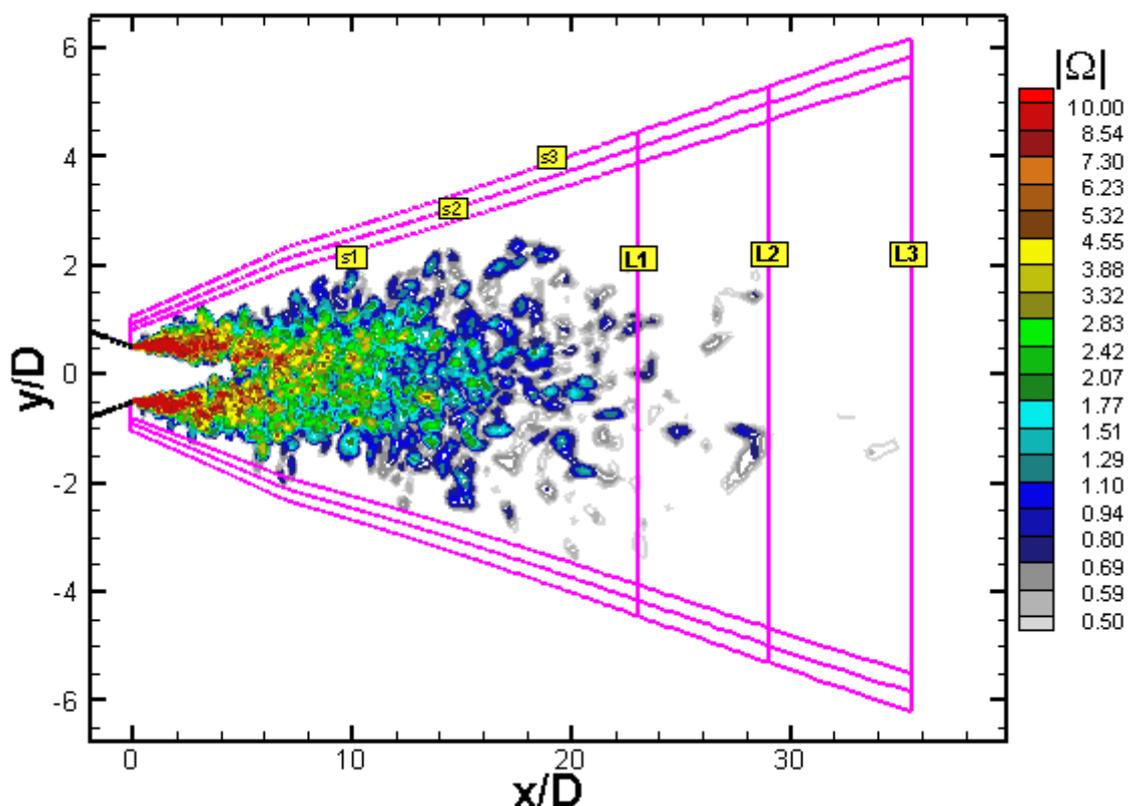


Рисунок 2.9 Схема контрольных поверхностей, используемых в задаче о шуме струи.

Как и в задаче о волновом источнике, здесь информация о гидродинамических величинах накапливается на элементарных поверхностях, из которых составляются «комплексные» замкнутые контрольные поверхности, на основе которых производится расчёт шума.

3. Краткое описание используемых методов интегрирования стационарных уравнений Рейнольдса и нестационарных уравнений Навье-Стокса

3.1 FLUENT

В данной главе будут кратко рассмотрены особенности используемых солверов и методы решения стационарных уравнений Рейнольдса и нестационарных уравнений Навье-Стокса.

Коммерческий пакет Ansys Fluent позволяет решать стационарные и нестационарные задачи, используя большой набор физических моделей: одно- и

многофазные течения, химические реакции, сопряжённый теплообмен, позволяет моделировать турбулентные течения как в рамках RANS постановок, так и с использованием вихреразрешающих методов. Работа солвера основана на методе конечных объёмов, возможно использование как двумерных, так и трёхмерных неструктурированных сеток. Солвер хранит информацию о гидродинамических переменных в центрах ячеек, т.е. использует так называемый cell-centered подход.

При решении задач во Fluent использовался так называемый «density-based» солвер, изначально предназначенный для моделирования существенно сжимаемых течений, однако благодаря наличию процедуры preconditioning, пригодный и для решения уравнений Навье-Стокса при низких числах Маха. В общем виде нестационарные уравнения Навье-Стокса записываются в консервативной интегральной форме:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V W dV + \oint (F - G) dA = \int_V H dV \quad (3.1)$$

Здесь введены обозначения:

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho \vec{V} \\ \rho \vec{V} u + p \vec{i} \\ \rho \vec{V} v + p \vec{j} \\ \rho \vec{V} w + p \vec{k} \\ \rho \vec{V} E + p \vec{V} \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xi} \\ \tau_{yi} \\ \tau_{zi} \\ \tau_{ij} v_j + q \end{pmatrix},$$

H – вектор, содержащий источники массы, импульса, энергии, а также объёмные силы, V – контрольный объём, dA – поверхность его ограничивающая, ρ , v , E , p — соответственно плотность, скорость, полная энергия единицы массы среды и давление, τ_{ij} — тензор вязких напряжений, q — тепловой поток.

Таким образом, уравнения неразрывности, баланса импульса и энергии решаются совместно. Давление определяется из уравнения состояния идеального газа. В случае необходимости решения дополнительных скалярных уравнений переноса, например уравнений переноса характеристик турбулентности в рамках той или иной модели турбулентности, они решаются после решения системы (3.1).

Для аппроксимации вязких слагаемых используется центрально-разностная схема второго порядка. Аппроксимация конвективных слагаемых основана на схеме расщепления разностей потоков Роу. В общем виде вектор газодинамических потоков \vec{F} через грань ячейки сетки можно записать в виде:

$$\vec{F} = \frac{1}{2}(\vec{F}_R + \vec{F}_L) - \frac{1}{2}|A|(\vec{U}_R - \vec{U}_L), \quad (3.2)$$

где \vec{U} — вектор консервативных переменных, A – матрица Роу, а индексы R и L обозначают значения «слева» и «справа» от грани ячейки.

При решении задачи на RANS этапе для аппроксимации невязких слагаемых в рамках метода Роу применялась противопоточная схема второго порядка. Для вычислений в рамках LES для уменьшения численной диссипации использовалась гибридная схема, построенная путём комбинации («взвешивания») центрально-разностной и противопоточной схем второго порядка. [38]. В соответствии с этим подходом исходная схема (3.2) модифицируется как:

$$\vec{F} = \frac{1}{2}(\vec{F}_R + \vec{F}_L) - \varepsilon \frac{1}{2}|A|(\vec{U}_R - \vec{U}_L), \quad (3.3)$$

где весовой параметр ε меняется от 0 (чисто центрально-разностная схема) до 1 (обычная схема Роу). В работе использовалось значение ε , равное 0.2 (значение, используемое солвером по умолчанию). Это значение постоянное и не может являться функцией пространства. Величина параметра может быть изменена только с использованием внутренних команд Fluent, которые доступны пользователям только при наличии «экспертного» доступа и не документированны.

Для решения стационарных уравнений используется метод установления по псевдовремени. Для дискретизации по физическому времени используется трёхслойная схема второго порядка точности, при этом на каждом шаге по физическому времени выполняется установление по псевдовремени (dual-time stepping).

Получающаяся система уравнений линеаризуется. Полученная система линейных алгебраических уравнений решается с помощью LU разложения.

3.2 НТС-код

НТС-код является «академическим» кодом, направленным на решение задач гидродинамики. Он позволяет решать двумерные и трёхмерные стационарные и нестационарные уравнения Навье-Стокса. Код основан на методе конечных объёмов; использует перекрывающиеся блочно-структурированные сетки. Данные хранятся в узлах сетки (vertex-based подход). Отличительной особенностью кода является возможность использования вычислительных схем высокого порядка. В коде реализованы различные модели турбулентности и вся совокупность вихреразрешающих методов — DNS, LES и различные гибридные RANS/LES методы. В рамках кода также реализован акустический постпроцессор, основанный на методе Фокс Вильямс-Хокинга. Возможно производство параллельных вычислений с помощью технологий OMP и MPI. С помощью данной программы многократно производились аэроакустические расчёты струйных течений (см., например, [13], [14]).

При расчёте струйного течения, рассматриваемого в данной работе, в НТС коде, как и во Fluent, для пространственной аппроксимации невязких слагаемых использовалась схема расщепления разностей потоков Роу. При решении задачи в рамках RANS подхода для аппроксимации конвективных слагаемых применялась противопоточная схема третьего порядка. При использовании метода LES применялась гибридная схема: взвешенная центрально-разностная схема 4-го порядка и противопоточная схема 5-го порядка. В рамках этой схемы поток через грань ячейки вычисляется как:

$$F_{i-1/2}^{hyb} = F_{i-1/2}^{5u} \cdot \sigma_{upw} + F_{i-1/2}^{4c} \cdot (1 - \sigma_{upw}), \quad (3.4)$$

где индексами *hyb*, *5u*, *4c* соответственно обозначены величины потоков, вычисляемые по гибридной, противопоточной схеме 5-го порядка и центрально-разностной схеме 4-го порядка, а σ_{upw} — весовой параметр, определяемый геометрически.

Пространственное распределение этого параметра в задаче о шуме струи приведено на рис. 3.1.

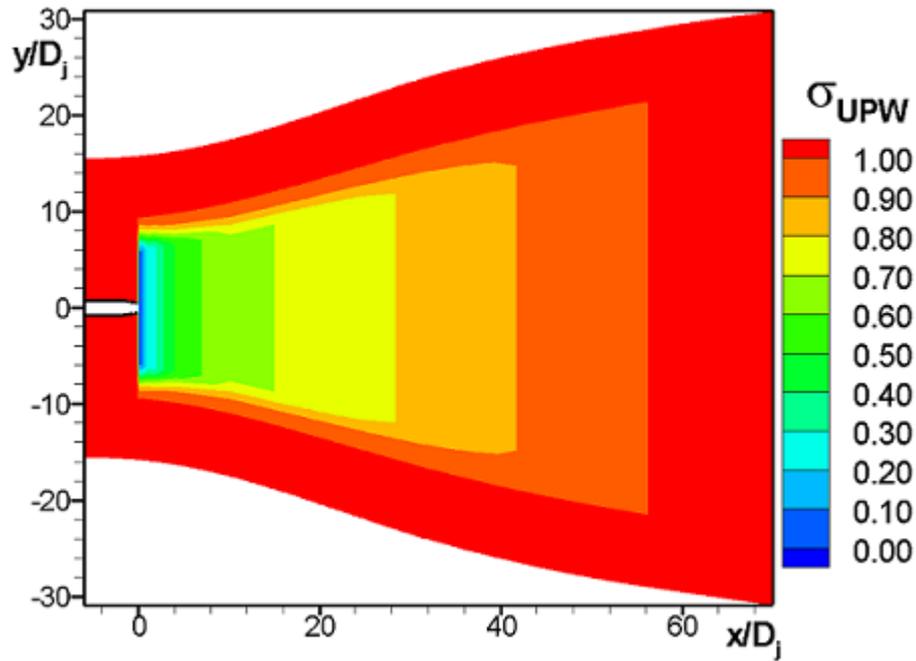


Рисунок 3.1 Пространственное распределение весового параметра в гибридной схеме.

Вязкие члены аппроксимируются центрально-разностной схемой второго порядка. Для аппроксимации производных по времени применяется трёхслойная схема второго порядка. На каждом шаге по физическому времени производится установление по псевдовремени. Для решения алгебраической системы уравнений, получаемой в результате линеаризации исходной системы уравнений, используется релаксация Гаусса-Зейделя по плоскостям.

Важной особенностью НТС-кода, используемой в аэроакустических расчётах, является применение поглощающих слоёв. Поглощающие слои используются для поглощения акустических волн и предотвращения их отражения от границ расчётной области. Идея реализации состоит в «комбинировании» решения, получаемого на каждой итерации на каждом шаге по времени с некоторым известным стационарным полем (например, полученным из решения той же задачи в рамках стационарных уравнений Рейнольдса), основанном на соотношении:

$$F(l) = (1 - s)F^*(l) + sF_{target}(l), \quad (3.5)$$

где F^* — величина, полученная на данном шаге по времени в данной точке, F_{target} — значение величины в данной точке, с которой производится «комбинирование», L — ширина поглощающего слоя, $s = (l/L)^\beta$, где l — расстояние от внутренней границы слоя до данной точки. В качестве значений F_{target} используются значения, полученные в результате RANS расчёта, параметр $\beta = 3$.

Применение поглощающих слоёв в пакете Fluent невозможно, так как отсутствует доступ к модифицированию переменных, используемых солвером.

4. Результаты решения задачи об источнике звука в однородном потоке

Как указывалось ранее, данная задача представляет интерес, поскольку она, во-первых, позволяет судить о точности разрешения звуковых волн на сетке, а во-вторых — произвести тест FWH-постпроцессора в пакете Fluent с учётом внешнего потока, поскольку данная опция на данный момент не верифицирована.

Шаг интегрирования по времени уравнений Навье-Стокса в данной задаче составлял $1/35$ от конвективного времени, которое определяется как отношение масштаба длины к скорости набегающего потока. На каждом шаге по времени производилось 15 итераций, что обеспечивало снижение уровня невязок на два порядка.

При задании источника использовались следующие параметры: безразмерная амплитуда источника массы $\bar{A}_q = \frac{A_q}{\rho_0 D^2 U}$ (ρ_0 , U , D – соответственно плотность невозмущённой среды, скорость набегающего потока и линейный масштаб) выбиралась в соответствии с соотношением: $\bar{A}_q \cdot St = 0.01$ (число Струхала равно 0.8), безразмерная величина «радиуса» источника равна: $\Delta r_0 / D = 0.15$. Источник задавался в точке с безразмерными координатами (6,0,0). Число Маха набегающего потока $M_0 = 0.5$.

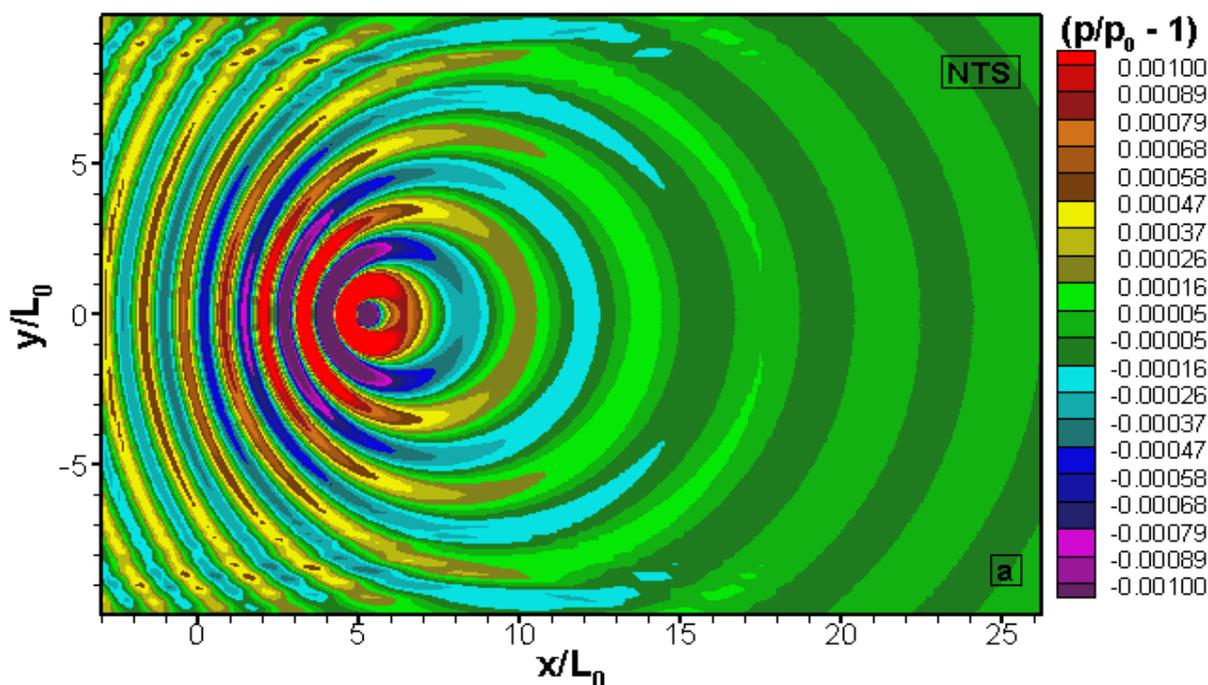
Перейдём, собственно, к описанию полученных результатов. При этом сначала рассмотрим результаты гидродинамических расчётов, т.е. поля параметров потока в «среднем» поле (в пределах достаточно мелкой конечно-разностной сетки), полученные с помощью НТС-кода и Fluent, а затем остановимся на результатах расчёта шума в дальнем поле в рамках соответствующих FWH-постпроцессоров.

Волновая картина хорошо видна на гидродинамических полях и, особенно, на поле производной от давления по времени. Ниже представлены мгновенные поля давления (рис. 4.1), числа Маха (рис. 4.2) и производной от давления по

времени (рис. 4.3 и 4.4), полученные в результате расчётов с использованием НТС-кода и Fluent. Давление обезразмерено на величину давления невозмущённой среды. Безразмерная производная от давления по времени определяется как:

$$\left[\frac{\partial p}{\partial t} \right] = \frac{\partial p}{\partial t} \frac{D}{\rho_0 c_0^3}, \text{ где } D \text{ — масштаб длины, } \rho_0 \text{ и } c_0 \text{ — соответственно}$$

плотность и скорость звука в невозмущённой среде.



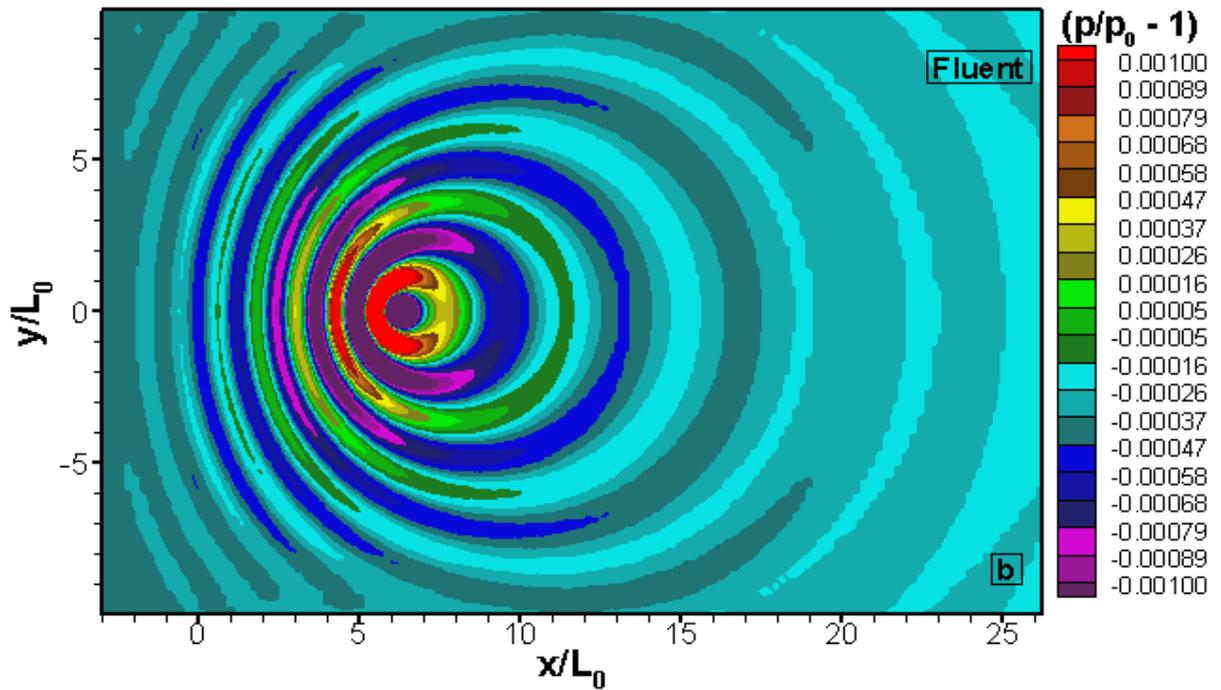
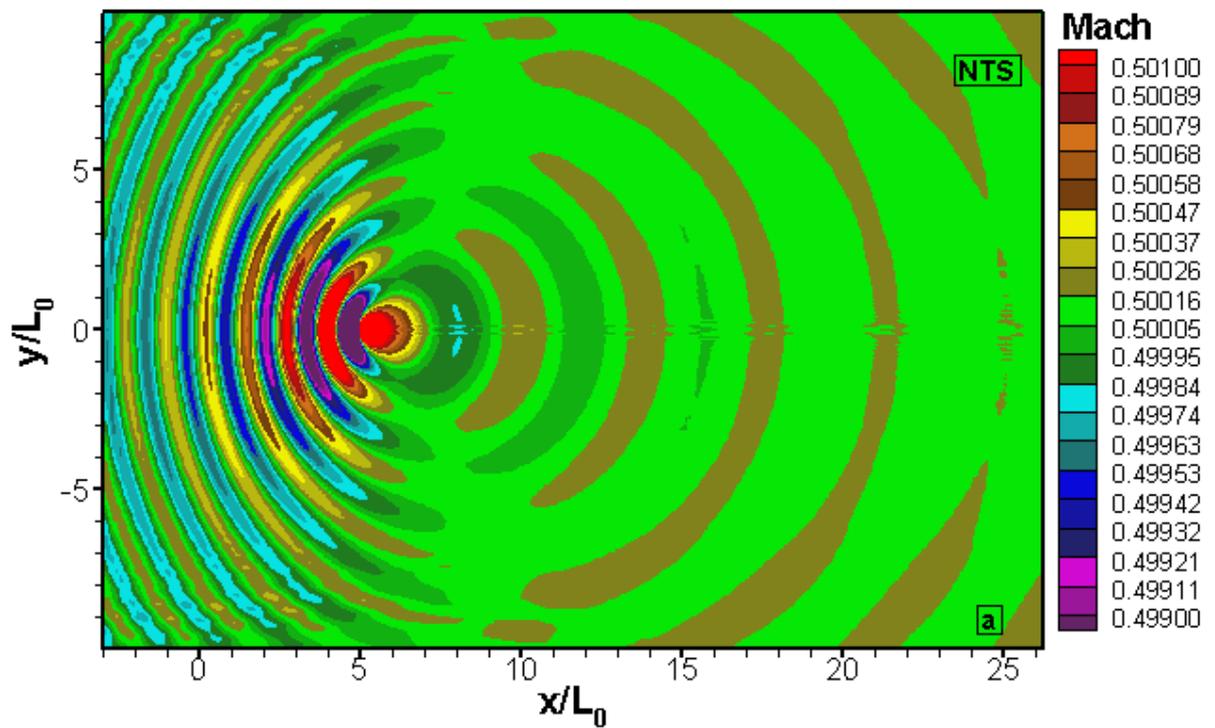


Рисунок 4.1 Мгновенное поле безразмерного давления для задачи об источнике звука в однородном потоке: (a) - HTC-код, (b) - Fluent.



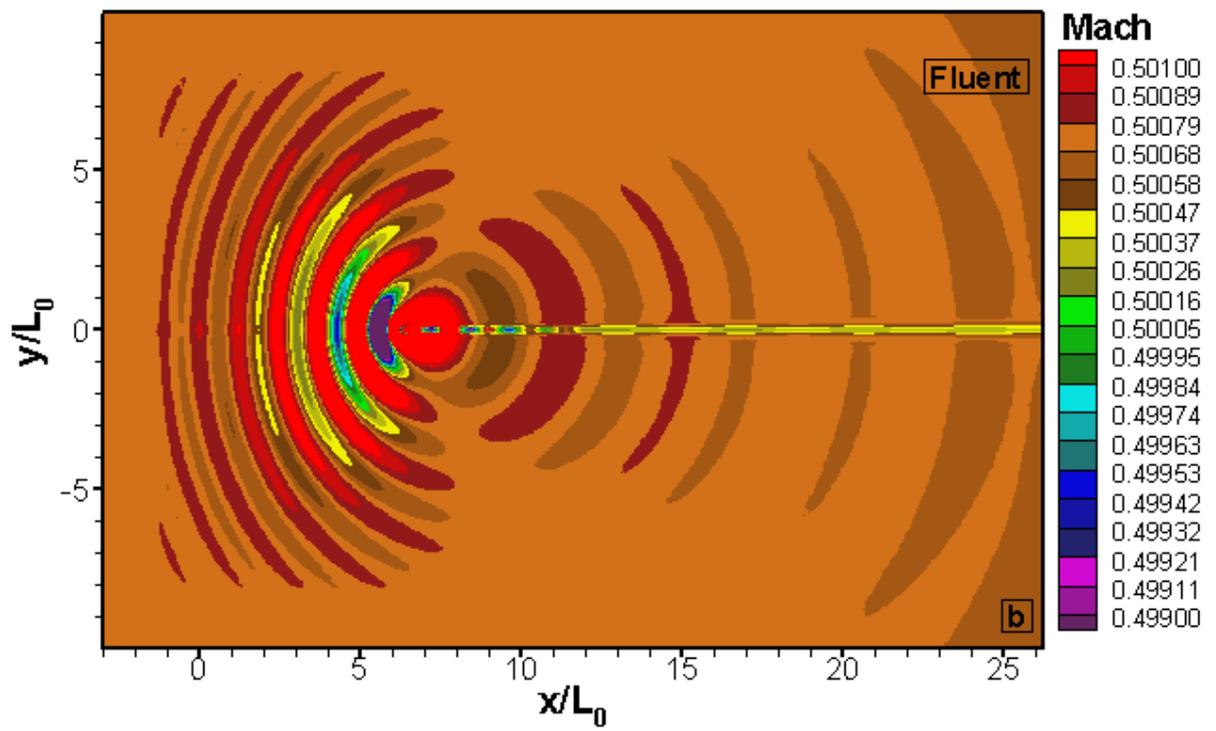
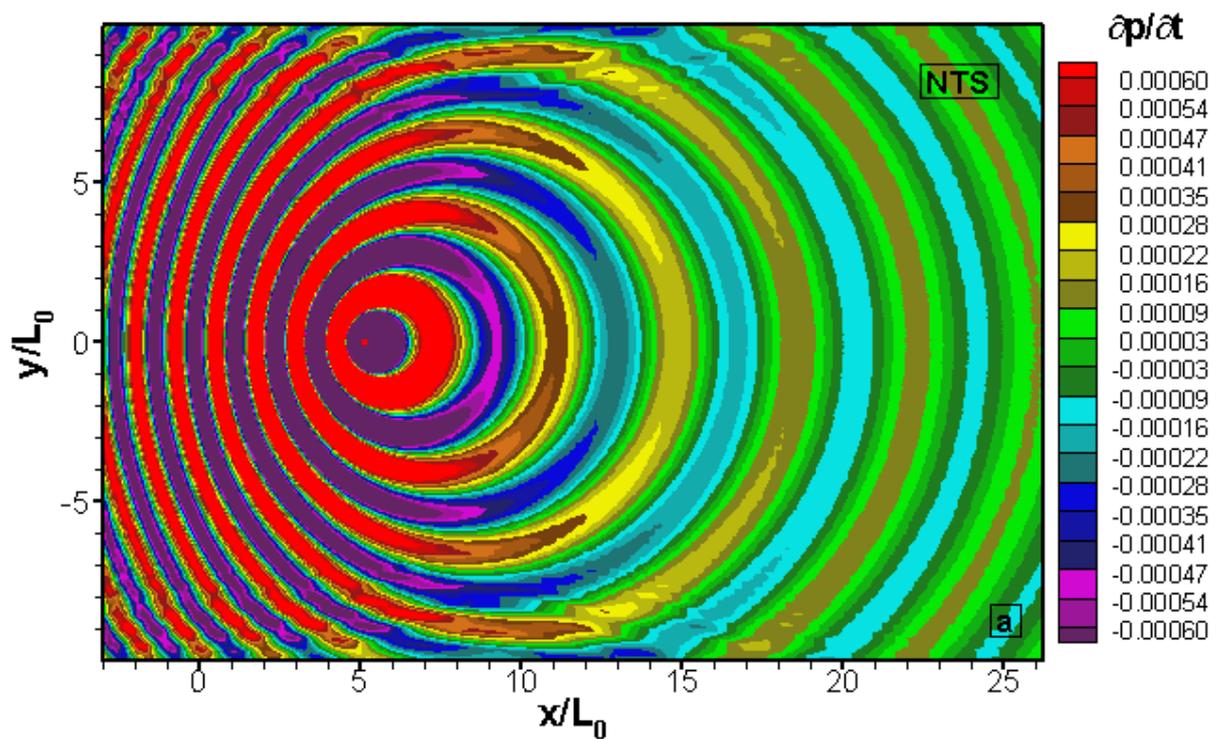


Рисунок 4.2 Мгновенное поле числа Маха для задачи об источнике звука в однородном потоке: (a) - HTC-код, (b) - Fluent.



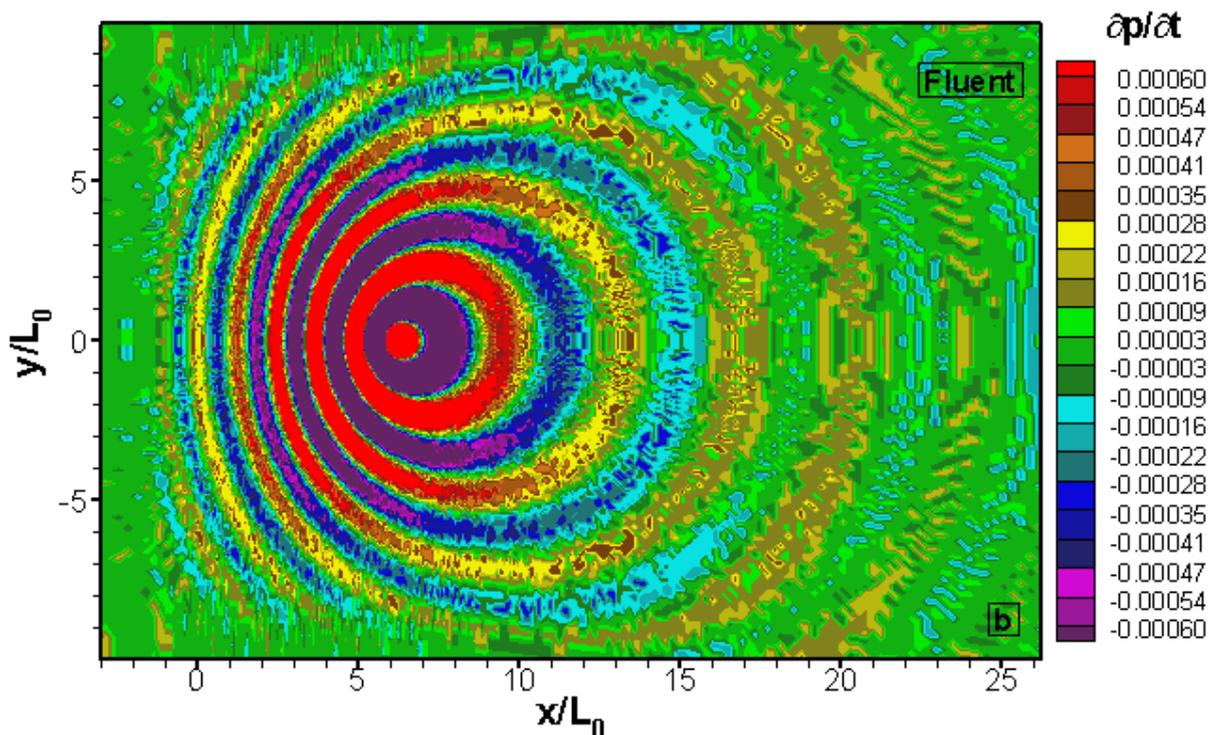


Рисунок 4.3 Поле производной от давления по времени задачи об источнике звука в однородном потоке: (a) - НТС-код, (b) - Fluent.

При анализе приведённых рисунков обращают на себя внимание следующие недостатки в полученном во Fluent решении.

1. Средние параметры потока не совпадают с номинальными параметрами однородного внешнего потока. Так, в рассматриваемый момент времени, судя по рис. 4.1-b, средняя величина параметра (p/p_0-1) , которая должна быть равна нулю, составляет около $-3 \cdot 10^{-4}$, а среднее число Маха (рис. 4.2-b) отличается от номинального значения 0.5 на 0.007. Хотя эти отличия и невелики, они являются свидетельством того, что используемые во Fluent граничные условия не обеспечивают эффективного поглощения волн. В то же время, в решении, получаемом в рамках НТС-кода, данный недостаток практически отсутствует. Это обусловлено реализацией в рамках этого кода «поглощающих» приграничных слоёв, описанных в главе 3.2. Об эффективности их работы свидетельствует также рис. 4.4, на котором приведено поле $\partial p/\partial t$ во всей расчётной области: попадая в эти слои, волны практически полностью поглощаются и не отражаются от границ.

2. В поле числа Маха (рис. 4.2-b) и других, отличных от давления, параметров в решении Fluent за источником звука образуется отчётливый «конвективный» след, который, очевидно, представляет собой чисто вычислительный дефект. Подобный след присутствует и в решении, полученном в HTC-коде (рис. 4.2-a), но он гораздо менее выражен².
3. Рассчитанное по результатам Fluent поле $\partial p/\partial t$ (рис. 4.3-b) оказывается негладким. Причины такого поведения $\partial p/\partial t$ при гладком поле давления (рис. 4.1b) неясны. Не исключено, что оно обусловлено тем, что $\partial p/\partial t$ считается не внутри кода (Fluent не обеспечивает необходимого доступа к переменной), а через внешние файлы с результатами и при таком способе расчёта происходит потеря точности, обусловленная малой разрядностью выводимого в эти файлы давления.

² Природа этого следа остаётся не вполне ясной. Возможно, он связан с резким изменением метрических коэффициентов, используемых сеток в области сопряжения декартова и цилиндрического блоков.

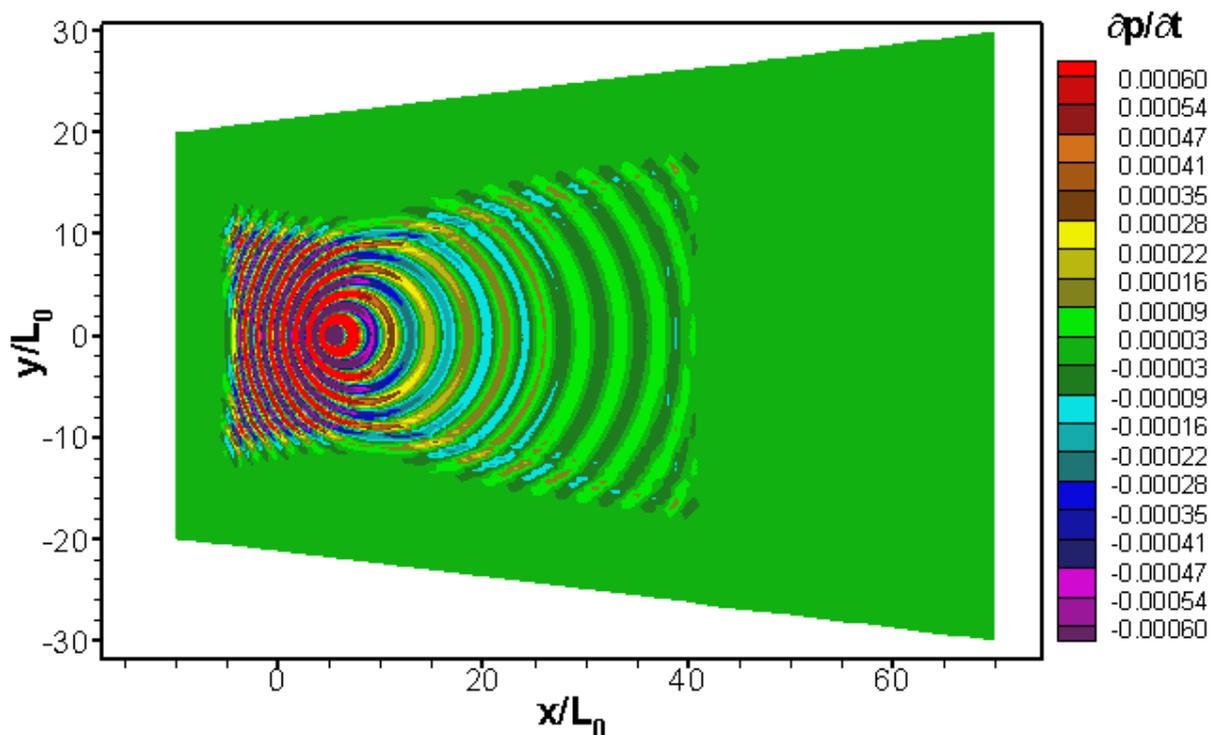


Рисунок 4.4 Поле производной от давления по времени, НТС-код

Кроме перечисленных недостатков решения Fluent следует также обратить внимание на заметно более быстрое, чем в НТС-коде, затухание волн по мере удаления от источника (рис. 4.1-4.3). Количественно об этом эффекте и о точности получаемых решений позволило бы судить сравнение полей среднеквадратичных возмущений давления с аналитическим решением (2.13). Такое сравнение для НТС-кода представлено на рис. 4.5, на котором построена величина $10 \lg(\langle p_{num}^2 \rangle / \langle p_{analyt}^2 \rangle)$, т.е. ошибка решения, выраженная в дБ.

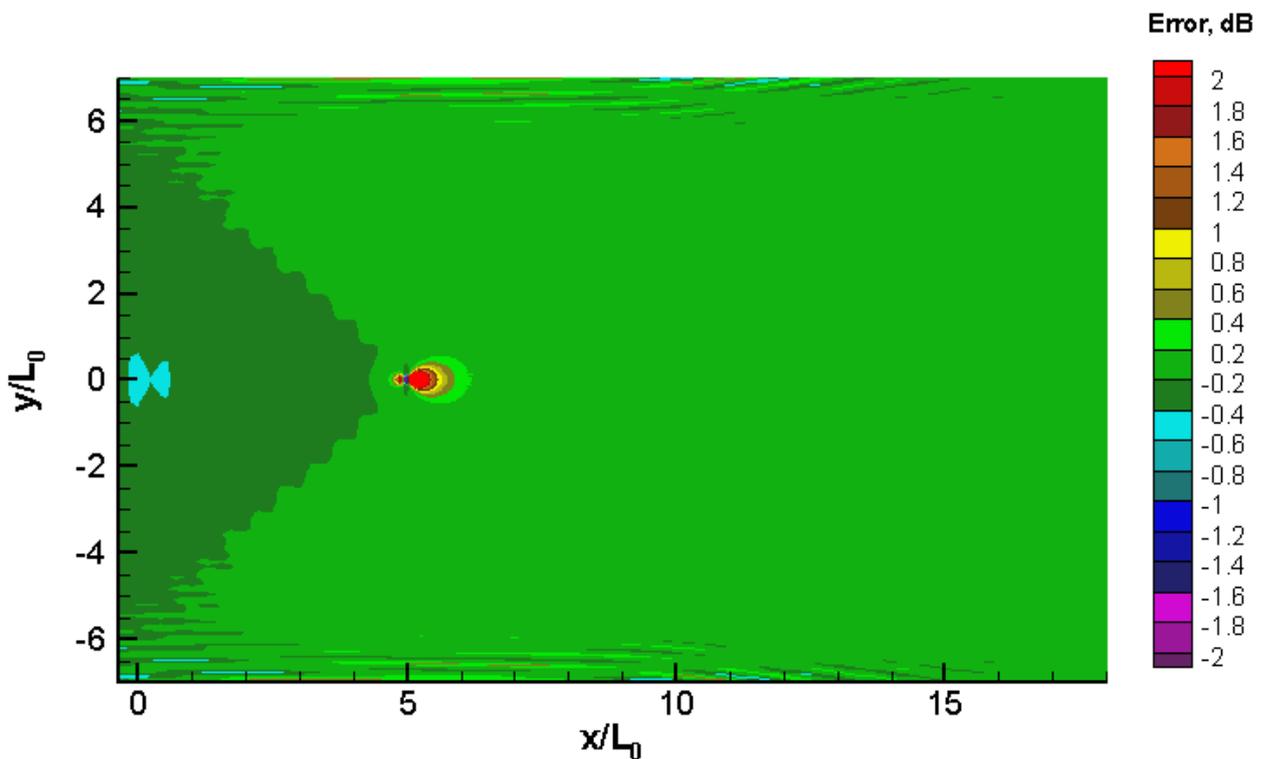


Рисунок 4.5 Поле ошибки численного решения, полученного в НТС-коде.

Как видно из этого рисунка, полученное решение имеет высокую точность. Отличие численного решения от аналитического в достаточно большой области не превышает 0,5 дБ. Исключение составляет небольшая область в окрестности источника, где не выполняется условие $|r| \gg \lambda$ и решение (2.13) неверно.

К сожалению, получение аналогичных данных для Fluent оказалось невозможным, поскольку среднеквадратичные пульсации давления в данной задаче определялись неправильно. Причину этого установить не удалось, хотя в задаче о струе встроенная процедура осреднения работала корректно. Единственным возможным объяснением может быть какое-то некорректное взаимодействие процедуры осреднения с пользовательской функцией, реализующей источник массы. Поэтому единственным доступным в данной задаче способом сравнения численного решения Fluent с аналитическим, оказалось сравнение среднеквадратичных значений пульсаций давления в точках мониторинга. Сравнение представлено на рис. 4.6.

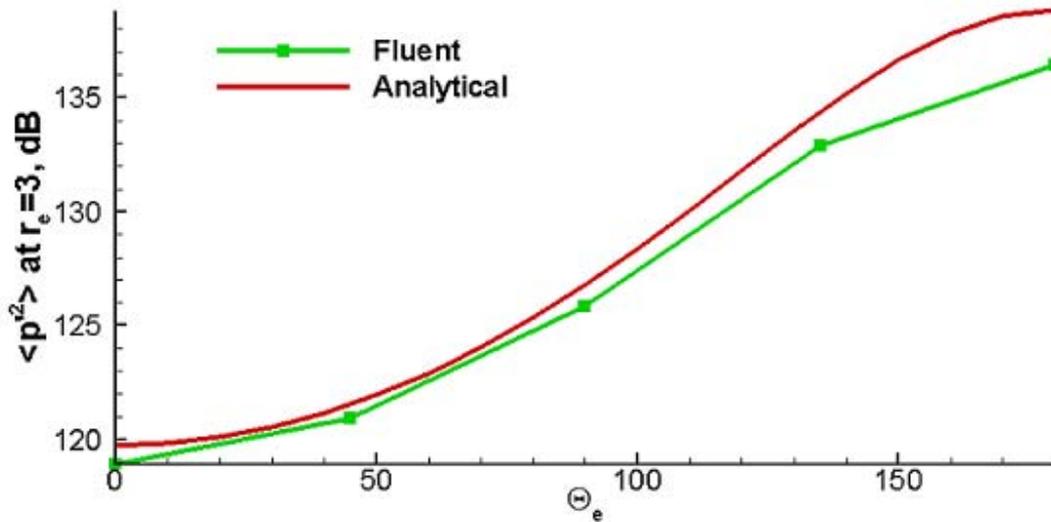


Рисунок 4.6. Сравнение численного решения Fluent в точках мониторинга с аналитическим.

Точки мониторинга располагались так, чтобы обеспечить постоянное значение параметра $r_e = 3$ при углах $\theta_e = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$ (см. рис. 4.7, красным цветом обозначены точки мониторинга, зелёным – волновой источник).

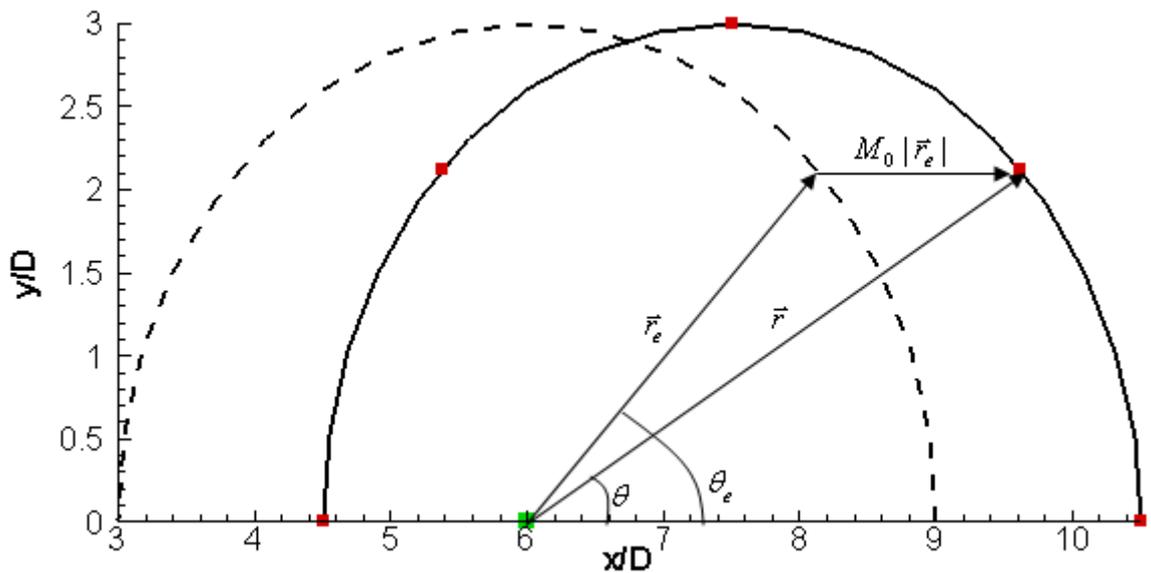


Рисунок 4.7 Расположение точек мониторинга в задаче об источнике звука.

Этому соответствуют значения физических координат $r/D = 4.5, 4.2, 3.35, 2.21, 1.5$ которые определяются следующим образом:

$$r = r_e \sqrt{(\cos \theta_e + M_0)^2 + \sin^2 \theta_e}, \quad \sin \theta = \sin \theta_e \frac{r_e}{r} \quad (4.1)$$

где M_0 — число Маха набегающего потока.

Как видно по рис. 4.6, полученное во Fluent решение действительно занижает уровень шума. Отличие численного решения от аналитического достигает 3.5 дБ при больших углах наблюдателя. Таким образом, можно сделать вывод о том, что на используемой сетке Fluent разрешает звуковые волны недостаточно хорошо, что неудивительно, учитывая более низкий, чем в НТС-коде порядок аппроксимации вычислительной схемы.

Перейдём теперь к рассмотрению результатов расчёта уровня шума в дальнем поле. Обнаружилось, что реализованный во Fluent в виде бета-версии вариант метода FWH, учитывающий внешний поток, работает совершенно неправильно. Это видно на рис. 4.8, где показан интегральный уровень шума для наблюдателя, находящегося на расстоянии $r_e = 100$.

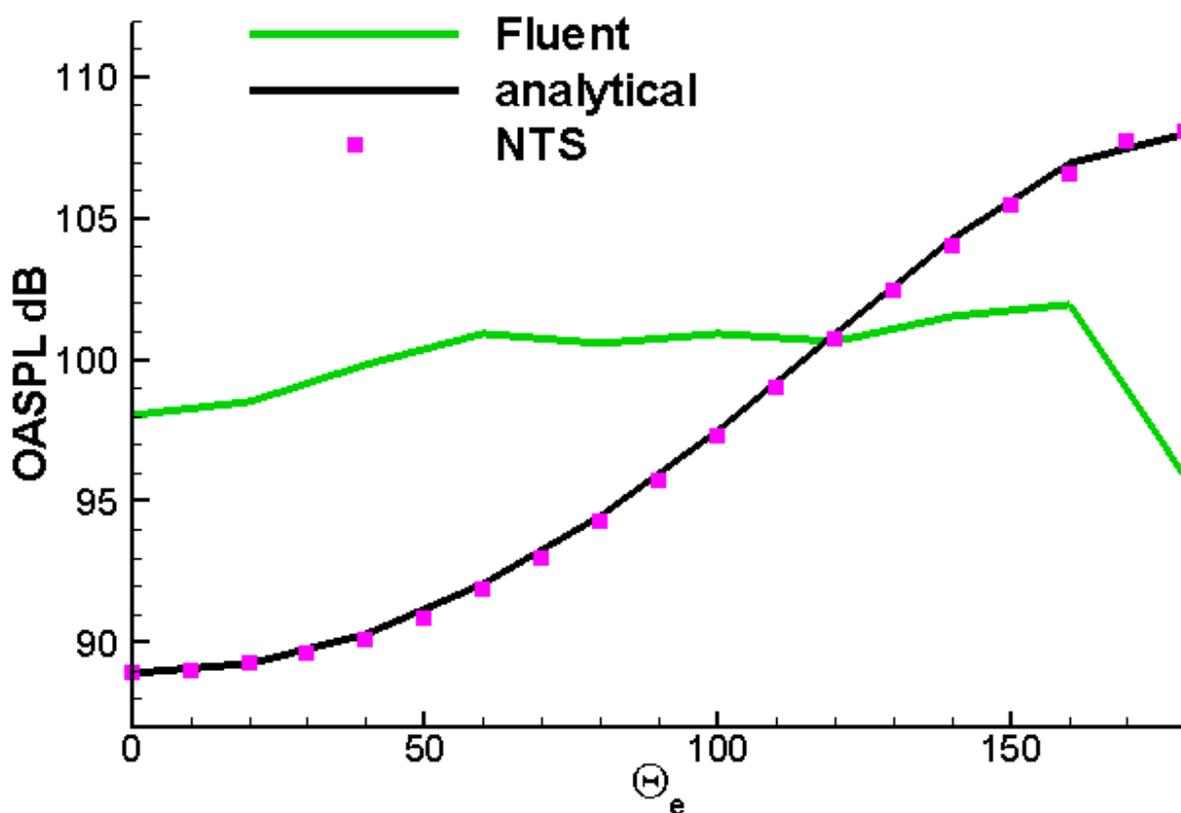


Рисунок 4.8 Интегральный уровень шума от волнового источника в однородном потоке.

Следует отметить, что поведение расчётной кривой Fluent близко к случаю волнового источника в покоящейся среде (постоянный уровень шума, независимый от угла). Что касается предсказания шума в дальнем поле с помощью НТС кода и соответствующего FWH постпроцессора, его погрешность не превышает 0.5 дБ.

Таким образом, показана недостаточность имеющихся граничных условий и численной схемы в пакете Fluent для решения данной задачи. Наконец, что наиболее важно, обнаружена неправильность работы реализованной опции метода FWH для наличия спутного потока. Этот факт признан разработчиками FLUENT, которым для детального анализа и устранения ошибок переданы файлы с постановкой задачи и полученные неверные результаты.

В заключение, стоит упомянуть об обнаруженной технологической ошибке акустического постпроцессора в пакете Fluent. В ходе решения задачи в «case» файл добавляется информация об именах файлов, содержащих гидродинамические данные, используемые в дальнейшем в методе FWH. При достижении строкой, содержащей эти имена, длины в 32000 символов, расчёт прекращается. Стоит отметить, что количество файлов, необходимых для проведения акустического постпроцессинга, например, струйных течений, может в разы превышать величину, соответствующую максимальной длине строки во Fluent. Дальнейшее возобновление расчёта возможно после «ручного» внесения изменений в «case» и «data» файлы Fluent.

5. Результаты расчёта аэродинамики и шума турбулентной струи

Как указывалось выше, данная задача позволяет судить о точности как гидродинамических расчётов, так и стандартного (в отсутствие внешнего потока) акустического постпроцессора пакета Ansys Fluent. В первой части данной главы представлены результаты RANS-расчёта в пакете Fluent и HTC-коде. Во второй части обсуждаются результаты, полученные на LES-стадии расчёта и приводится их сравнение с экспериментом. Наконец, в третьей части приведены результаты акустических расчётов и их сопоставление с экспериментальными данными, а также друг с другом.

Перед тем, как переходить к непосредственному рассмотрению полученных результатов, необходимо сделать следующее замечание.

Как показано в работе [24], для получения достаточно точного решения рассматриваемой задачи в рамках HTC-кода необходимо использование на LES-стадии расчета достаточно мелкой конечно-разностной сетки, содержащей около 5 миллионов узлов. К сожалению, использование такой сетки для проведения расчетов с помощью Fluent в рамках данной работы оказалось невозможным из-за слишком больших вычислительных затрат (ввиду особенностей используемых структур данных, Fluent требует значительно бóльших объемов оперативной памяти и времени работы процессора). Поэтому расчеты проводились на максимальной доступной с точки зрения затрат сетке, содержащей около 1.5 млн узлов (см. раздел 2.2). При этом для того, чтобы обеспечить сопоставимость получаемых результатов с результатами расчетов на HTC-коде, а также для оценки погрешностей в расчете аэродинамических и акустических характеристик струи, вызванных закруглением сетки, аналогичный расчет на указанной “грубой” сетке был проведен и с помощью HTC-кода.

Сопоставление результатов расчета рассматриваемой струи на двух сетках представлено на рис. 5.1-5.4, на которых приведены осевые распределения средней скорости (рис. 5.1) и ее среднеквадратичных пульсаций (рис. 5.2), а также

спектральные³ (рис. 5.3) и интегральные (рис. 5.4) характеристики шума в дальнем поле.

Из этих рисунков видно, что закругление сетки в указанных пределах не сказывается на качественном поведении получаемого решения. Основные же количественные отличия решения на грубой сетке сводятся к некоторому (~20%) занижению длины потенциального ядра струи и неизбежному уменьшению верхней границы диапазона частот разрешенных на сетке звуковых волн: на грубой сетке, судя по сопоставлению расчетных спектров шума с экспериментальными данными (рис. 5.3), эта граница соответствует числу Струхала $St_{\max} = f_{\max} D / U_{\text{jet}} \approx 2$, в то время как на мелкой сетке $St_{\max} \approx 4.5$. Что касается интегрального шума, то его расчетные значения на двух сетках различаются между собой не более, чем на 0.5 дБ, и согласуются с экспериментом с точностью не хуже 2.5 дБ (рис. 5.4), что примерно соответствует уровню разброса данных, полученных на различных экспериментальных установках. Все это делает вполне оправданным получение оценки аэроакустических возможностей пакета Fluent на основе сопоставления с экспериментом и с результатами расчетов на HTC-коде при использовании описанной выше сравнительно грубой конечно-разностной сетки.

³ На практике при исследовании шумов часто используют треть-октавные спектры.

Уровень шума в таком случае определяется как $SPL_{1/3oct}(f_k) = \int_{f_k^-}^{f_k^+} PSD df$, где PSD – спектральная плотность шума. Границы полосы интегрирования в таком случае определяются как среднегеометрические от интервала частот: $f_k^- = \sqrt{f_k f_{k-1}}$ и $f_k^+ = \sqrt{f_k f_{k+1}}$, где центр треть-октавной полосы частот определен как $f_{k+1} = 2^{1/3} f_k$ (в случае если $f_{k+1} = 2 f_k$, то такую полосу называют октавной).

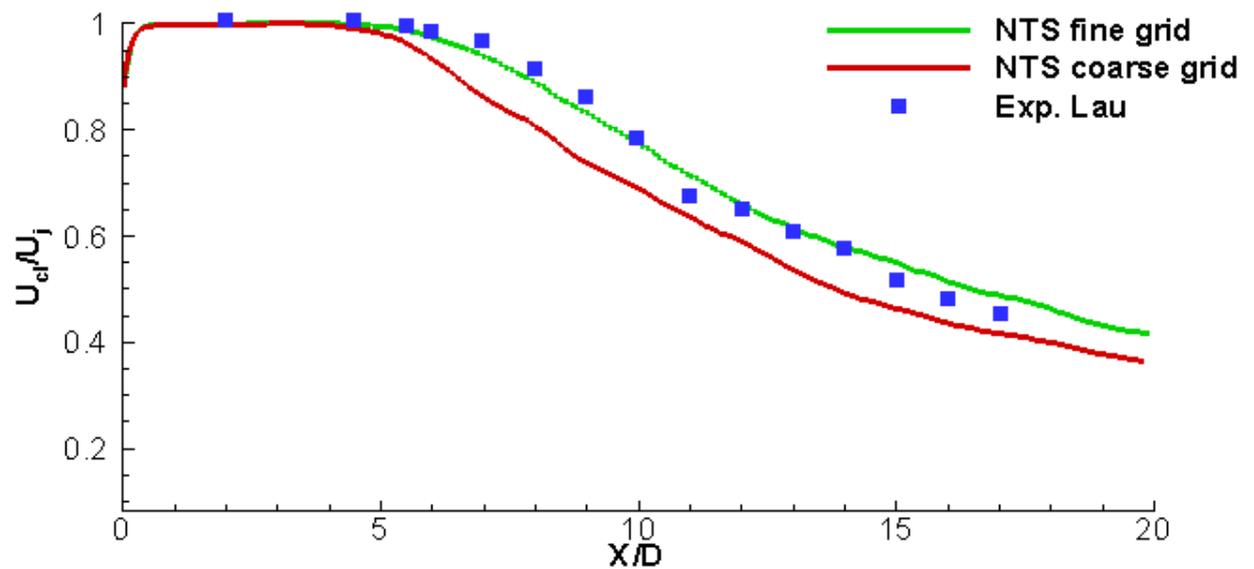


Рисунок 5.1 Сравнение расчётных распределений средней скорости вдоль оси струи, полученных на мелкой и грубой сетках, с экспериментальными данными Lau[39] .

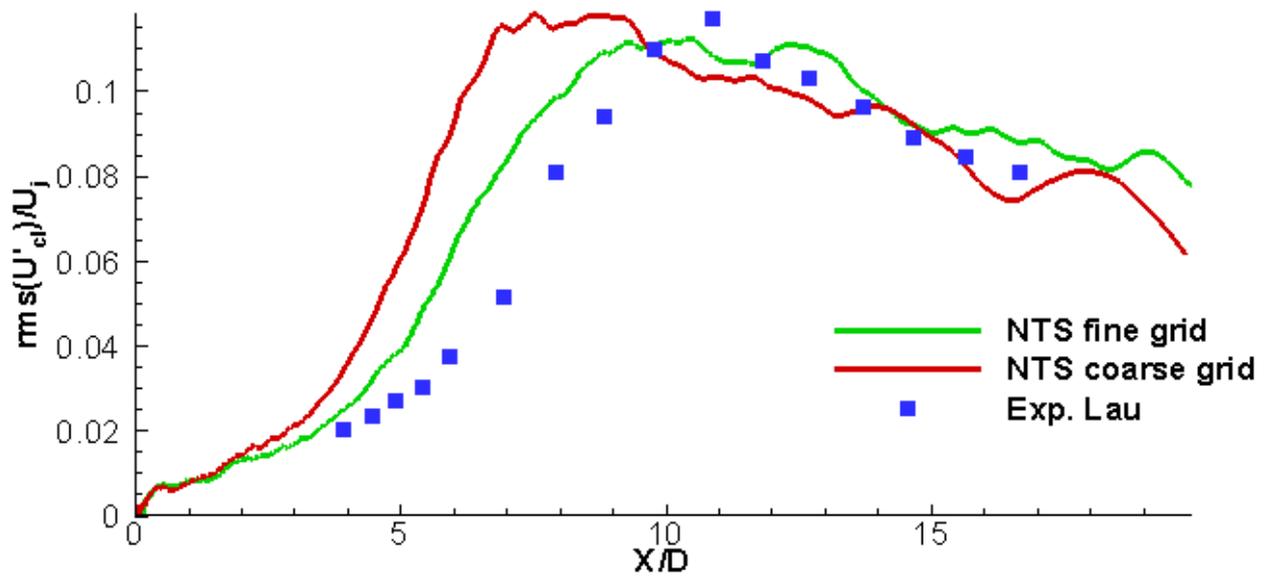


Рисунок 5.2 Сравнение расчётных распределений среднеквадратичных пульсаций скорости вдоль оси струи, полученных на мелкой и грубой сетках, с экспериментальными данными Lau[39] .

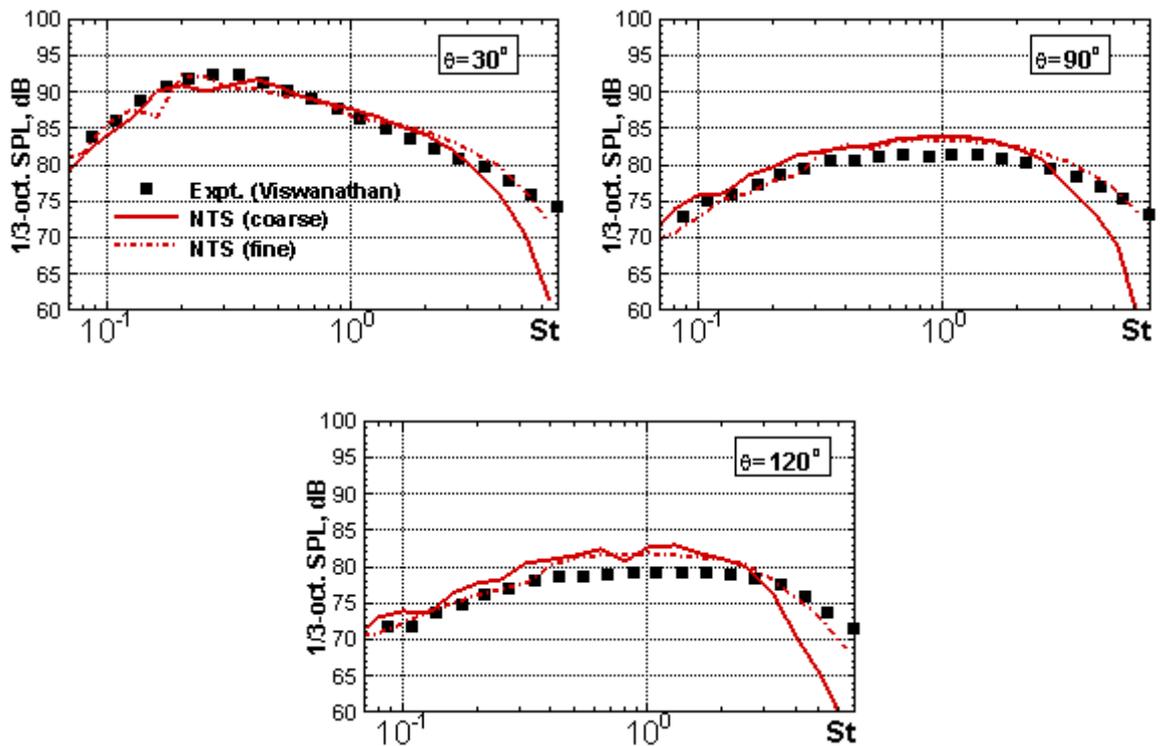


Рисунок 5.3 Сравнение треть-октавных спектров шума в дальнем поле, полученных на мелкой и грубой сетках, с экспериментальными данными Viswanathan [27]. Наблюдатель находится на расстоянии $r=98D_{jet}$ от среза сопла.

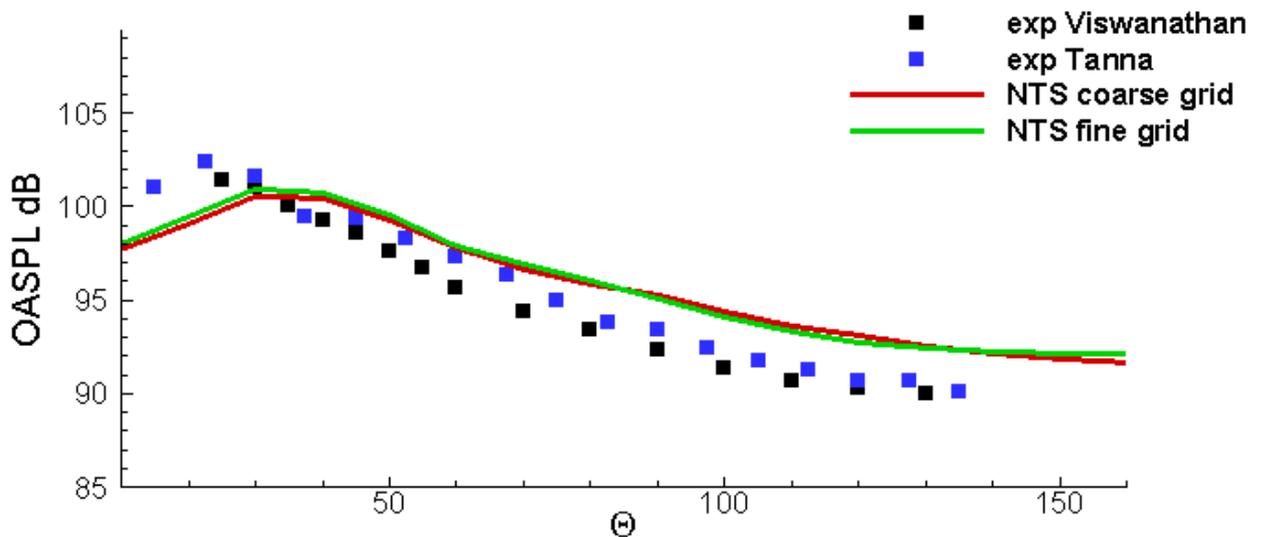


Рисунок 5.4. Сравнение диаграмм направленности интегрального шума, полученных на мелкой и грубой сетках с экспериментами Viswanathan [27] и Tanna [26].

5.1 Решение стационарных уравнений Рейнольдса (RANS- стадия расчёта)

Как указывалось в постановке задачи (раздел 2.2), RANS этап нужен для определения профилей газодинамических параметров на срезе сопла, которые используются в качестве граничных условий на втором этапе расчёта. Кроме того, RANS-решение используется в качестве начального приближения для LES-расчёта.

Расчёт производился при числах Куранта, меняющихся от 0,5 до 5 по мере увеличения количества сделанных итераций. Произведено 10^4 итераций для достижения сходимости решения.

Ниже представлено сопоставление распределения числа Маха и безразмерной вязкости (отношение турбулентной к молекулярной) вдоль оси струи, полученных во Fluent и НТС-коде.

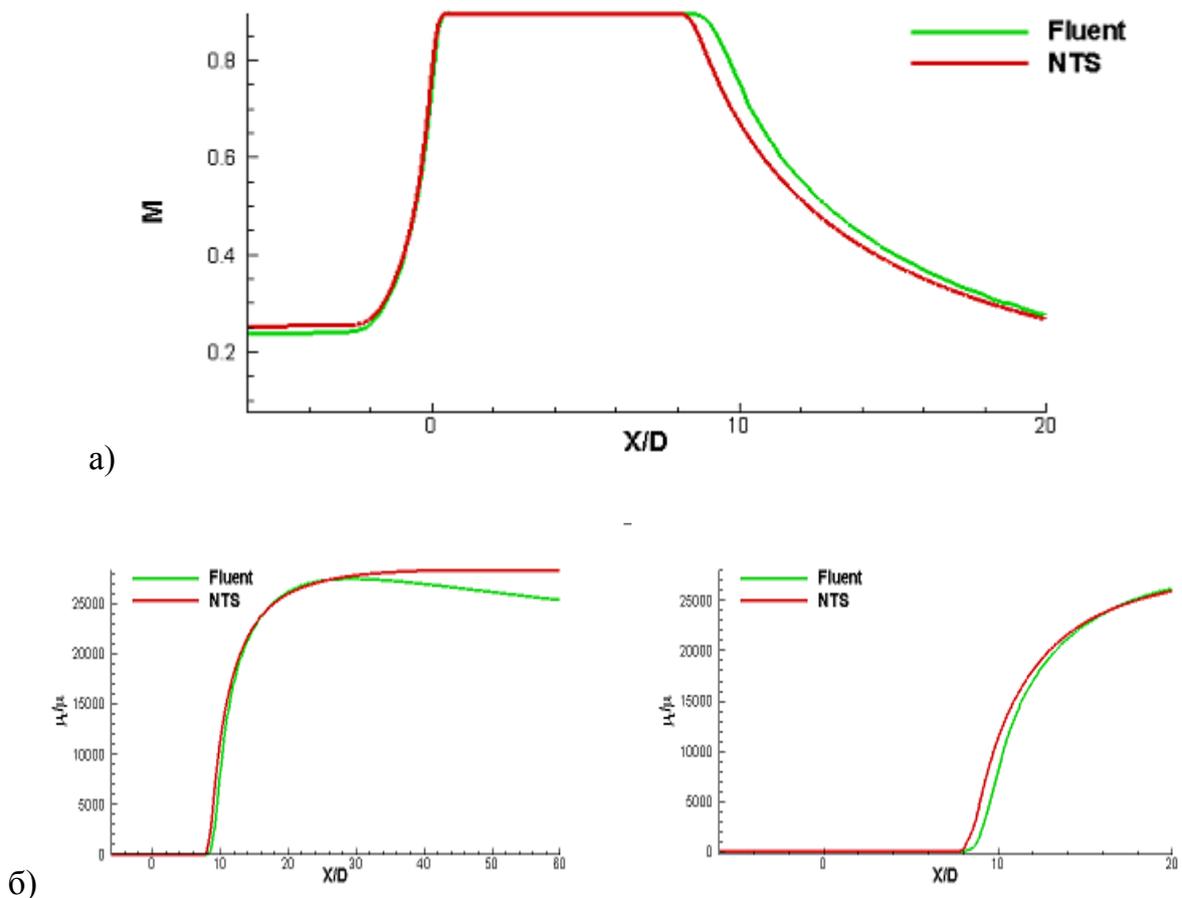


Рисунок 5.5 Распределения вдоль оси струи а) числа Маха, б) отношения турбулентной вязкости к молекулярной, полученные в расчётах с использованием Fluent и НТС-кода.

Следует отметить хорошее согласование в распределении числа Маха и увеличивающееся отличие в распределении безразмерной вязкости при приближении к выходной границе. Это расхождение может быть объяснено влиянием граничных условий на выходе, так как при расчёте во Fluent в окрестности выходной границы образуется зона обратных токов. Вторая возможная причина различий – некоторые отличия версий $k-\omega$ SST модели, реализованных во Fluent и HTC-коде (HTC-код использует исходную формулировку [36], а во Fluent, судя по руководству пользователя, реализована более поздняя версия модели [37]).

Далее, на рис. 5.6 представлены профили числа Маха, безразмерных давления, температуры и вязкости на срезе сопла и в сечении $X/D=5$.

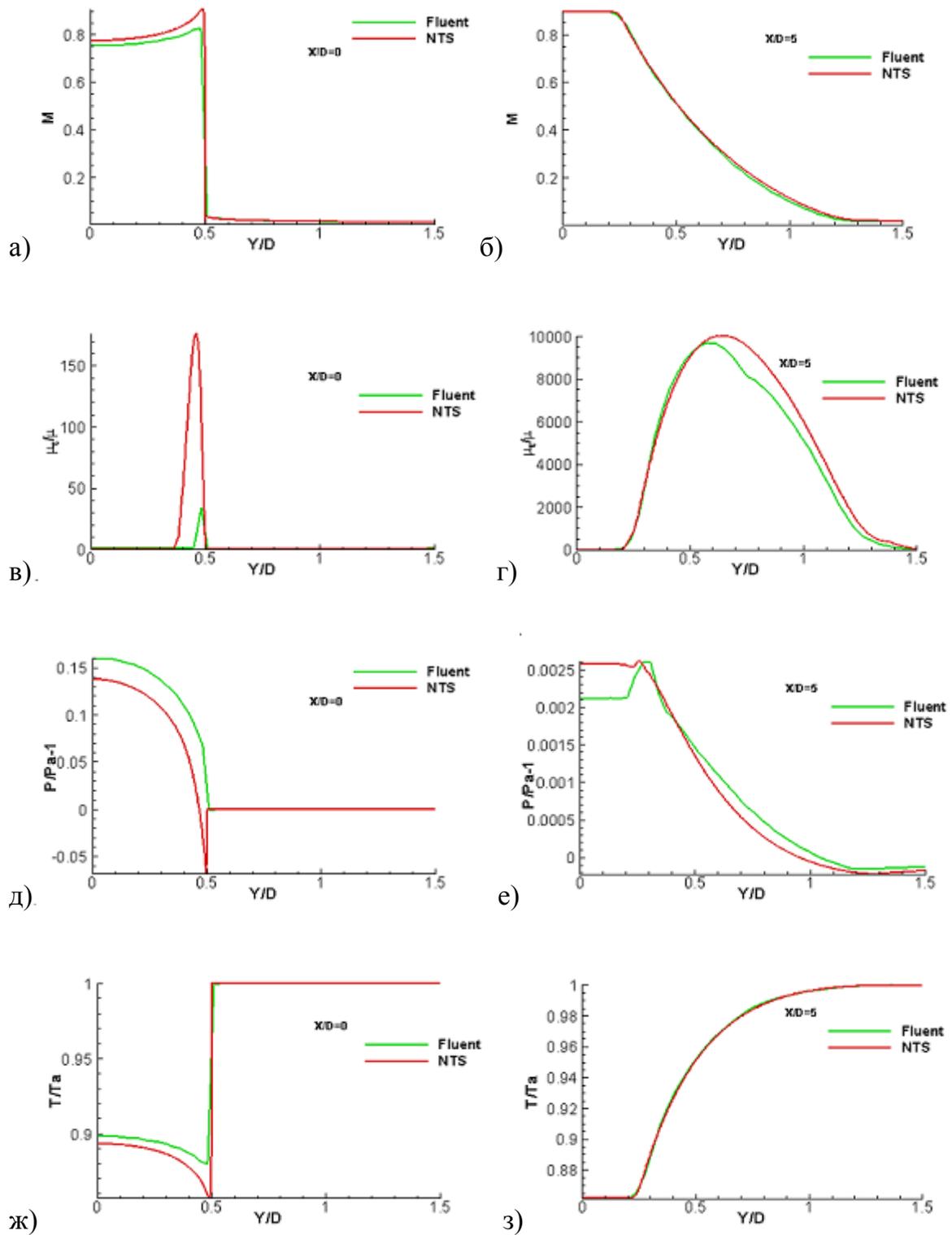


Рисунок 5.6 Профили: числа Маха (а, б), безразмерных вязкости (в,г), давления (д,е) температуры (ж,з) в сечениях струи: $X/D=0$ (а, в, д, ж) и $X/D=5$ (б, г, е, з).

Как видно из этого рисунка, наибольшее отличие наблюдается в распределении турбулентной вязкости, которое затем вниз по потоку выравнивается, профили же числа Маха, давления и температуры хорошо согласуются между собой.

Таким образом, произведённый RANS-расчёт в пакете Fluent на сетке, аналогичной, использовавшейся в НТС-коде, в целом согласуется с результатами, полученными в НТС-коде. Отсюда можно сделать вывод, что решение, полученное на данной сетке в рамках Fluent, можно использовать для задания граничных условий на втором этапе расчёта (LES).

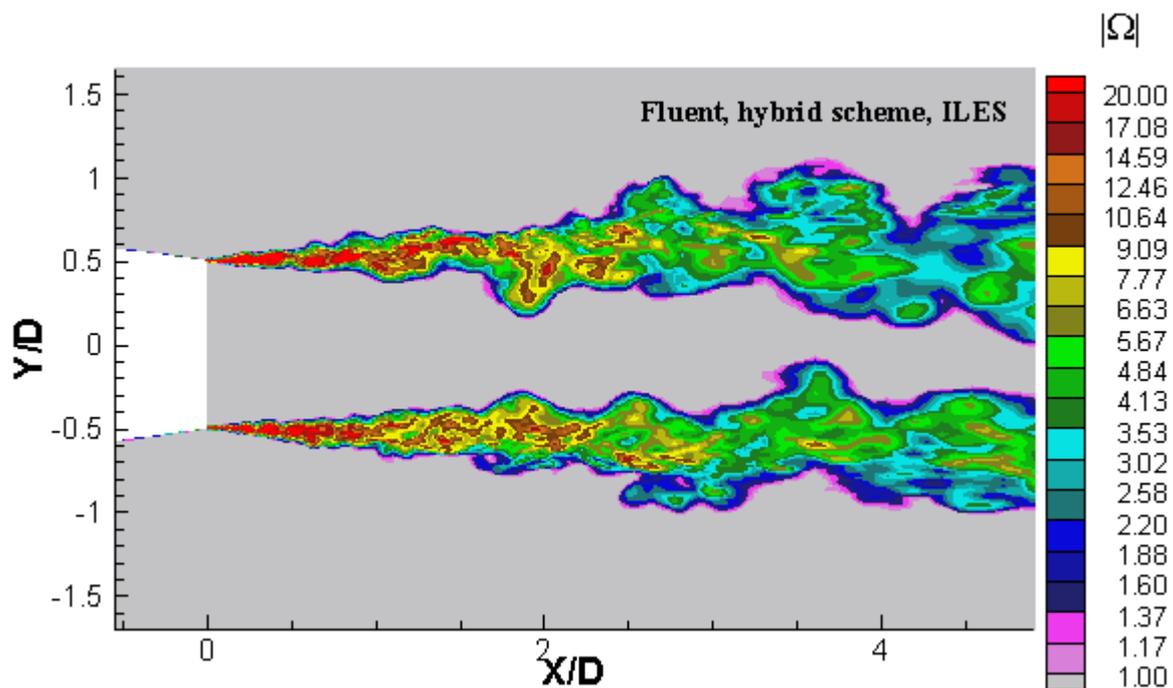
5.2 Осреднённые параметры потока и характеристики турбулентности

В данном разделе будут показаны аэродинамические характеристики течения, полученные в результате LES-расчётов на втором этапе 2-стадийной методики расчёта аэродинамики струи, и их сопоставление с экспериментальными данными.

При проведении данного расчёта шаг по времени полагался равным $1/35$ величины D/U_{jet} и выбирался таким образом, что число Куранта, построенное по продольному шагу сетки было меньше единицы за исключением непосредственной окрестности области у среза сопла, где оно достигало значения 1.5. На каждом шаге по времени производилось 10 итераций, что обеспечивало падение невязок на полтора-два порядка во Fluent и на четыре порядка в НТС-коде. Данный расчёт является достаточно трудоёмким. Проведение одной итерации внутри шага по времени во Fluent занимает 15 секунд. В результате общее время расчёта, включающее примерно 430 конвективных единиц (200 конвективных времён D/U_{jet} на предварительном этапе и 230 конвективных времён на этапе накопления информации для расчёта FWH) составляет порядка 26 дней. Сохранение информации на контрольных FWH поверхностях для последующего расчёта шума производилось каждый шаг по времени интегрирования уравнений Навье-Стокса.

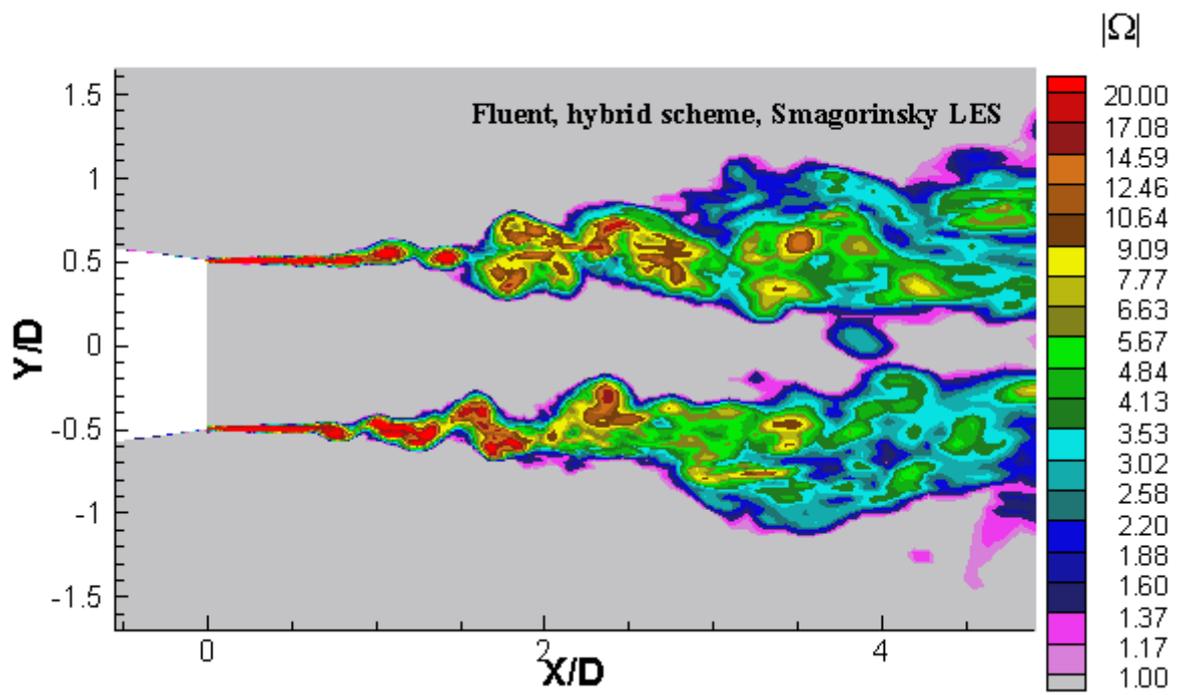
Как указывалось ранее, крайне важным для расчёта шума струйных течений является обеспечение качественно правильного процесса перехода к

турбулентности в слое смешения и прежде всего, быстрая потеря устойчивости этого слоя. На это, помимо расчётной сетки, может влиять используемая численная схема, а также используемая модель подсеточной вязкости. На рисунке 5.7 представлены мгновенные поля модуля завихренности, полученные с помощью Fluent при использовании различных разностных схем и LES-моделей (рис. 5.7-а-в) и в рамках HTC-кода (ILES, гибридная схема 4/5 порядка, рис. 5.7-г).

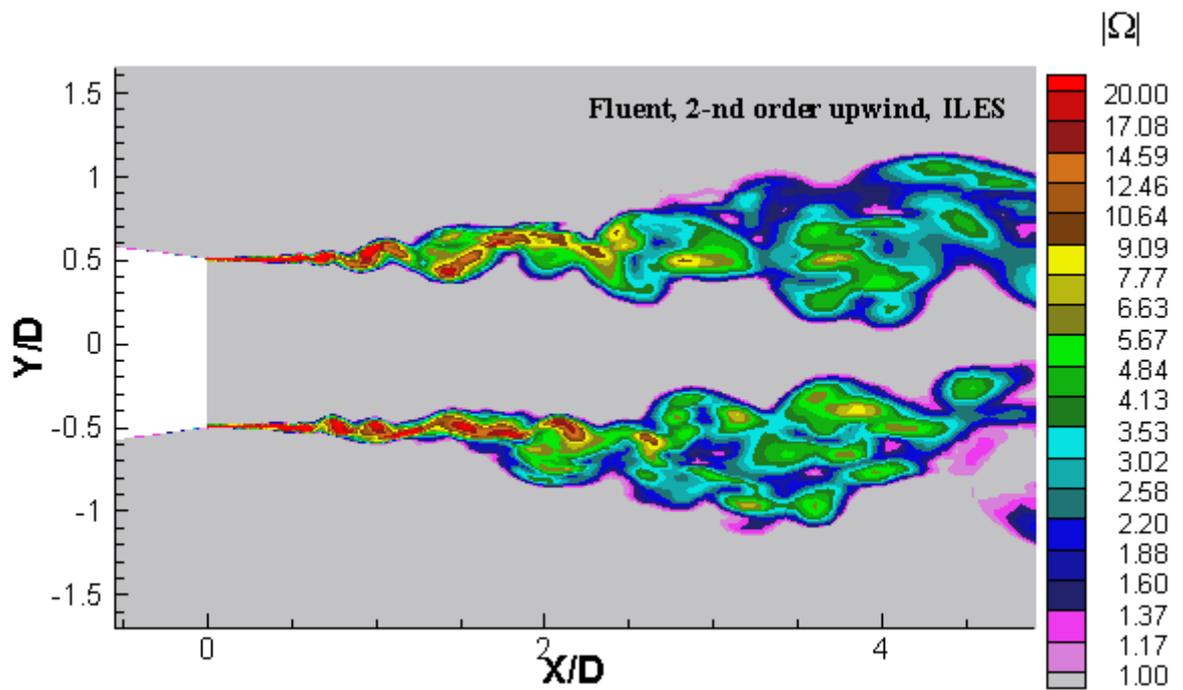


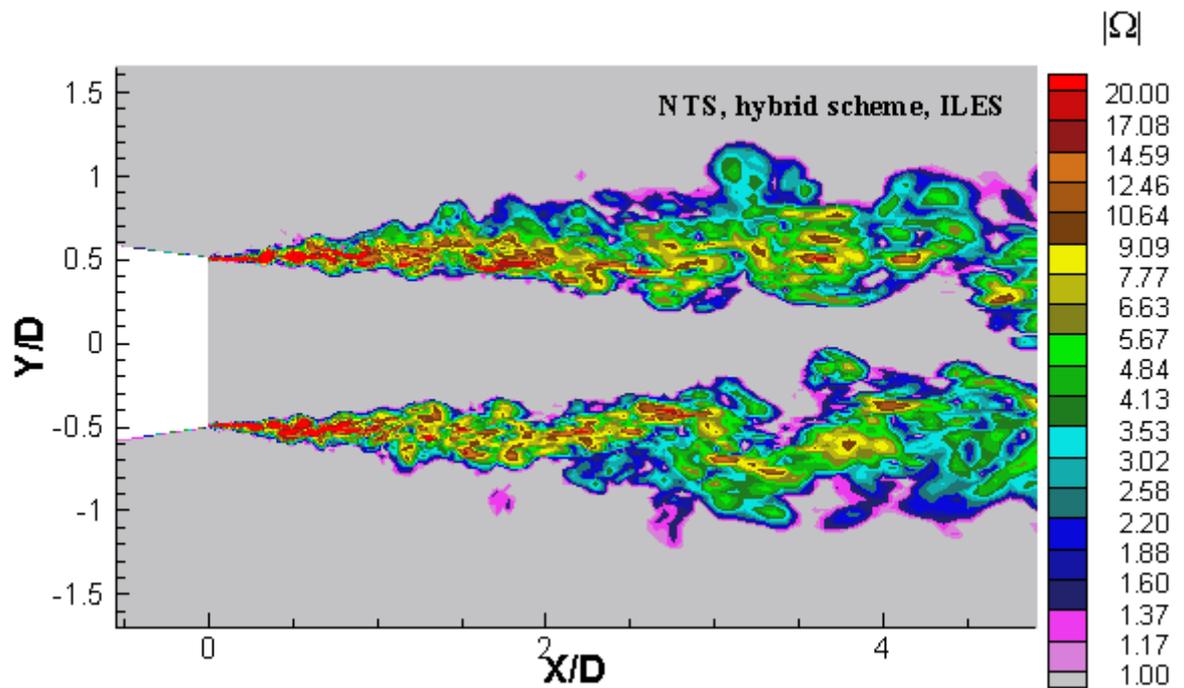
a)

b)



B)





г)

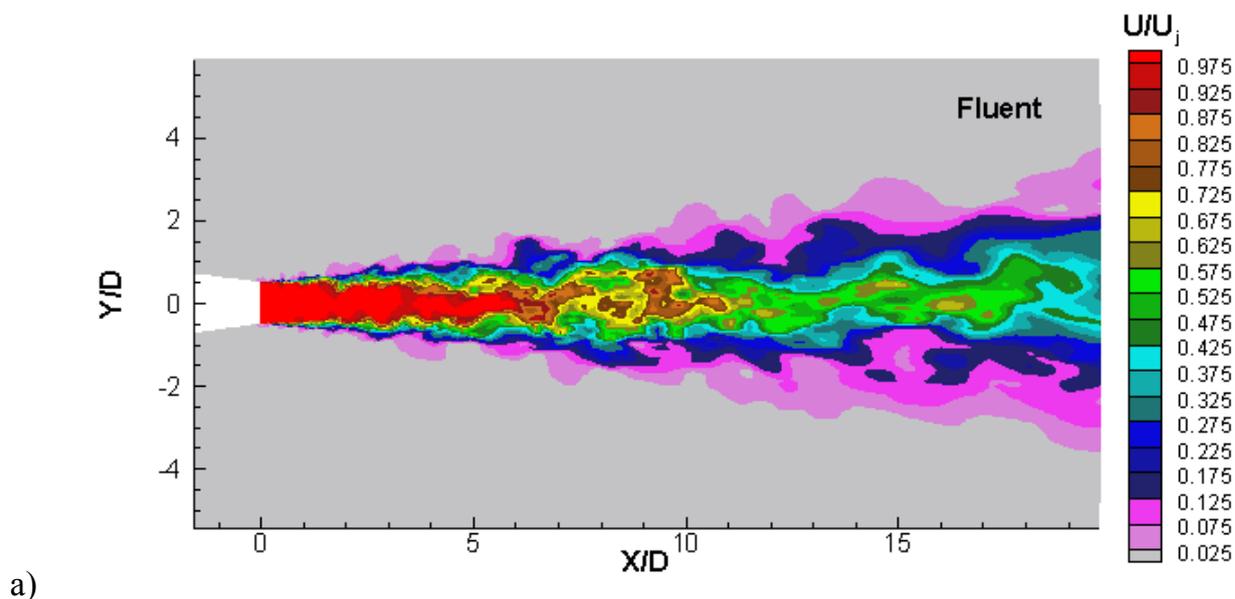
Рисунок 5.7. Мгновенные поля завихренности в меридиональном сечении струи, полученные с помощью Fluent (а-в) и НТС-кода (г): а)-гибридная схема 2-го порядка, ILES, б)-гибридная схема 2-го порядка, подсеточная модель Смагоринского, в)-противопоточная схема 2-го порядка, ILES, г)гибридная схема 4/5 порядка, ILES.

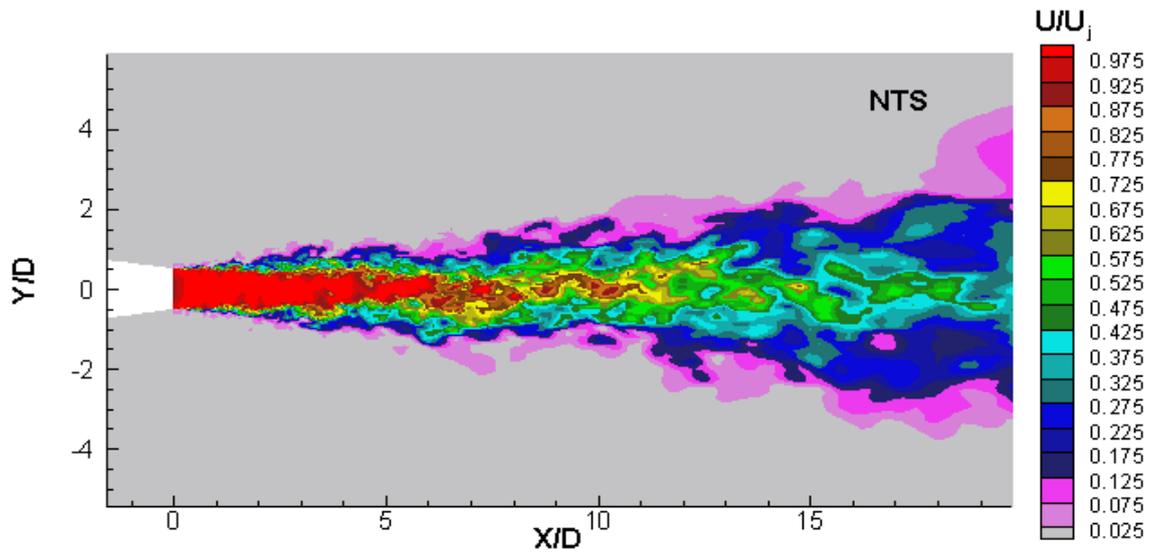
Аналогичные поля для большего набора вычислительных схем можно найти в [13].

Этот рисунок показывает, что при выбранной (гибридной) численной схеме и без использования модели подсеточной вязкости, Fluent, как и НТС-код, обеспечивает почти мгновенный переход в слое смешения на данной сетке. Использование же чисто противоположной схемы, как и использование подсеточной модели Смагоринского, приводит к значительному затягиванию перехода к турбулентности в слое смешения, что, как показано в [13], приводит к завышению расчётного уровня шума на низких частотах и к сильному его занижению на высоких частотах.

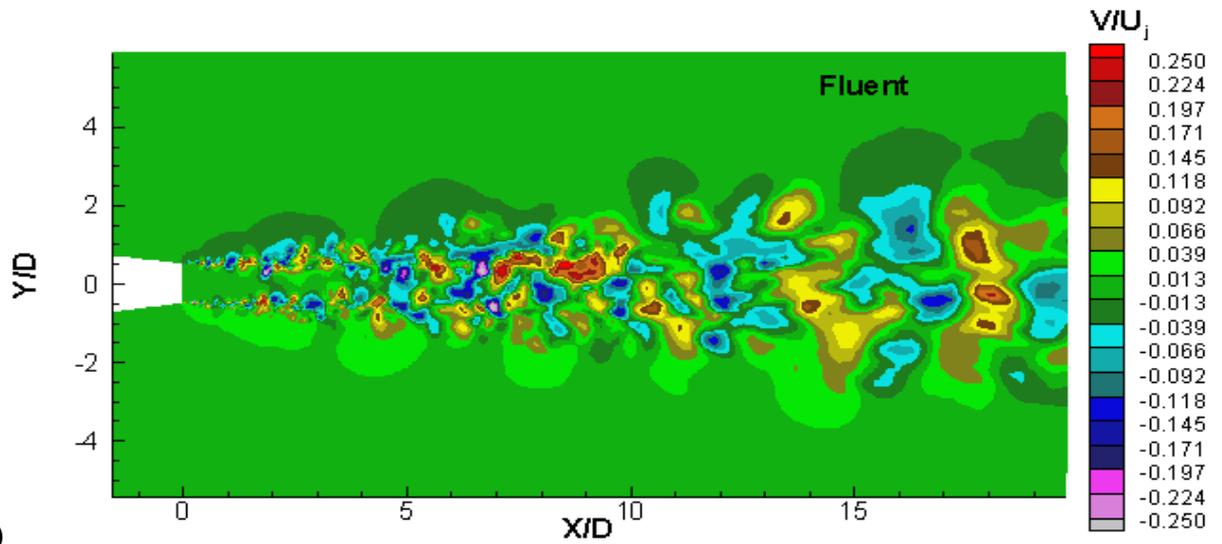
Характерные особенности турбулентности струи также хорошо видны по мгновенным полям отдельных компонент вектора скорости, приведённым на рис. 5.8. В совокупности с приведёнными ранее полями завихренности (рис. 5.7-а, г) они наглядно иллюстрируют эволюцию турбулентных структур в слое смешения, которая отвечает современным представлениям о турбулентных струях [24], а

именно: потерю устойчивости слоя смешения, генерацию и «спаривание» вихрей, хаотизацию слоя с последующим ростом размера вихревых структур по мере движения вниз по потоку, вплоть до их интенсивного взаимодействия в конце потенциального ядра. Важно отметить схожесть мгновенных полей гидродинамических величин, полученных с помощью обоих вычислительных кодов. Поэтому неудивительно, что и осреднённые характеристики потока в двух рассматриваемых кодах хорошо согласуются между собой. Это демонстрирует рис. 5.9, на котором представлены поля осреднённой по времени продольной скорости, а также рис. 5.10 и 5.11, на которых полученные во Fluent и HTC-коде осевые распределения средней скорости и среднеквадратичных пульсаций продольной и радиальной компонент сравниваются между собой и экспериментом [39].

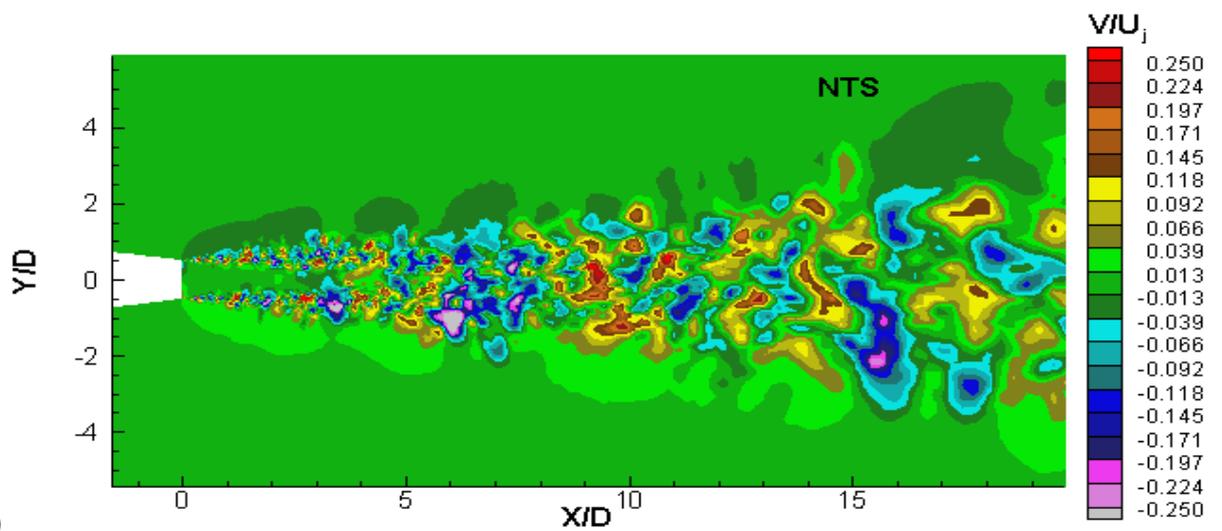




б)



в)



г)

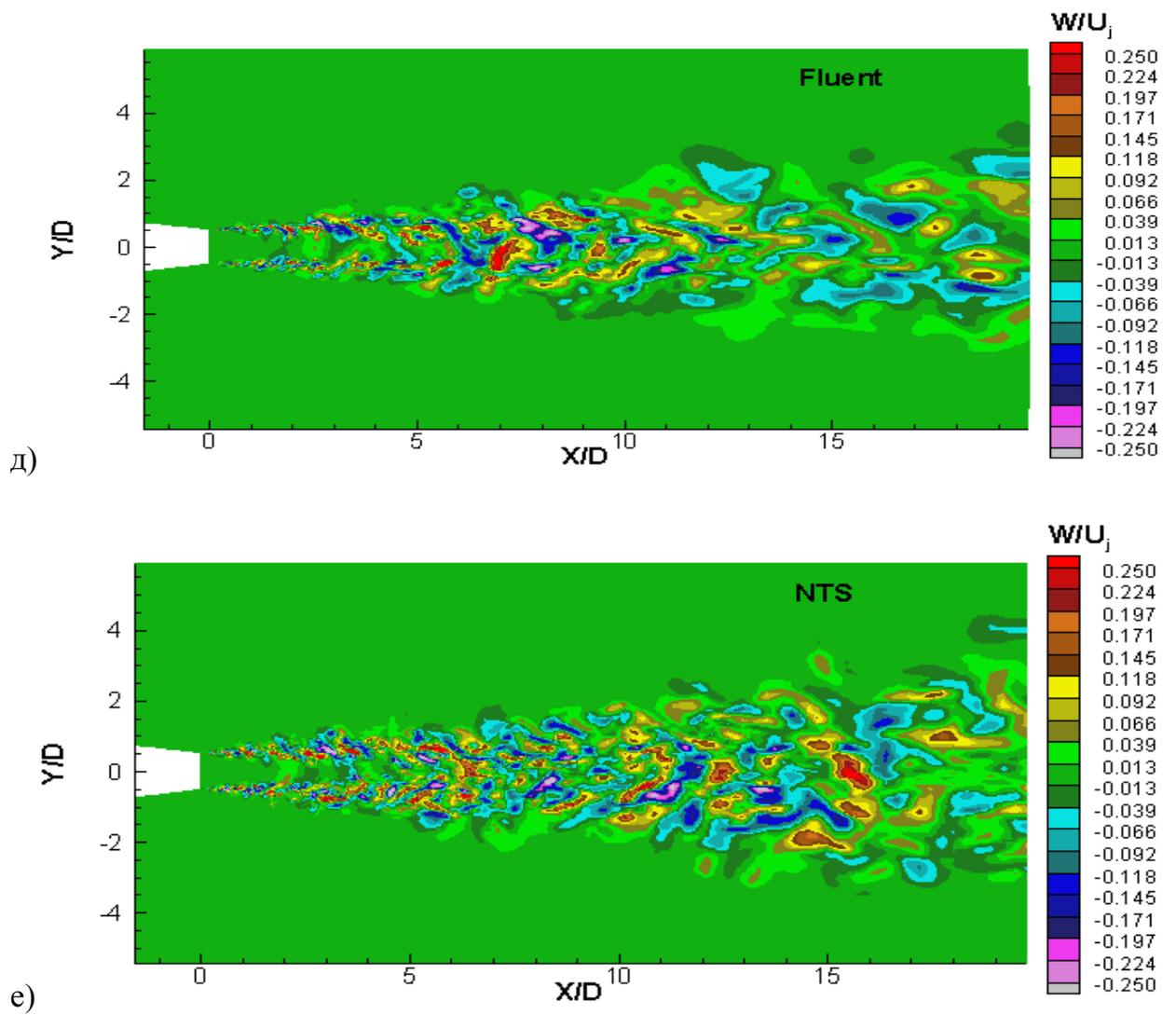


Рисунок 5.8 Мгновенные поля компонент вектора скорости: а)осевая скорость, Fluent, б) осевая скорость, NTS, в)поперечная скорость, Fluent, г)поперечная скорость, NTS, д) азимутальная скорость, Fluent, е)азимутальная скорость, NTS.

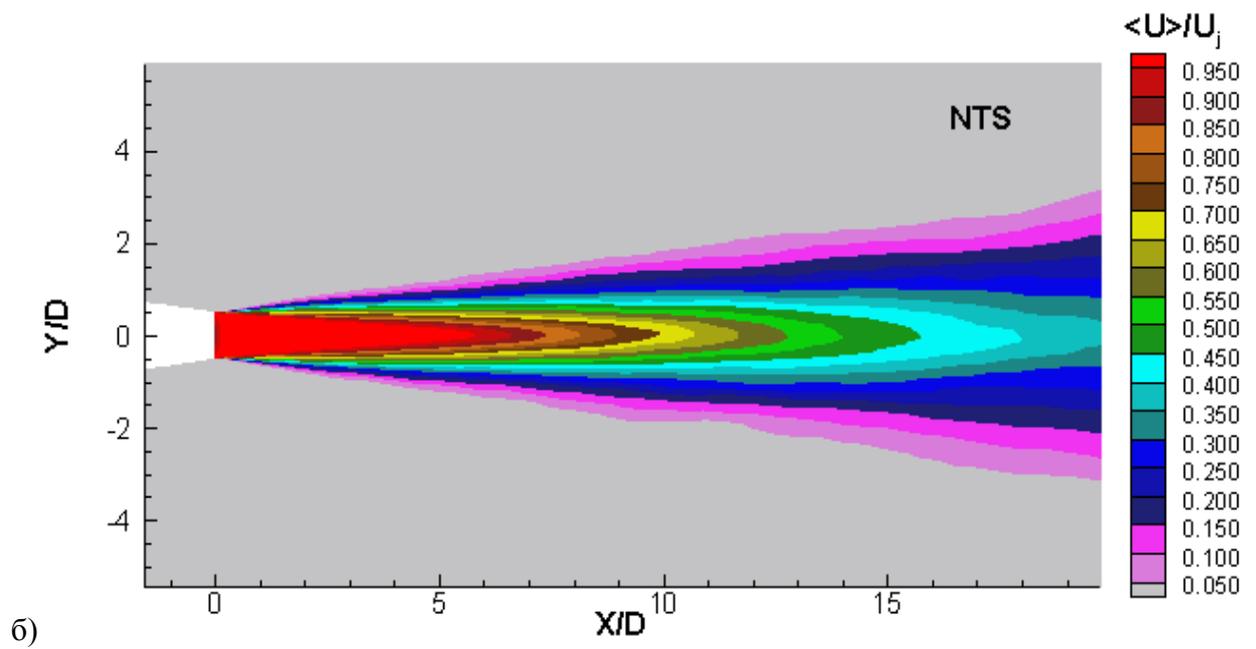
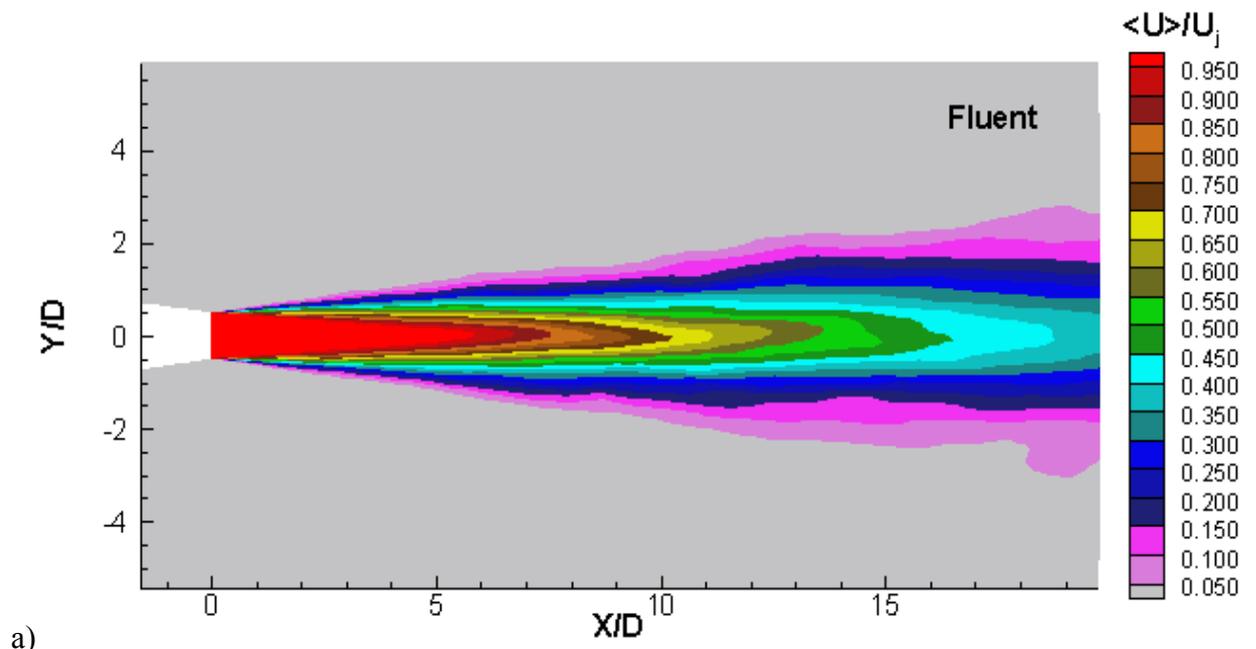


Рисунок 5.9 Осреднённое по времени поле продольной скорости: а)Fluent, б)НТС.

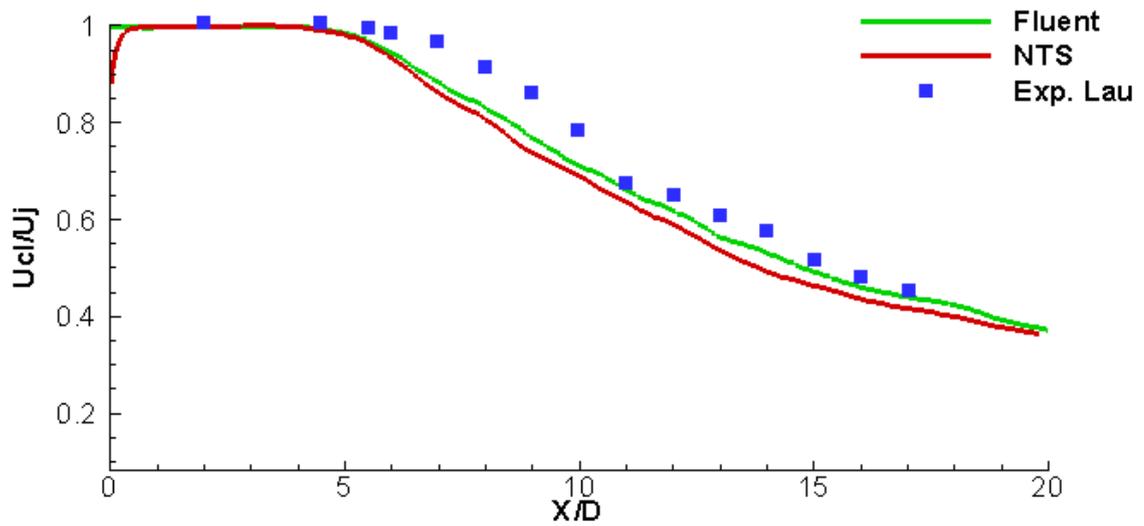
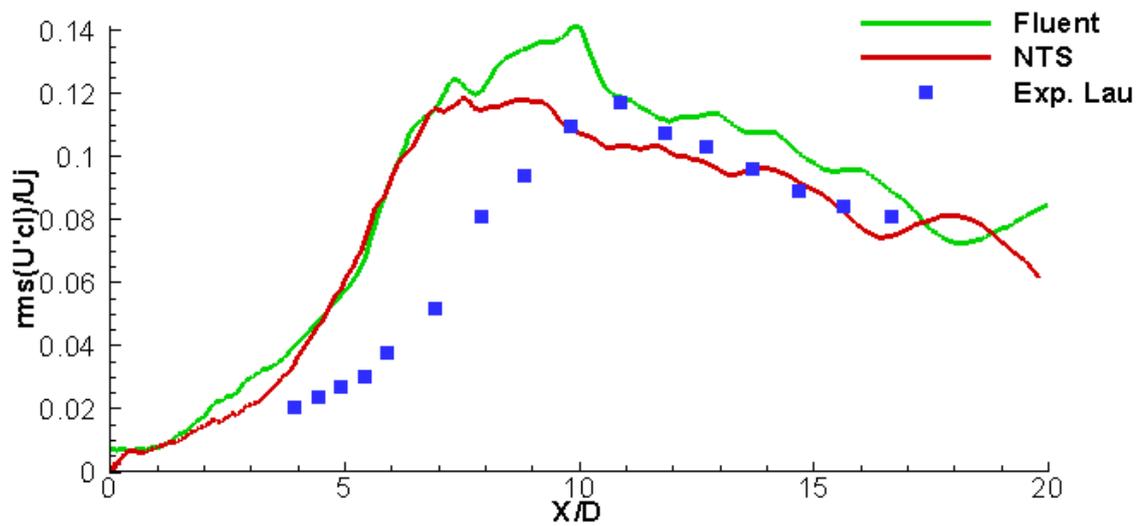


Рисунок 5.10. Сравнение расчётных и экспериментальных значений безразмерной скорости на оси струи.

a)



б)

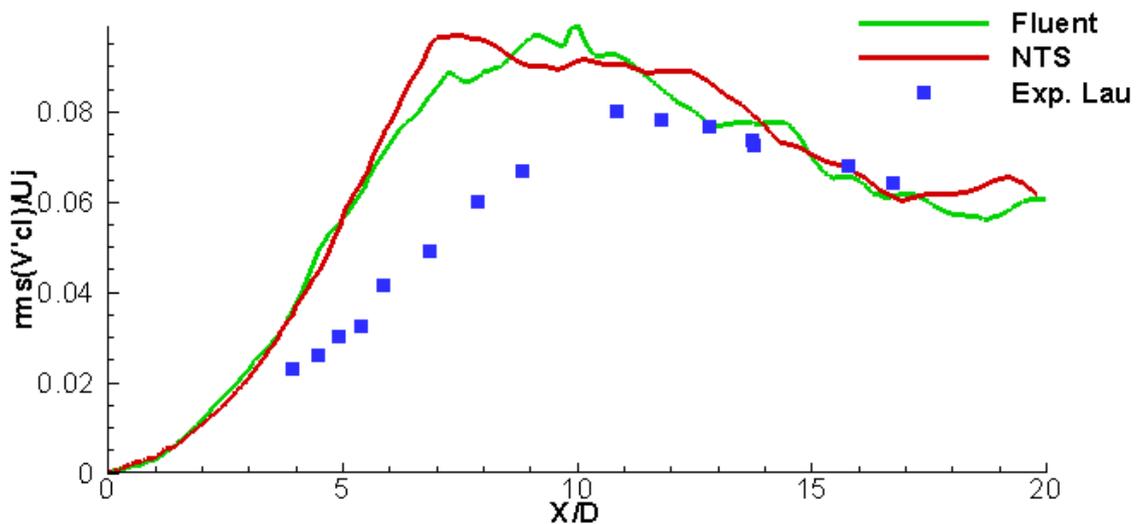
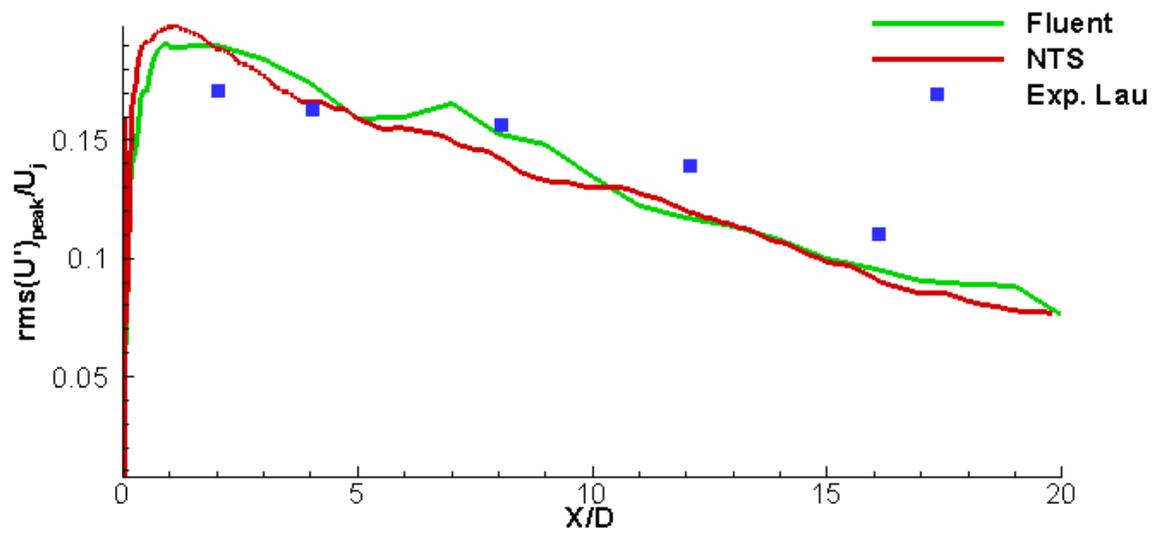


Рисунок 5.11 Распределение вдоль оси струи среднеквадратичных пульсаций: а) осевой скорости, б) радиальной скорости.

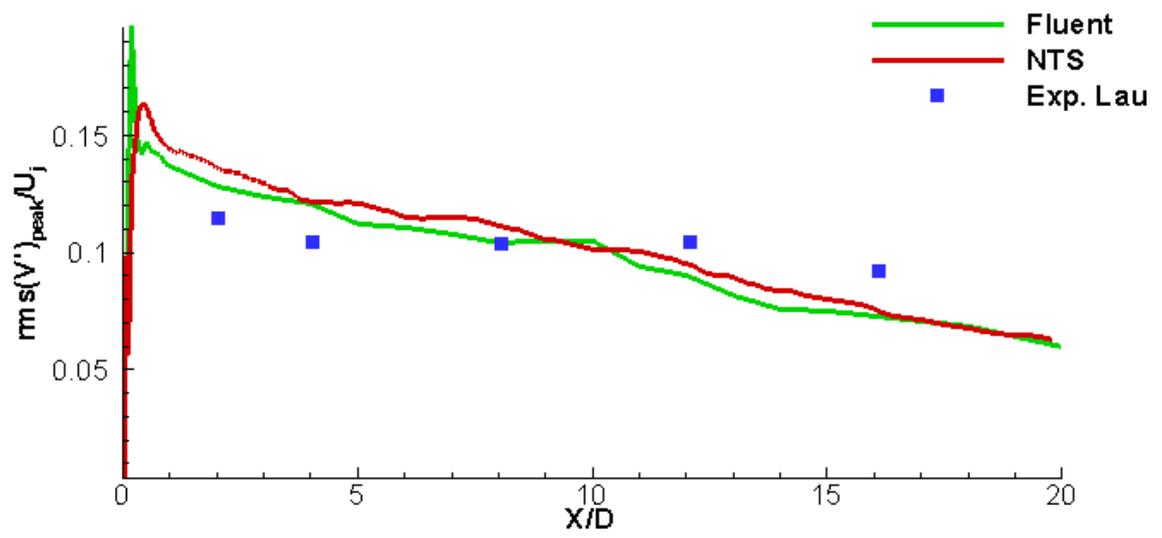
Наблюдается хорошее согласование в полученных решениях между собой и с экспериментальными значениями за пределами ядра. Существенные отличия наблюдаются лишь внутри ядра струи, в целом оба расчёта дают завышенные значения среднеквадратичных пульсаций скорости. Как уже отмечалось, наблюдаемое рассогласование с экспериментом обусловлено, прежде всего, использованием в расчётах недостаточно мелкой сетки.

Наконец на рис. 5.12 представлены продольные распределения максимальных (по сечению струи) значений среднеквадратичных пульсаций скорости и рейнольдсовых напряжений. Здесь также наблюдается хорошее согласование между расчётами и экспериментом, пожалуй, кроме пика пульсаций в окрестности среза сопла, вероятной причиной которого, согласно [24], является отсутствие турбулентных структур на входе в расчётную область и обусловленный этим «слишком двумерный» характер перехода к турбулентности на начальном участке.

a)



b)



в)

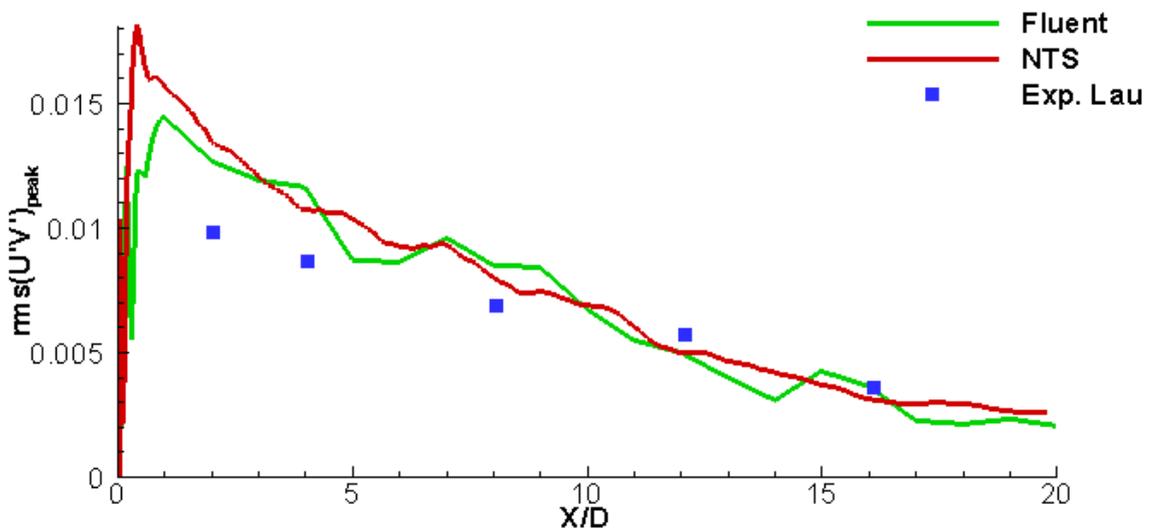


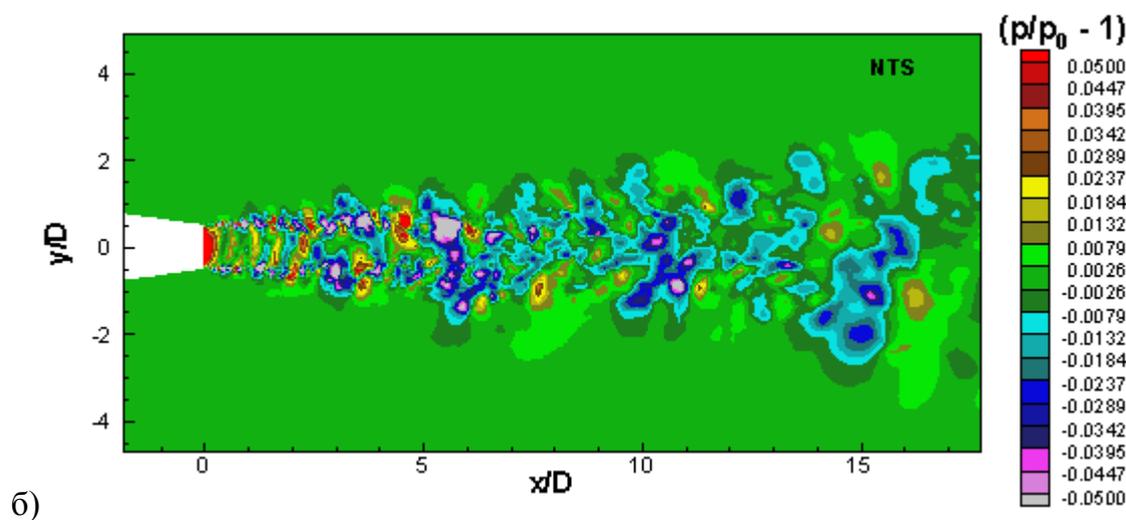
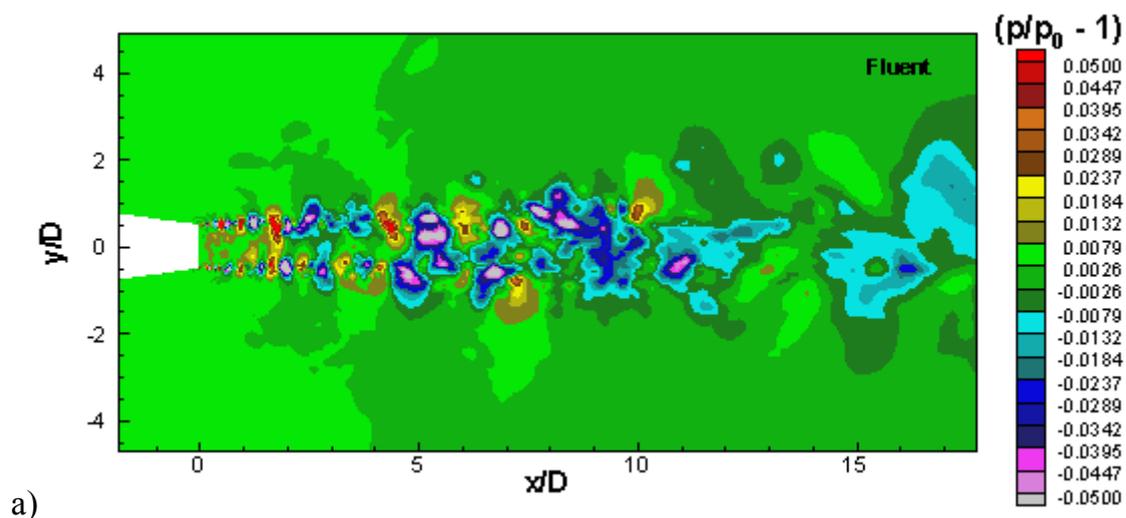
Рисунок 5.12 Распределение максимальных значений среднеквадратичных пульсаций: а) осевой скорости, б) поперечной скорости, в) реинольдсовых напряжений

Отметим, что для определения максимальных значений, показанных на рис. 5.12, в пакете Fluent информация выводилась в двух перпендикулярных плоскостях (ху и уz). Максимальные значения осреднялись только по четырём точкам: в верхней и нижней полуплоскостях. Такой способ осреднения по небольшому числу точек вносит некоторую немонотонность в поведение кривых, изображённых на рисунке 5.12.

В целом, из приведённых выше графиков можно сделать вывод о том, что гибридная схема, имеющаяся в пакете Fluent, достаточно точно разрешает гидродинамические характеристики потока в рамках ILES на данной сетке.

В заключение данного раздела остановимся на особенностях получаемых в рамках двух кодов мгновенных полей давления, которые, в свою очередь, весьма важны для предсказания шума, генерируемого струей. Эти поля представлены на рис. 5.13 в двух вариантах, соответствующих выбору гидродинамического (рис. 5.13-а, б) и акустического (рис. 5.13-в, г) масштабов изменения давления. Поле давления в гидродинамическом масштабе показывает хорошую согласованность обоих расчётов. Однако если рассматривать поле давления в акустическом масштабе (рис. 5.13-в, г), то можно видеть большую разницу в уровне давления,

которая, по всей видимости, вызвана тем, что имеющиеся во Fluent граничные условия из-за отражения волн от границ не обеспечивают постоянства общего уровня давления. На распределении давления, полученным в НТС-коде (рис. 5.13-г), хорошо видны низкочастотные волны, которые полностью «замазаны» при расчёте с использованием Fluent (рис. 5.13-в).



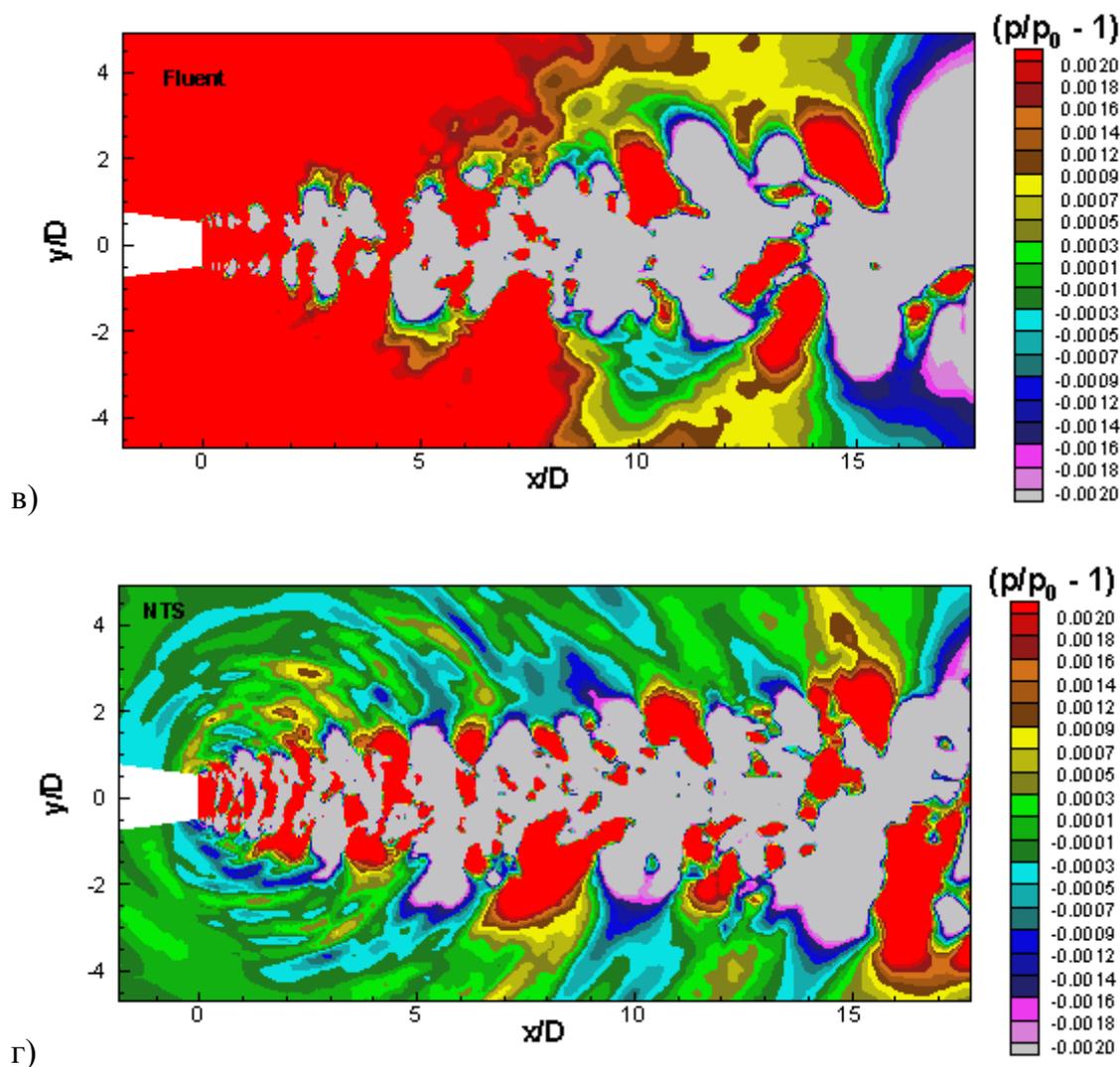


Рисунок 5.13. Мгновенные поля безразмерного давления: а) и в) — Fluent, б) и г) — НТС.

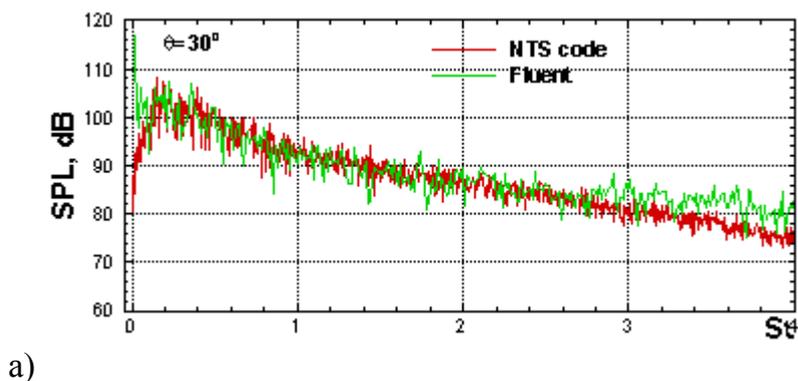
Таким образом, показано, что в рамках данной постановки и с использованием данной сетки, Fluent позволяет получить гидродинамическое решение достаточно точно. Однако для аэроакустических расчётов требуется расширение опций имеющихся граничных условий, для того, чтобы обеспечить отсутствие отражений волн от границ и предотвращать «дрейф» уровня давления

5.3 Результаты расчета шума в дальнем поле

Вторым этапом данного расчёта является определение шума в дальнем поле. Его важнейшей характеристикой является спектральная плотность или распределение уровня шума (SPL) по частотам (см. формулу 2.14), которое и рассчитывается с помощью FWH постпроцессинга. В соответствии с условиями

эксперимента [27] в настоящей работе уровень шума определялся в точках, расположенных на расстоянии $r/D = 98$ от среза сопла, где D — диаметр среза сопла, в диапазоне полярных углов 20° — 160° . Полученные данные дополнительно осреднялись по четырём азимутальным углам (0, 90, 180 и 270 градусов) при проведении расчётов в рамках Fluent и по 30 азимутальным углам в случае НТС-кода.

Результаты расчёта спектров шума представлены на рис. 5.14 и 5.15. На первом из них сравниваются между собой «сырые» SPL-спектры, полученные с помощью двух кодов для трёх углов наблюдателя (30° , 90° и 120°). На втором рисунке треть-октавные спектры, полученные интегрированием указанных «сырых» спектров, сравниваются с экспериментом [27], а также с результатами, полученными с помощью Fluent в уже упоминавшейся работе [23]. Напомним, что в этой работе используется существенно более мелкая сетка (~5 млн узлов); при этом внутренняя часть сопла включена в расчётную область, и используемая сетка явно недостаточна для корректного LES пограничного слоя. Кроме того, в [23] используется не гибридная схема (она была бы неустойчива в пристенной области), а более диссипативная противопоточная схема 2-го порядка.



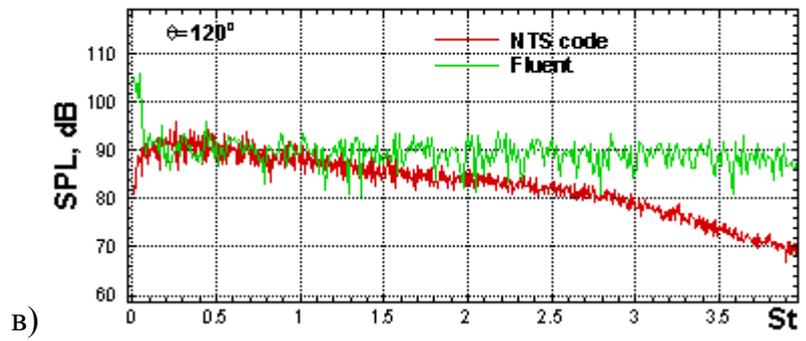
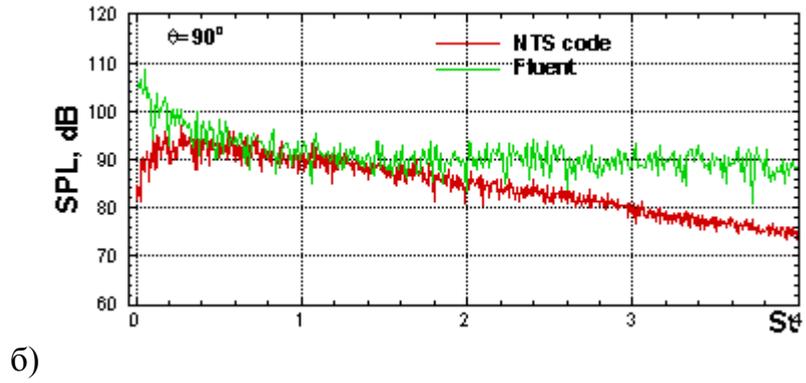


Рисунок 5.14 Спектральная плотность шума в дальнем поле для углов а)30°, б)90°, в)120°, полученная во Fluent и НТС-коде

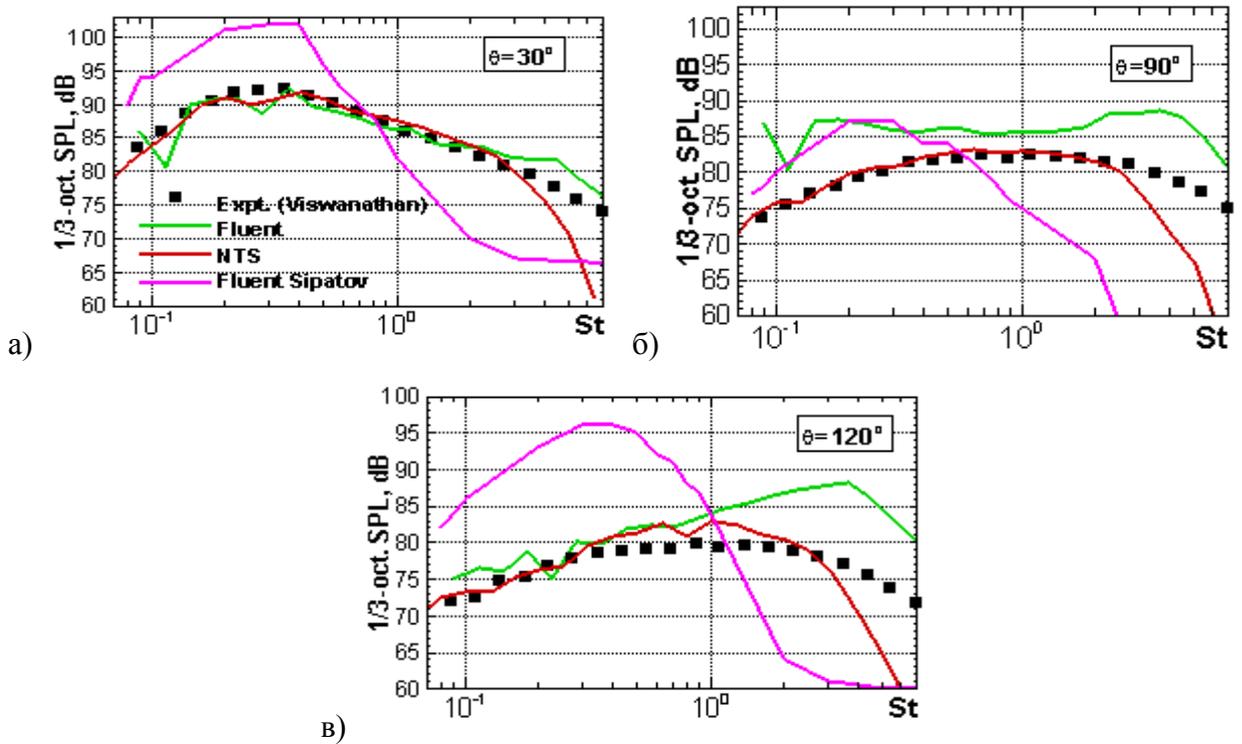
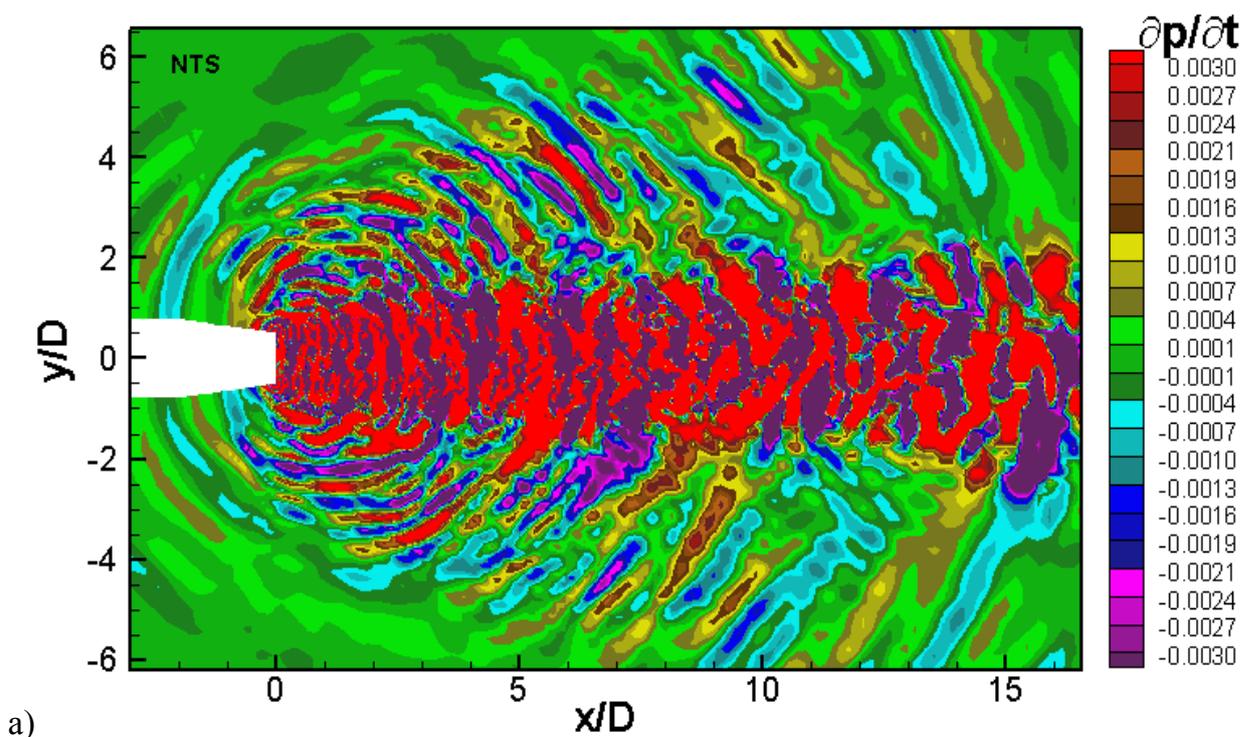


Рисунок 5.15 Сравнение 1/3 октавных спектров шума для углов а)30°, б)90°, в)120° с расчётными данными [23] и экспериментом [27].

Анализ полученных спектров позволяет сделать следующие выводы.

1. При всех углах наблюдателя в низкочастотной части спектров (при $St \leq 0.1 - 0.2$), рассчитанных во Fluent имеется явный дефект, а именно, наблюдается противоестественный резкий рост SPL на 20 дБ. Отметим, что аналогичный дефект наблюдается в расчётах шума струй, выполненных в ряде других работ (см., например, [9], [40]), причём авторы этих статей объяснили его наличием отражения волн от входной и выходной границ расчётной области, т.е. недостаточной эффективностью используемых «неотражающих» граничных условий. Очевидно, что этот же эффект является и причиной неудовлетворительного поведения SPL в расчётах, выполненных во Fluent в данной работе.
2. В диапазоне чисел Струхаля $0.2 < St < 1.5$ спектры, полученные во Fluent в настоящей работе, вполне удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными [27] и с результатами расчётов на HTC-коде. Этим они выгодно отличаются от спектров, полученных также с помощью Fluent в [23], которые характеризуются сильным завышением (примерно на 10дБ) спектральных максимумов при $St \approx 0.3$ и чрезвычайно резким падением SPL при увеличении частоты в области $St > 0.8$. Это свидетельствует о том, что неудовлетворительные результаты расчёта шума в [23] обусловлены не недостатками FWH-постпроцессора Fluent, а некорректностью используемого в этой работе подхода к расчёту гидродинамических характеристик струи (LES течения внутри сопла на неприемлемо грубой сетке, что приводит к завышению толщины пограничного слоя на срезе сопла и вследствие этого к сильному затягиванию перехода в слое смешения струи), а также использованием неприемлемо диссипативной для LES чисто противопоточной схемы.
3. При больших углах наблюдателя ($\theta = 90^\circ$ и 120°) в спектрах, рассчитанных во Fluent, наблюдается существенное завышение шума при $St > 1.5$. Причины такого поведения высокочастотной части спектров остаются не вполне ясными. По всей видимости, оно связано с немонотонностью численного решения, получаемого с помощью гибридной схемы Fluent при

фиксированном весе направленных разностей $\varepsilon=0.2$, в невязкой области потока при распространении по ней высокочастотных звуковых волн. Указанная немонотонность хорошо видна на мгновенном поле производной от давления по времени, приведённой на рис. 5.16-б. Для её устранения (и тем самым, вполне вероятно, существенного повышения точности предсказания шума) было бы желательно увеличить значение веса ε в гибридной схеме вне области турбулентности струи. К сожалению, как уже упоминалось в разделе 3.1, такая возможность во Fluent отсутствует — параметр ε не может быть сделан функцией пространственных переменных или локальных параметров потока.



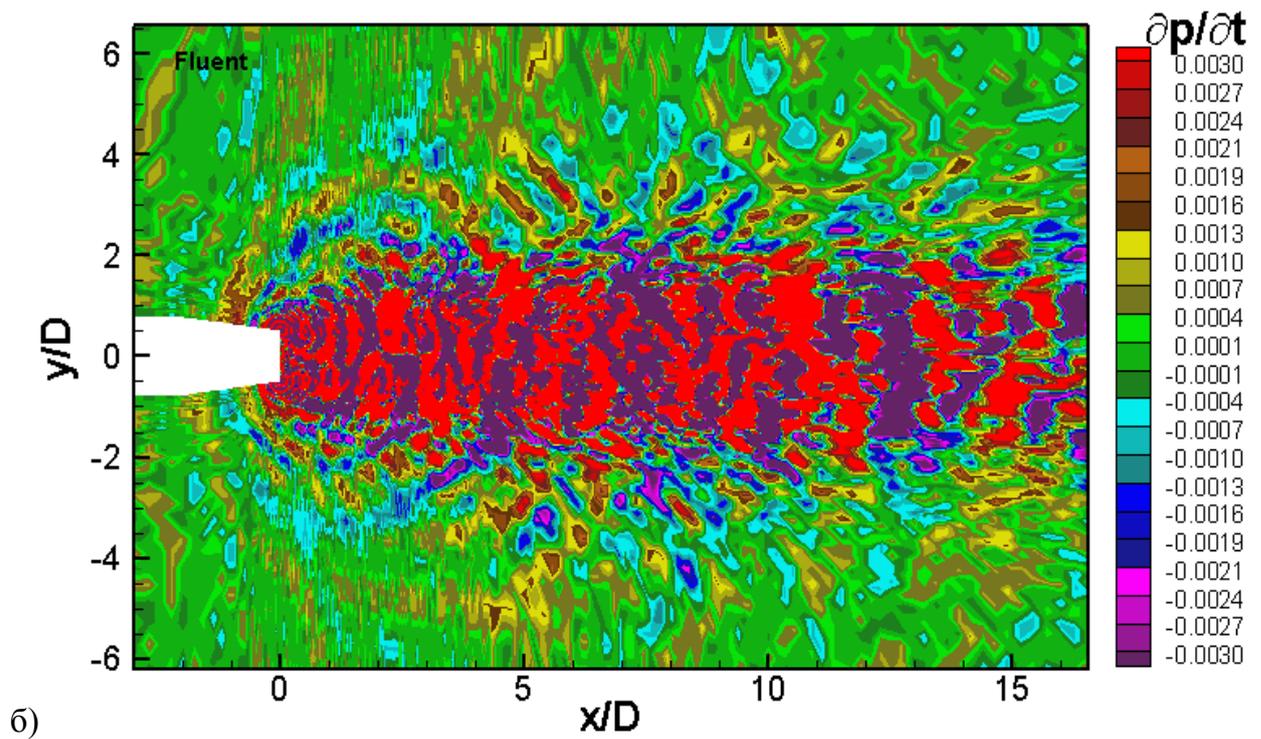


Рисунок 5.16 Мгновенное поле $\frac{\partial p}{\partial t}$, полученное а) в HTC-коде, б) во Fluent.

Наконец, на последнем рисунке (рис. 5.17) приведено сравнение расчётных и экспериментальных диаграмм направленности суммарного шума струи, полученного интегрированием спектров в диапазоне частот $0.1 \leq St \leq 5$.

Из этого рисунка, в полном соответствии с рассмотренным выше поведением спектральных характеристик следует, что расчёт, произведённый во Fluent, даёт неплохое согласование интегрального уровня шума для малых углов. Для больших углов расчёт даёт завышенный уровень шума (до 5 дБ), что объясняется завышением уровня шума на высоких частотах.

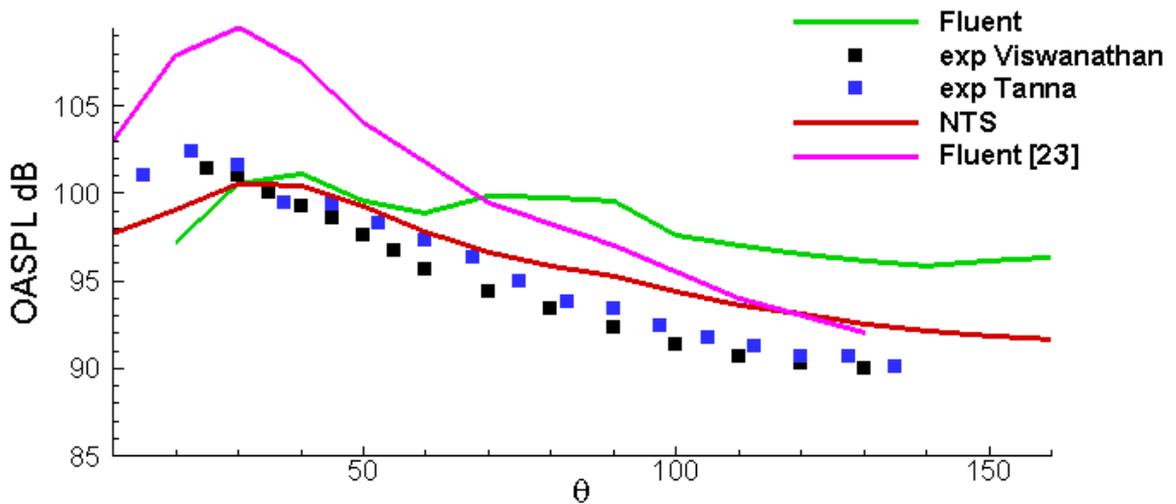


Рисунок 5.17 Интегральная диаграмма направленности шума: сравнение результатов расчётов НТС-кода и Fluent в 2-х разных постановках задачи.

Стоит отметить, что выбранный двустадийный этап расчёта позволяет добиться на сетке меньшей в 4 раза, чем использовавшаяся в работе [23], результатов лучших для малых углов и отличающихся не более чем на 1,5 дБ для больших углов. Относительно хорошее согласование данных [23] с экспериментом [26] и [27] по интегральному шуму при $\theta > 90^\circ$ объясняется взаимной компенсацией ошибок расчёта для низких и высоких частот (рис. 5.15).

Таким образом, показано, что имеющаяся во Fluent гибридная схема с достаточной степенью точности разрешает гидродинамические характеристики струйного течения при разумном выборе расчётной сетки и рациональной постановке задачи, базирующейся на двустадийном RANS/LES подходе. Однако для проведения аэроакустических расчётов требуется расширение возможностей пользователя для постановки неотражающих граничных условий, возможности модифицировать весовой параметр численной схемы (формула 3.3), а также иметь доступ к модификации переменных, используемых солвером, для «создания» приграничных поглощающих слоёв.

Заключение

В заключении формулируем кратко основные результаты, полученные в настоящей работе.

Проведен анализ возможностей коммерческого пакета FLUENT при решении задач вычислительной аэроакустики (расчёт шума, создаваемого турбулентными потоками в дальнем поле) в сочетании с методом моделирования крупных вихрей для расчета турбулентности. Анализ выполнен на основе решения двух тестовых задач: 1) расчет шума, создаваемого точечным гармоническим источником массы, находящимся в однородном дозвуковом потоке; 2) расчет шума, генерируемого круглой дозвуковой ($M=0.9$) турбулентной струей, истекающей в затопленное пространство. При этом оценка точности расчёта аэродинамических и акустических характеристик указанных потоков, получаемых в рамках FLUENT, проводилась на основе сопоставления с точным решением для первой задачи и с экспериментальными данными для второй. Кроме того, для обеих задач результаты FLUENT сравнивались с численными решениями, полученными с использованием схемы повышенного порядка аппроксимации в рамках HTC-кода, который ранее хорошо зарекомендовал себя при решении задач рассматриваемого типа.

Наиболее важные результаты, полученные на основе решения указанных задач, состоят в следующем.

1. Предоставляемый FLUENT акустический постпроцессор, базирующийся на интегральном методе Фокса Вильямса – Хокинга, в случае, когда имеется ненулевой внешний поток, оказался неработоспособным (соответствующая опция, реализованная во FLUENT пока лишь в виде бета-версии, содержит существенные ошибки). Этот факт, установленный в процессе решения задачи о точечном источнике звука в однородном потоке, признан разработчиками FLUENT, которым для детального анализа и устранения ошибок переданы файлы с постановкой задачи и полученные неверные результаты.

2. Выявлена еще одна ошибка акустического постпроцессора, приводящаяся к общей потере управления в гидродинамическом солвере. Такая ситуация

возникает, когда суммарная длина имен файлов, в которых сохраняется нужная для постпроцессора информация о параметрах на контрольных FWH поверхностях, превышает 32000 символов, что не является редкостью для аэроакустических расчетов.

3. Реализация расчета/вывода среднеквадратичных пульсаций параметров турбулентных потоков, по-видимому, также содержит ошибки. Эта опция корректно работает в задаче о турбулентной струе, но некорректно – в задаче об источнике звука, что установлено путем сопоставления со среднеквадратичными пульсациями, рассчитанными по эволюции параметров во времени в отдельных точках мониторинга. Не исключено, что некорректность осреднения обусловлена побочным эффектом взаимодействия соответствующей процедуры с пользовательской функцией, используемой в задаче об источнике.

4. На примере задачи о расчете шума турбулентной струи, истекающей в затопленное пространство, продемонстрирована корректность работы FWH-постпроцессора в отсутствие внешнего потока (за исключением ситуации, описанной выше в п. 2). Показано также, что реализованный во Fluent гибридный вариант схемы Роу обеспечивает вполне приемлемую точность моделирования турбулентности свободных сдвиговых течений в рамках LES. Тем самым показано, что неудовлетворительные результаты расчета шума струи с помощью Fluent, полученные в ранее опубликованной работе [23], обусловлены не недостатками Fluent, а некорректностью используемого в этой работе подхода (LES течения внутри сопла выполняется на сетке, которая явно недостаточна для разрешения вихревых структур турбулентного пограничного слоя, что приводит к завышению его толщины на срезе сопла), а также использованием неприемлемо диссипативной для LES чисто противопоточной разностной схемы.

5. При решении той же задачи продемонстрировано, что для достижения приемлемой точности расчета низкочастотной и высокочастотной частей спектра шума необходимо расширить набор предоставляемых Fluent неотражающих граничных условий, а также повысить гибкость задания управляющих параметров разностной схемы, применяемой в рамках LES. В частности, целесообразно реализовать технологию “поглощающих” приграничных слоев и предоставить

пользователю возможность управлять “весом” направленных разностей в гибридной схеме Роу (сделать этот вес не фиксированной величиной, как в текущей версии солвера, а определяемой пользователем функцией пространственных переменных и локальных параметров потока).

Литература

1. P.R. Gliebe, T.F. Balsa. Aeroacoustics of axisymmetric single- and dual-flow exhaust nozzles. *Journal of Aircraft*, 1978, v.15, №11, p.743-749.
2. A.Khavaran. Role of anisotropy in turbulent mixing noise. *AIAA Journal*, 1999, v.37, №7, p.832-841.
3. C.K.W. Tam, L. Auriault. Jet mixing noise from fine-scale turbulence. *AIAA Journal*, 1999, v.37, №2, p.145-153.
4. Lighthill M.J. 1952. On sound generated aerodynamically: I. General theory. *Proceedings of Royal Society*. Vol. A211, p. 564-587.
5. Strelets M.K. Detached eddy simulation of massively separated flows. *AIAA Paper* 2001-0879, Jan. 2001.
6. Spalart P., Jou W-H, Strelets M., Allmaras S. Comments of the feasibility of LES for wings and on a hybrid RANS/LES approach. *Proceedings of first AFOSR international conference on DNS/LES*, 137-147;1997.
7. Lyrintzis A.S. The use of Kirckhoff's method in jet aeroacoustics. *NASA/NAG 1-1605* (3/1/94-9/15/94).
8. Ffowcs Williams J.E., Hawkins D.L. Sound Generated by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion. *Philosophical Transactions of the Royal Society*. Vol. A264, numb. 1151, 1961, 321-342.
9. Uzun A., Lyrintzis A.S., Blaisdell G.A. Coupling of Integral acoustics methods with LES for noise prediction. *International Journal of Aeroacoustics*, Vol. 3, №4, 2004, p. 297-346.
10. Lew P., Blaisdell G.A., Lyrintzis A.S. Recent progress of hot jet aeroacoustics using 3-D large eddy simulations. *AIAA paper* 2005-3084, May 2005.
11. Paliath U., Morris P.J. Prediction of noise from jets with different nozzle geometries. *AIAA paper* 2004-3026, May 2004.

12. Rahier G., Prieur J., Vuillot F., Lupoglazoff N., Biancherin A. Investigation of integral surface formulations for acoustic post-processing of unsteady aerodynamic jet simulations. *Aerospace Science and Technology*, Vol. 8, №6, September 2004, p. 453-467.
13. Shur M.L., Spalart P.S., Strelets M. Noise prediction for increasingly complex jets. Part I: methods and tests. *International Journal of Aeroacoustics*, Vol. 4, №3,4, 2005, p. 213-246
14. Shur M.L., Spalart P.S., Strelets M. Noise prediction for increasingly complex jets. Part II: applications. *International Journal of Aeroacoustics*, Vol. 4, №3,4, 2005, p. 247-266
15. Shur M.L., Spalart P.S., Strelets M., Garbaruk A.V. Further steps in LES-based noise prediction for complex jets. *AIAA paper 2006-485*, Jan. 2006.
16. Biancherin A., Lupoglazoff N., Rahier G., Vuillot F. Comprehensive 3D unsteady simulations of subsonic and supersonic hot jet flow-fields. Part 2: Acoustic analysis, *AIAA paper*, 2002, AIAA-2002-2600.
17. Morris P.J., Long L.N., Scheidegger T.E., Boluriaan S. Simulations of supersonic jet noise. *International Journal of Aeroacoustics*, 2002, 1(1), p. 17-42.
18. Lockard D.P., Khorrami M.R., Fei Li. Aeroacoustic analysis of a simplified landing gear. *AIAA paper 2003-3111*. 2003.
19. Lockard D.P., Khorrami M.R. Effects of geometric details on slat noise generation and propagation. *AIAA paper 2006-2664*. 2006.
20. Greschner B., Thiele F., Jacob M.C., Casalino D. Prediction of sound generated by a rod-airfoil configuration using EASM DES and the generalized Lighthill/FW-H analogy. *Computers & Fluids* 37, p. 402-413, 2008.
21. Greschner B., Thiele F., Jacob M.C., Casalino D. Influence of turbulence modeling on the broadband noise simulation for complex flows. *AIAA paper 2004-2902*. 2004.

22. Boudet J., Grosjean N., Jacob M.C. Wake-airfoil interaction as broadband noise source: a large-eddy simulation study. *International Journal of Aeroacoustics*. №4, 2007, p. 93-116
23. Сипатов А.М Трёхмерный акустический анализ в процессе проектирования авиационного двигателя. Вторая открытая всероссийская научно-практическая конференция «Вычислительный эксперимент в аэроакустике», Светлогорск, 2008. Сборник тезисов. Макс Пресс, М. 2008, стр. 62-63.
24. Шур М.Л., Спаларт Ф.Р., Стрелец М.Х. Расчёт шума сложных струй на основе «первых принципов». *Математическое моделирование*. Т.19, №7, 2007, стр. 5-27.
25. Crighton D.G., Dowling A.P., Ffowcs Williams J.E., Heckl M., Leppington F.G. *Modern Methods in Analytical Acoustics*. Springer 1992.
26. Tanna H.K. An experimental study of jet noise. Part I: Turbulent mixing noise. *Journal of sound and vibration*, 1977, v.50. 405-428
27. Viswanathan K.. Aeroacoustics of hot jets. *Journal of fluid mechanics*, 2004, v.516, p. 39-82.
28. Bodony D.J., Lele S.K. Current Status of Jet Noise Predictions Using Large Eddy Simulation. *AIAA*, vol.46, №2, February 2008.
29. K.S. Brentner, F.Farassat. Analytical Comparison of the Acoustics Analogy and Kirchhoff Formulations for Moving Surfaces. *AIAA Journal*. Vol. 36, numb.8, 1998.
30. Kefan Tang M.S. Numerical Simulation of the Flow-Induced Noise by Means of the Hybrid method by LES and Aeroacoustic Analogy. Siegen University. Dissertation, 2004.
31. Farassat F., Brentner K.S., Dunn M.H. Working with the wave equation – the pleasures of generalized functions. *AIAA paper 2007-3562*, 2007.
32. F. Farassat. Derivation of Formulations 1 and 1A of Farassat. *NASA/TM-2007-214853*

33. K.S. Brentner An Efficient and Robust Method for Predicting Helicopter Rotor High-Speed Impulsive Noise. *Journal of Sound and Vibration*. Vol. 203, numb. 1, 1997. 87-100
34. Spalart P.R., Shur M.L. Variants of the Ffowcs Williams-Hawkings equation and their coupling with simulation of hot jets. *International Journal of Aeroacoustics*. Vol. 8, №5, 2009, p. 477-492.
35. Shur M.L., Spalart P.R., Strelets M.K., Garbaruk A.V. Analysis of jet-noise-reduction concepts by large-eddy simulation. *International Journal of Aeroacoustics*. Vol.6, №3, 2007, p. 243-285.
36. F. R. Menter. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal*, 32(8):1598–1605, 1994.
37. F. R. Menter, M. Kuntz, and R. Langtry. Ten Years of Experience with the SST Turbulence Model. In K. Hanjalic, Y. Nagano, and M. Tummers, editors, *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*, pages 625–632. Begell House Inc., 2003.
38. Trong T.B. A parallel, finite-volume algorithm for large-eddy simulation of turbulent flows. NASA/TM-1999-206570.
39. J.C. Lau, P.J. Morris, M.J. Fisher. Measurements in subsonic and supersonic free jets using a laser velocimeter. *Journal of Fluid Mechanics*, 1979, v.93, p.1-27.
40. Andersson, N., Eriksson, L.-E., and Davidson, L. Large-Eddy Simulation of Subsonic Turbulent Jets and Their Radiated Sound, *AIAA Journal*, Vol. 43, No. 9, 2005, pp. 1899–1912.