

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
Физико-механический факультет
Кафедра гидроаэродинамики

Диссертация допущена к защите
Зав. кафедрой, проф., д.ф.-м.н.
_____ Смирнов Е.М.
" ____ " _____ 2011 г.

**Исследование влияния поправки Спаларта-Шура при расчёте
течений в трехмерных каналах умеренной кривизны**

Диссертация на соискание ученой степени магистра
по направлению 010900 – Прикладные математика и физика

Выполнил студент гр. 6054/11
Руководитель, к.ф.-м.н., доцент

Дмитриев И. В.
Гарбарук А. В.

Санкт-Петербург
2011

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Поправки на вращение и кривизну линий тока к модели Спаларта-Аллмараса.....	5
2 Реализация поправки.....	9
3 Тестирование поправки	11
3.1 Плоский вращающийся канал	11
3.2 Плоский канал с поворотом на 180 градусов.....	17
4 Результаты расчётов течений в каналах с поворотом	21
4.1 Течение в канале квадратного сечения с поворотом на 180 градусов	22
4.2 Течение в канале круглого сечения с поворотом на 180 градусов	28
Заключение.....	35
Список использованных источников	36

Введение

В современной энергетике одной из важных составляющих являются системы охлаждения и отвода газов. В таких системах часто используются искривлённые каналы различной формы. При расчётах таких систем крайне важно правильно описывать течения внутри этих каналов, поскольку их влияние может быть весьма существенно. Важно отметить, что течение в таких каналах принципиально не может быть описано в двумерной постановке.

Для расчётов течений в каналах широко используется решение системы уравнений Рейнольдса, замкнутое той или иной моделью турбулентности. Многие замыкающие модели, используемые совместно с гипотезой Буссинеска, испытывают сложности при описании вторичных течений и эффектов кривизны линий тока, имеющих место в искривлённых трёхмерных каналах. Для придания чувствительности к эффектам кривизны линий тока можно использовать специальные поправки, а для верного описания вторичных течений следует использовать т.н. нелинейные замыкающие модели, т.е. не использующие гипотезу Буссинеска.

Одной из часто используемых моделей турбулентности является дифференциальная модель с одним уравнением, модель Спаларта-Аллмараса [2], для которой справедливы отмеченные выше сложности с описанием вторичных токов и эффектов кривизны. Для этой модели были предложены различные поправки на кривизну линий тока и вращение. Одной из самых удачных поправок считается поправка Спаларта-Шура [5].

Цель настоящей работы состоит в исследовании значимости эффектов кривизны линий тока и необходимость использования специальной поправки при расчёте турбулентных течений в каналах с поворотами умеренного радиуса закругления на примере модели Спаларта-Аллмараса.

Для этого необходимо решить следующие конкретные задачи:

- реализовать поправку Спаларта-Шура на базе пакета общего гидродинамического назначения Ansys FLUENT с использованием стандартных средств (user-defined functions, udf);
- протестировать эту реализацию (сравнить с результатами уже проводившихся расчётов с использованием поправки);
- применить модель Спаларта-Аллмараса с поправкой Спаларта-Шура к расчёту течений в трёхмерных каналах с умеренной кривизной.

1 Поправки на вращение и кривизну линий тока к модели Спаларта-Аллмараса

При создании поправок на вращение и кривизну линий тока большинство авторов исходит из следующих требований к таким поправкам.

1. Поправка не должна оказывать влияния на течения чистого сдвига.
2. Поправка должна подавлять турбулентную вязкость в центре вихря (чистое вращение не должно служить причиной роста турбулентности).
3. Поправка должна подавлять турбулентную вязкость и стабилизировать течение в области, прилегающей к выпуклой стенке и, напротив, усилить генерацию турбулентной вязкости возле вогнутой стенки.
4. Поправка должна стабилизировать течение (вплоть до ламинаризации) уменьшая генерацию турбулентной вязкости возле дальней по вращению стенки (pressure wall) и дестабилизировать течение увеличивая генерацию турбулентной вязкости у ближней по вращению стенки (suction wall).

Рассмотрим некоторые из поправок, предложенных для модели Спаларта-Аллмараса.

Уравнение переноса в этой модели можно записать в виде баланса генерационного, диффузионного и диссипативного членов:

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = P_{\tilde{\nu}} + Diff_{\tilde{\nu}} - D_{\tilde{\nu}},$$

где $\frac{D\tilde{\nu}}{Dt}$ – полная производная от $\tilde{\nu}$, $P_{\tilde{\nu}} = c_{b1}\tilde{S}\tilde{\nu}$ – генерационный член,

а $Diff_{\tilde{\nu}}$ и $D_{\tilde{\nu}}$ – диффузионный и диссипативный члены.

$$\tilde{S} = S + \left(\frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} \right) f_{v2}, \quad S \equiv |\Omega| - \text{модуль завихренности,}$$

$\tilde{\nu}$ – модифицированная турбулентная вязкость, f_{v2} – специальная функция, изменяющая генерацию в окрестности стенки, d – расстояние до стенки, а $c_{b1} = 0.1355$ и $\kappa = 0.41$ – константы модели.

Поправки на кривизну/вращение, как правило, вводятся путём модификации генерационного члена $P_{\tilde{\nu}}$ уравнения переноса.

1.1 Поправка SAR

(Spalart-Allmaras with Rotation correction, [7])

Первая из рассматриваемых поправок, самая простая из всех и единственная, которая не домножает генерационный член на поправочный коэффициент, а изменяет само выражение.

Эта поправка была предложена как простой способ придать некоторую чувствительность к эффектам вращения/кривизны оригинальной модели. Признают, что она не сравнима по действию с другими поправками (SARC/ASARC), но очень легко вводится и требует минимум дополнительных вычислений (например, в [8] автор предпочёл её поправке SARC именно по этой причине).

Для введения поправки, в генерационном члене $c_{bl}\tilde{\nu}\left(S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}\right)$ оригинальной модели выражение $S \equiv |\Omega|$ необходимо заменить на $S \equiv |\Omega| + C_{rot} \min(0, |S| - |\Omega|)$, $C_{rot} = 2.0$.

В сдвиговых течениях/пограничных слоях влияние поправки будет минимально, так как дополнительное слагаемое из S близко к 0.

Все рассмотренные далее поправки действуют по одному принципу: определяют величину поправочного коэффициента, на который домножается весь генерационный член.

1.2 Поправка ASARC

(Approximate Spalart-Allmaras Rotational Correction, [7])

В этой поправке генерационный член домножается на коэффициент F_{r1} :

$$F_{r1}(r^*) = [1 + C_{vor} \min(0, r^* - 1)],$$

$$r^* = \frac{|S| + \varepsilon}{|\Omega| + \varepsilon}, \quad S^2 = 2S_{ij}S_{ij}, \quad \Omega^2 = 2\Omega_{ij}\Omega_{ij},$$

S_{ij} – компоненты тензора деформации,

Ω_{ij} – компоненты тензора завихренности,

$$C_{vor} = 2.0,$$

ε – малая величина, гарантирующая, что в областях малой завихренности и деформации, модель вернётся к своему первоначальному виду ($F_{r1} \rightarrow 1$). Одним из способов задать её является $\varepsilon = 0.5 \frac{U_0}{L_0}$ [3], через масштабы скорости и линейного размера.

С использованием поправки, генерационный член зависит как от местной деформации, так и от завихренности. В центре вихря деформация равна 0, завихренность достигает локального максимума. В этом случае функция F_{r1} становится отрицательной, и генерационный член становится диссипативным (такого перехода можно избежать, приняв константу $C_{vor} \leq 1$). В сдвиговых течениях и пограничных слоях деформация и завихренность мало отличаются; функция $F_{r1} \rightarrow 1$, влияние поправки минимально.

1.3 Поправка FCR

Генерационный член умножается на коэффициент F_{CR} [9]:

$$F_{CR} = \frac{1}{1 + C_{CR} Ri},$$

$$\text{где } Ri = \frac{|\Omega|}{|S|} \left(\frac{|\Omega|}{|S|} - 1 \right) - \text{турбулентное число Ричардсона, } C_{CR} = 3.6.$$

В областях близких завихренности и деформации течения $F_{CR} \rightarrow 1$, в центре вихря происходит подавление генерационного члена. Эту поправку используют с различными замыкающими моделями.

1.4 Поправка Спаларта-Шура

(Spalart-Allmaras with Rotation/Curvature Correction, [5])

В поправке Спаларта-Шура (SARC) генерационный член умножается на коэффициент f_{r1} :

$$f_{r1}(r^*, \tilde{r}) = (1 + c_{r1}) \frac{2r^*}{1 + r^*} [1 - c_{r3} \arctg(c_{r2} \tilde{r})] - c_{r1}.$$

Считая, что все производные определены относительно системы координат, вращающейся с угловой скоростью ω , безразмерные величины r^* и $\tilde{r}$ определены как

$$r^* = \frac{S}{\Omega}, \quad \tilde{r} = 2\Omega_{ik} S_{jk} \frac{\left(\frac{DS}{Dt}\right)_{ij}}{D^4},$$

$$\text{где } S^2 = 2S_{ij}S_{ij}, \quad \Omega^2 = 2\Omega_{ij}\Omega_{ij}, \quad D^2 = \frac{1}{2}(S^2 + \Omega^2),$$

$$\varepsilon_{ijk} = \frac{(i-j)(j-k)(k-i)}{2} \text{ (символ Леви-Чивиты).}$$

$$\frac{DS_{ij}}{Dt} \equiv \frac{\partial S_{ij}}{\partial t} + u_k \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_k} - \text{полная производная от компонент тензора деформации.}$$

В случае вращающейся декартовой системы координат

$$\left(\frac{DS}{Dt}\right)_{ij} = \frac{DS_{ij}}{Dt} + (\varepsilon_{imn}S_{jn} + \varepsilon_{jmn}S_{in})\omega_m,$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right), \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + 2\varepsilon_{mji}\omega_m\right).$$

Дополнительные константы поправки приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Дополнительные константы поправки SARC

c_{r1}	c_{r2}	c_{r3}
1.0	12.0	1.0

Множитель f_{r1} для течений с малым искривлением линий тока близок к 1; в течениях чистого сдвига, при отсутствии вращения системы, величина $\tilde{r}$ обращается в 0, r^* становится равна 1, таким образом, $f_{r1} \equiv 1$.

В общем случае, поправка применима не только к модели Спаларта-Аллмараса. Имеется успешный опыт модификации этой поправки для модели $k - \omega$ (SST) [6].

Судя по литературным данным, среди всех рассмотренных поправок, поправка Спаларта-Шура является наиболее разносторонней и успешной, поэтому именно она была выбрана для проведения настоящего исследования.

2 Реализация поправки

Система udf (user-defined functions, [10]) разработана для предоставления возможности исполнять пользовательский код в пакете Ansys FLUENT. С точки зрения пользователя, достаточно загрузить скомпилированную библиотеку udf и назначить на рабочее место определённые там функции. Для написания udf используется язык Си.

Существует возможность использования некомпелированного кода имеющимся в наличии у пакета интерпретатором. Из положительных сторон такого подхода можно отметить полную независимость от особенностей компиляторов и отсутствие необходимости перекомпиляции под каждую новую используемую платформу. Решающими отрицательными сторонами будут невозможность использования значительного количества конструкций языка и, что самое главное, гораздо меньшая производительность. Постановка таким образом специфического граничного условия возможна; в вычислительных поправках интерпретацию использовать нельзя. Поэтому использоваться будет исключительно компиляция.

Для использования поправки Спаларта-Шура в пакете Ansys FLUENT, добавим в решаемое уравнение переноса $\tilde{\nu}$ дополнительное слагаемое $S_{\tilde{\nu}} = (f_{r1} - 1) \cdot P_{\tilde{\nu}}$, где $P_{\tilde{\nu}}$ – генерационный член модели. Добавление такого слагаемого будет равносильно умножению генерационного члена на коэффициент f_{r1} .

Для добавления нового слагаемого $S_{\tilde{\nu}}$ в уравнение переноса, существует стандартное средство, макрос DEFINE_SOURCE. Этот макрос позволяет создать функцию, вычисляющую значение дополнительного источника для каждой ячейки жидкого объёма. После загрузки скомпилированной библиотеки udf, необходимо определить в свойствах жидких объёмов дополнительный источник $\tilde{\nu}$ через созданную функцию.

Для вычисления дополнительного источников члена необходимы значения производных от компонент тензора деформации S_{ij} . В механизме udf предусмотрена возможность решать дополнительные уравнения переноса пользовательских

пассивных скаляров (uds, user-defined scalar), в которых источники, диссипативные, диффузионные и конвективные члены свободно задаются пользователем. При этом вычисляются и хранятся как сами пользовательские скаляры, так и их градиенты. Определив в качестве таких скаляров уникальные компоненты тензора деформаций S_{ij} и, отключив как таковое решение уравнений переноса для этих величин, получаем возможность использовать их градиенты.

Для того, чтобы обеспечить актуальность этих производных, на каждой итерации необходимо помещать в uds изменившиеся значения компонент тензора деформации. В стандартном цикле пакет будет производить расчёт градиентов пользовательских скаляров, делая возможным вычисление дополнительного источникового члена на каждой итерации.

Используя стандартный макрос `DEFINE_EXECUTE_AT_END` можно создать функцию, которая в конце каждой итерации будет помещать значения компонент тензора деформации S_{ij} текущего поля скорости в используемые пользовательские скаляры, uds. Эту функцию необходимо установить в user-defined function hooks в пункте “execute at end”.

3 Тестирование поправки

Для проверки правильности реализации поправки были повторены две из рассмотренных в [11] задач:

- 1) течение в плоском вращающемся канале;
- 2) течение в плоском канале с разворотом на 180^0 .

При решении задач использовались схемы второго порядка аппроксимации скоростей и турбулентной вязкости, схема «Standart» аппроксимации давления. Использовался метод SIMPLE, расчёты, проведённые методом Coupled [4], показывали точно такие же результаты.

3.1 Плоский вращающийся канал

Постановка задачи:

Плоский канал высотой H вращается против часовой стрелки с угловой скоростью ω (рис. 1). Через канал протекает несжимаемая жидкость с развитым турбулентным профилем скорости; при нулевой скорости вращения канала среднерасходная скорость равна V_{m0} .

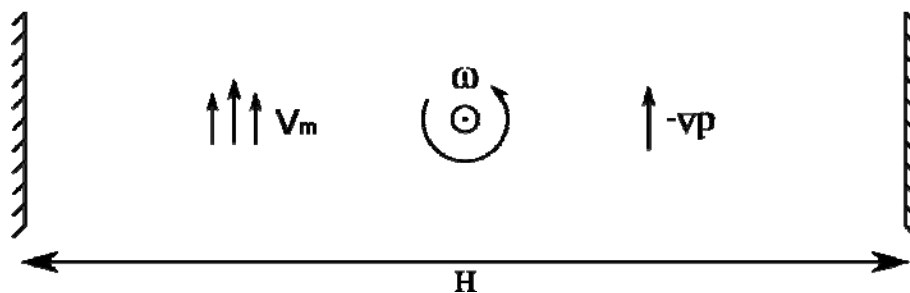


Рисунок 1 – Течение под действием градиента давления в плоском вращающемся канале

Течение в таком канале можно охарактеризовать двумя безразмерными величинами, числами Рейнольдса и Россби:

$$Re = \frac{\rho H V_{m0}}{\mu}, \quad Ro = \frac{|\omega| H}{V_{m0}}.$$

В статье [11] проведены данные серии расчётов при числе Рейнольдса $Re = 5800$ и числах Россби, принимающих значения 0; 0.01; 0.05; 0.1; 0.2; 0.5.

Для моделирования течения с соответствующими числами Рейнольдса и Россби были приняты размерные значения величин: $\rho = 1 \text{ [кг/м}^3\text{]}$, $\mu = \frac{1}{5800} \text{ [кг/м-с]}$, $H = 1 \text{ [м]}$, $V_{m0} = 1 \text{ [м/с]}$, $\omega \in [0; 0.01; 0.05; 0.1; 0.2; 0.5] \text{ [рад/с]}$.

Задача решалась в системе координат, связанной с каналом. При постановке задачи на две противоположные границы расчётной области ставилось условие периодичности, на остальных – условие прилипания.

В оригинальной работе [12] для расчётов при всех числах Россби использовался одинаковый градиент давления, который обеспечивал среднерасходную скорость V_{m0} в покоем канале.

Поэтому, первым проводился расчёт течения в неподвижном канале. Источниковым членом в уравнении движения при этом был только градиент давления; для требуемой среднерасходной скорости V_{m0} градиент давления подбирался итерационно. Для получения значения V_{m0} с точностью до 1% требовалось 2-3 итерации.

В дальнейших расчётах увеличивалась скорость вращения канала. С увеличением скорости вращения при неизменном градиенте давления среднерасходная скорость увеличивалась (таблица 3).

В оригинальной работе [12] использовалась сетка со 128 узлами в поперечном направлении, поэтому такое разрешение расчётной сетки было выбрано в качестве первого приближения. Для проверки, является ли такая сетка достаточной был произведён расчёт на измельчённой расчётной сетке; характеристики обеих сеток приведены в таблице 2.

Различия профилей турбулентной вязкости $\frac{V_T}{V_{T \max}}$ при этом составляют менее 1%; в более подробной сетке нет необходимости.

Таблица 2 – Характеристики расчётных сеток, использовавшихся при проверке на сеточную независимость решения

сетка	узлов в направлении		сгущение к стенкам	y^+ первой пристенной ячейки
	поперечном	продольном		
основная	128	5	симметричное, 1.03	0.8
измельчённая	384	9	симметричное, 1.02	0.5

Перейдём к сравнению результатов проведённых расчётов с результатами статьи [11].

Сравнение профилей расходной скорости относительно стенок канала приведены на рис. 2. Величина скорости отнесёна к соответствующей среднерасходной скорости из таблицы 3.

Таблица 3 – Среднерасходные скорости течения во вращающемся плоском канале при одинаковом перепаде давления и различных числах Россби

Ro	0	0.01	0.05	0.1	0.2	0.5
$V_m _{Ro}, \text{ м/с}$	1.000	1.000	1.020	1.067	1.167	1.385

Наблюдается хорошее совпадение профилей скорости для всех значений числа Россби, участок линейного роста скорости, появляющийся с увеличением скорости вращения, повторён (рис. 2).

На рис. 3 приведено сравнение распределений поперёк канала относительной турбулентной вязкости (отнесённой к молекулярной вязкости) с данными статьи.

В первую очередь, стоит обратить внимание на различие при $Ro = 0$, т.е. в отсутствие вращения. Возможной причиной таких различий можно назвать недокументированные различия в реализациях используемой модели Спаларта-Аллмараса пакетом Ansys FLUENT и источником [11]. По всей видимости, различия в профилях турбулентной вязкости при всех остальных числах Россби обусловлены теми же причинами.

На рис. 4 приведены сравнения профилей поправочного коэффициента f_{r1} с данными [11].

Эта величина очень чувствительна к профилям скорости и турбулентной вязкости, но форма у полученных профилей f_{r1} близка к форме приведённых в статье.

Дальнейший анализ причины отличий затруднён в силу сильного взаимного влияния величин.

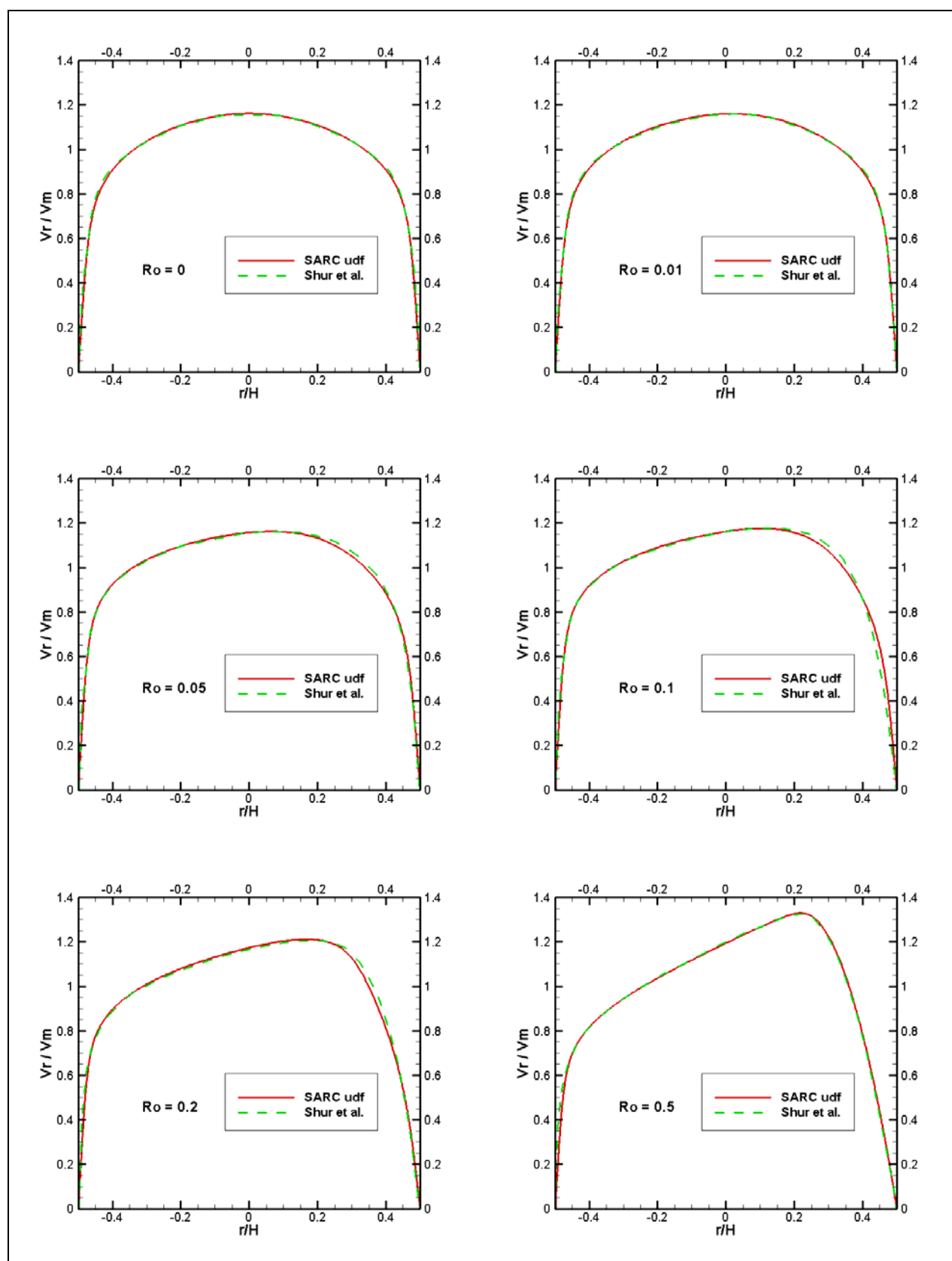


Рисунок 2 – Сравнение профилей безразмерной расходной скорости в канале при разных числах Россби с результатами [11]

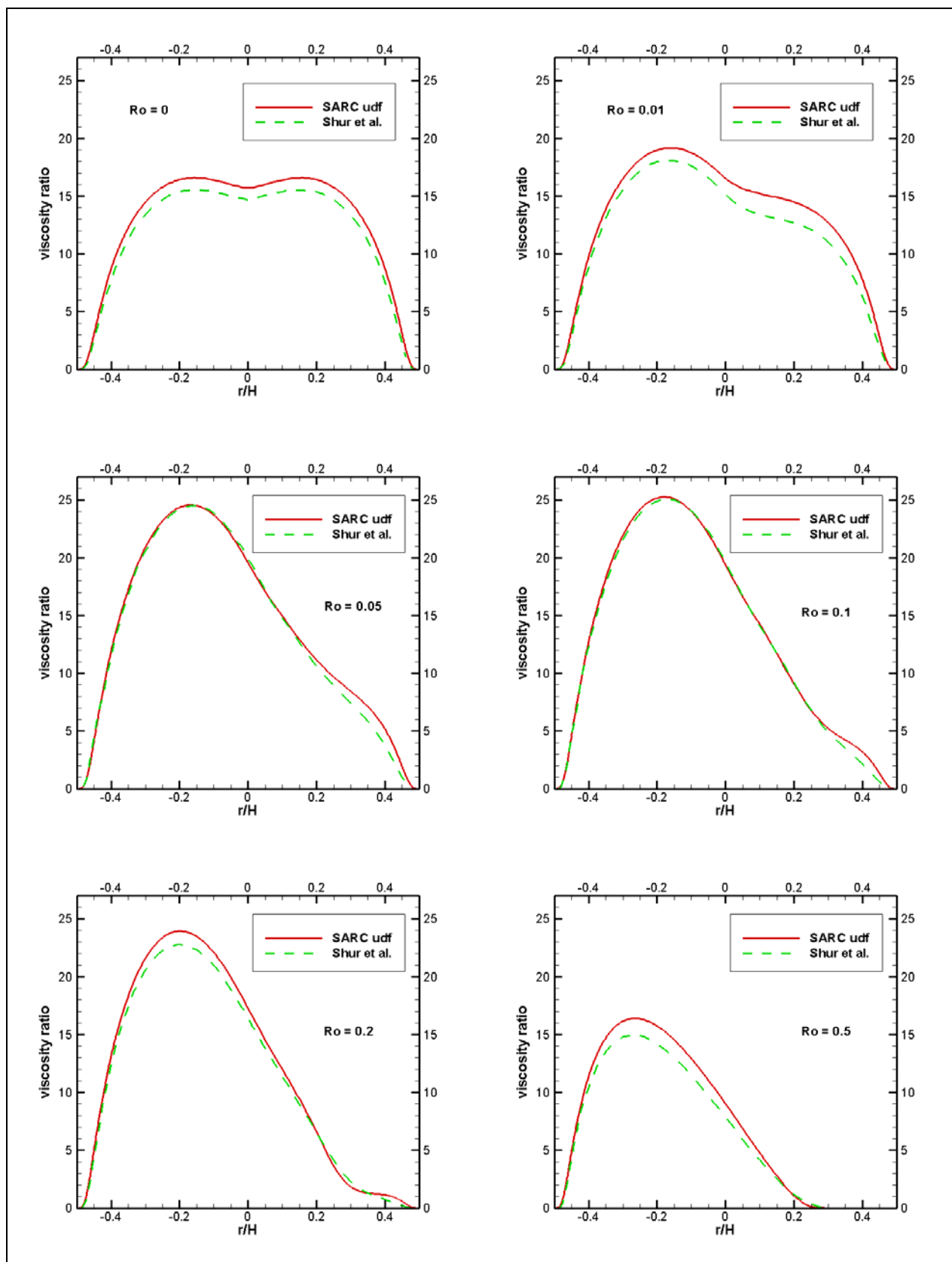


Рисунок 3 – Сравнение профилей безразмерной турбулентной вязкости в канале при разных числах Россби с результатами [11]

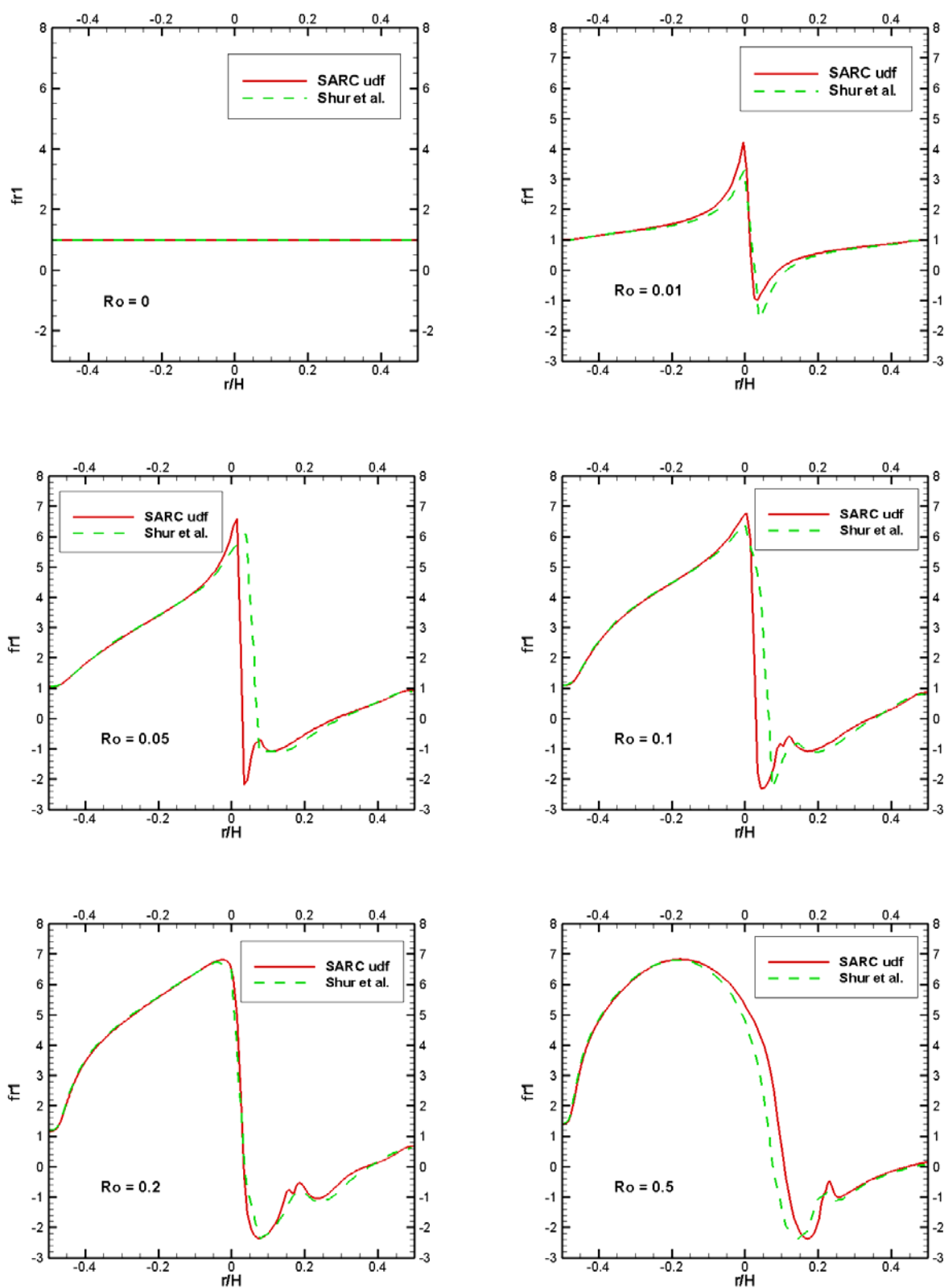


Рисунок 4 – Сравнение профилей поправочного коэффициента модели SARC в канале при разных числах Россби с результатами [11]

3.2 Плоский канал с поворотом на 180 градусов

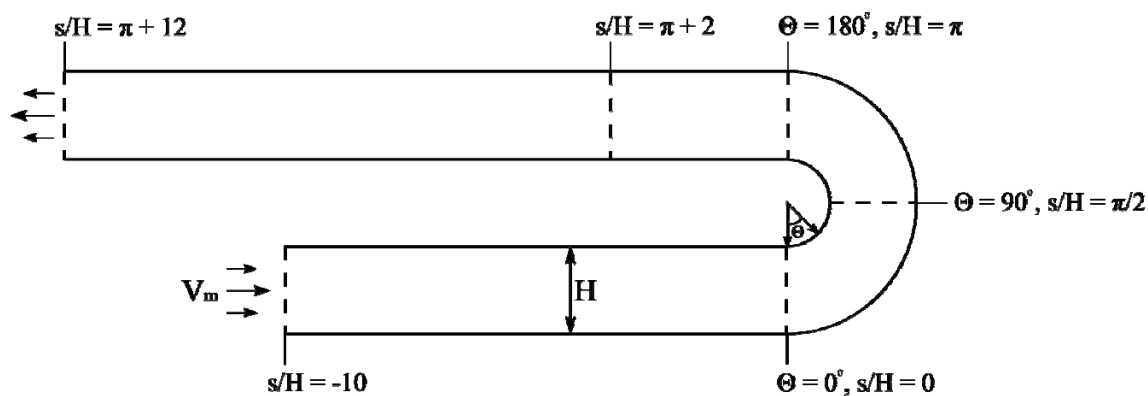


Рисунок 5 – Плоский канал с поворотом на 180 градусов

Постановка задачи:

Несжимаемая жидкость течёт по каналу с разворотом (рис. 5). На входе в канал течение развитое турбулентное, среднерасходная скорость равна V_m .

Расчётная область состоит из двух прямых участков и закругления. Высота канала равна H , внутренний радиус закругления равен $H/2$, внешний – $3H/2$.

Критерий подобия в задаче один – число Рейнольдса: $Re = \frac{\rho H V_m}{\mu} = 10^6$.

Чтобы обеспечить требуемое число Рейнольдса, были приняты размерные значения величин: $\rho = 1 \text{ [кг/м}^3\text{]}$, $\mu = 10^{-6} \text{ [кг/м-с]}$, $H = 1 \text{ [м]}$, $V_m = 1 \text{ [м/с]}$.

На входную границу расчётной области ставился развитый турбулентный профиль, соответствующий выбранной среднерасходной скорости V_m и числу Рейнольдса задачи. Профиль был получен в результате вспомогательного расчёта. На выходной границе ставилось условие нулевого избыточного давления, на остальные границы – условие прилипания.

Расчёт проводился на сетке, близкой к используемой в [11] и на измельчённой – для проверки, достаточным ли образом исходная сетка разрешает расчётную область. При этом сравнивались коэффициенты трения и давления на стенках канала, полученные с использованием основной и измельчённой сеток. Характеристики обеих сеток представлены в таблице 4. Различия оказались незначительны, менее 1%. Использование основной сетки является достаточным.

Таблица 4 – Характеристики расчётных сеток, использовавшихся при проверке на сеточную независимость решения

сетка	на участке								y ⁺
	до поворота		поворот		после поворота		поперек канала		
	узлов	сгущение	узлов	сгущение	узлов	сгущение	узлов	сгущение	
основная	60	к повороту, 1.2	60	равн., 1.0	150	к повороту, 1.05,	111	симм., 1.10	≤ 0.8
измельчённая	120	к повороту, 1.2	120	равн., 1.0	260	к повороту, 1.05	222	симм., 1.05	≤ 0.8

Сравнение полученных в результате расчётов коэффициента трения и коэффициента давления с результатами [11] приведены на рис. 6. Коэффициенты трения и давления представлены в зависимости от криволинейной координаты s , определённой вдоль середины канала. Она равна 0 ($s = 0$) в начале поворота канала; прямой участок до поворота – область отрицательных значений; на прямом участке после поворота $s \geq \pi H$. Коэффициент давления определён относительно среднего давления в сечении канала $s/H = -5$:

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2} \rho V_m^2}, \quad p_0 = p(s/H = -5).$$

Из рис. 6 видно, что коэффициенты трения и давления на внешней и внутренней стенках имеют незначительные отличия.

Сравнение профилей расходной компоненты скорости V в 4 сечениях канала приведено на рис. 7. Значение $y/H=0$ соответствует внутренней стенке канала, $y/H=1$ – внешней.

С профилями расходной скорости из статьи [11] имеются лишь незначительные расхождения, адекватные имеющимся различиям коэффициентов трения и давления.

Таким образом, на двух тестовых задачах, характеризующихся соответственно, первая – вращением и вторая – сильной кривизной линий тока, текущая реализация поправки Спаларта-Шура дала достаточно близкие к эталонным результаты. Имеющиеся отличия результатов можно объяснить недокументированными

различиями в реализациях используемой модели Спаларта-Аллмараса в пакете Ansys FLUENT и в источнике [11].

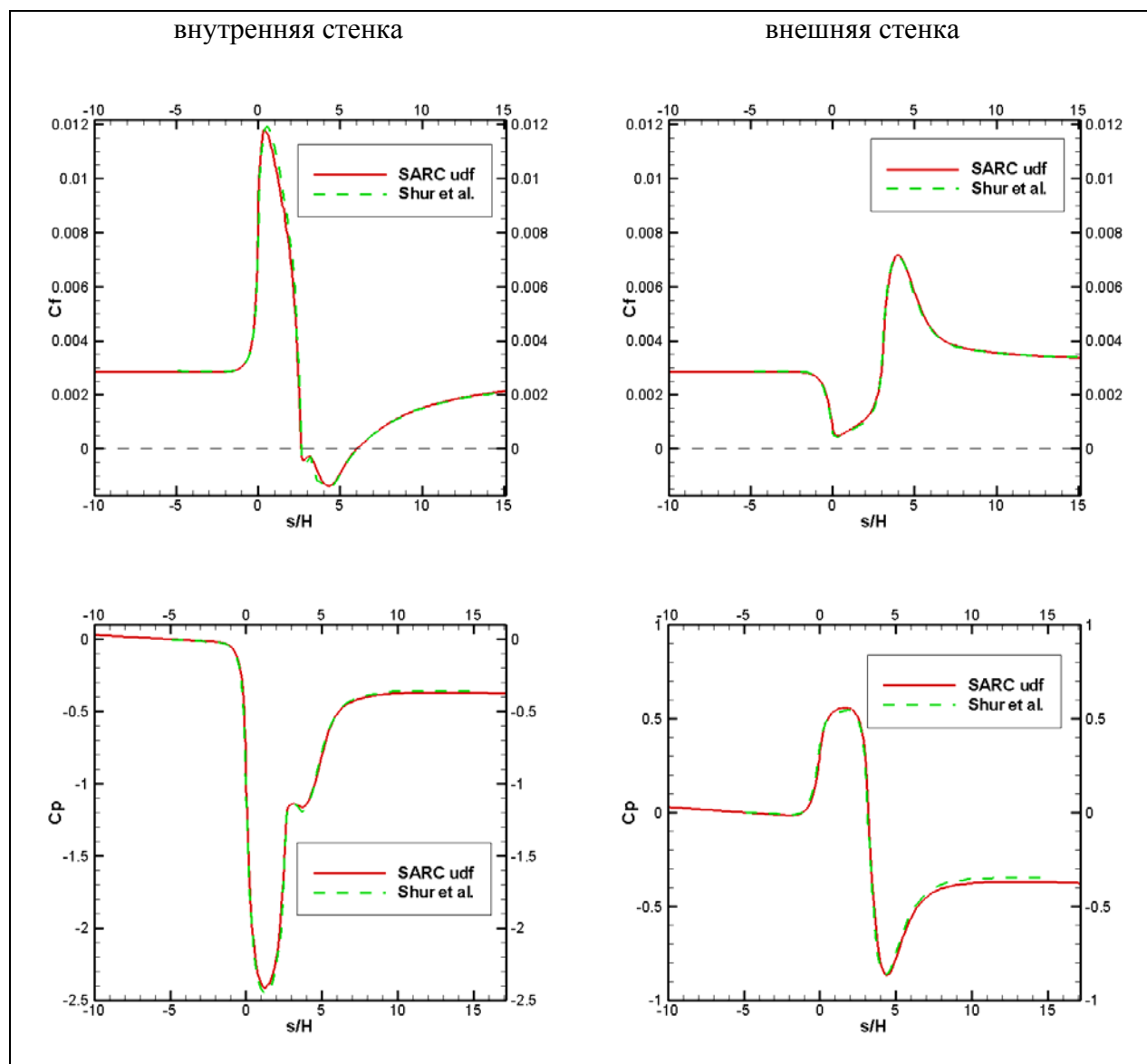


Рисунок 6 – Сравнение коэффициентов трения и давления на стенках канала с результатами [11]

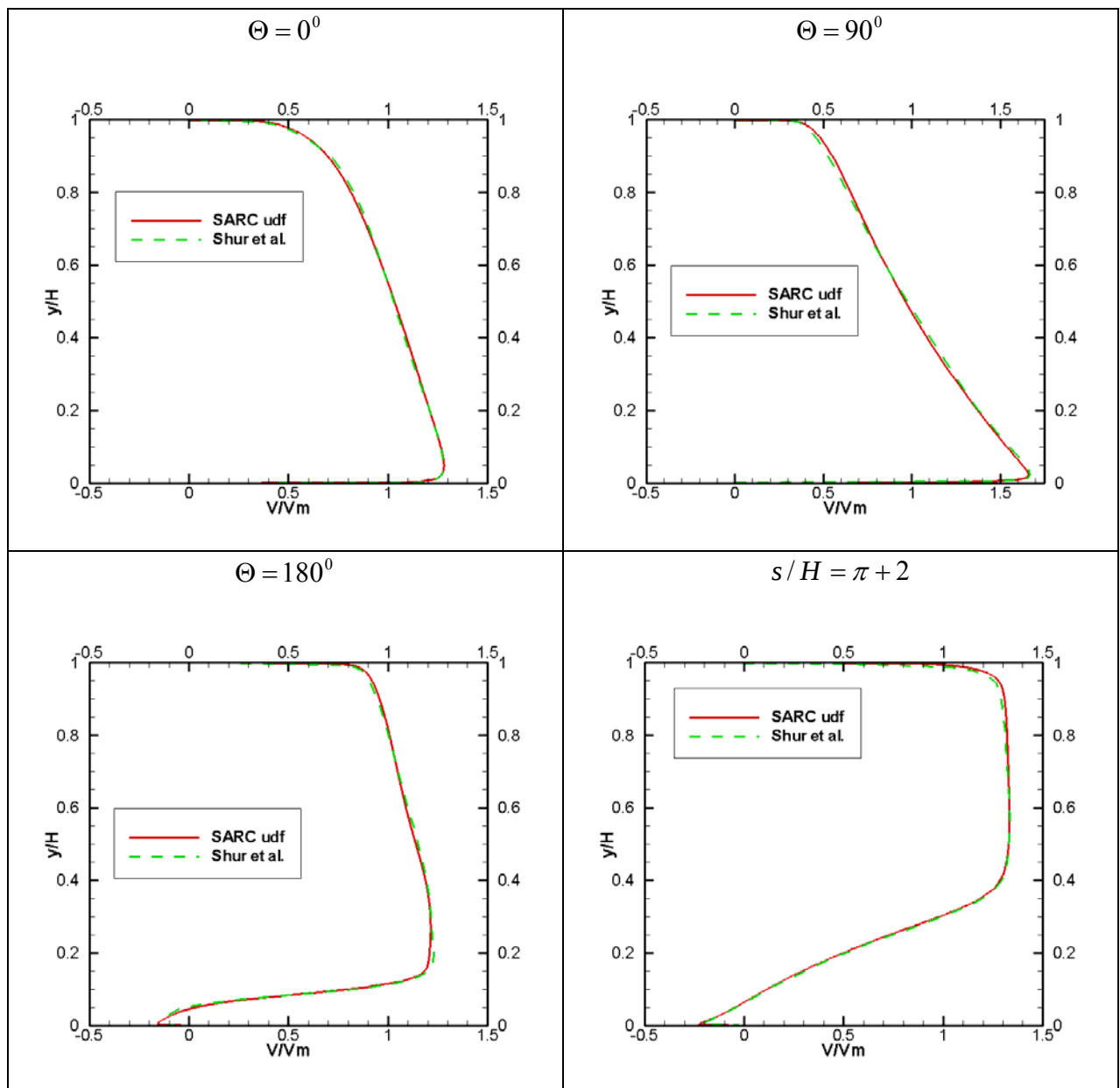


Рисунок 7 – Сравнение профилей расходной скорости в различных сечениях канала с результатами [11]

4 Результаты расчётов течений в каналах с поворотом

Для проверки степени влияния поправки на кривизну линий тока при расчёте течения в трёхмерном канале с поворотом были выбраны два канала с полным разворотом. Каналы различаются как формой поперечного сечения – квадратное и круглое – так и относительными радиусами закругления – $3.357D$ и $6.5D$ (распространённый порядок величины). Течения в таких каналах исследовались экспериментально [13, 14].

При проведении расчётов использовались схемы второго порядка аппроксимации скорости и турбулентной вязкости совместно со схемой «Standart» аппроксимации давления. Метод решения – SIMPLE [4].

Несмотря на симметрию расчётной области относительно центрального сечения канала, решалась полная постановка задачи.

Поскольку течения в рассматриваемых задачах сходны, для их моделирования использовались идентичные постановки задач. На входную границу расчётной области задавался развитый турбулентный профиль (согласно эксперименту), соответствующий выбранной среднерасходной скорости V_m и числу Рейнольдса задачи. Профиль был получен в результате вспомогательного расчёта. На выходной границе ставилось условие нулевого избыточного давления, на остальные границы – условие прилипания.

Модельной средой была выбрана несжимаемая жидкость, несмотря на то, что экспериментально измерялись скоростные характеристики потока воздуха. Это оправданно, так как теплообмен и в экспериментах считается отсутствующим, а характерные скорости течений существенно меньше местной скорости звука при тех же условиях (число Маха $M \sim 0.03$).

Для определения расчётной области и сетки, достаточных для получения независимого решения в области поворота, проводились серии вспомогательных расчётов.

4.1 Течение в канале квадратного сечения с поворотом на 180 градусов

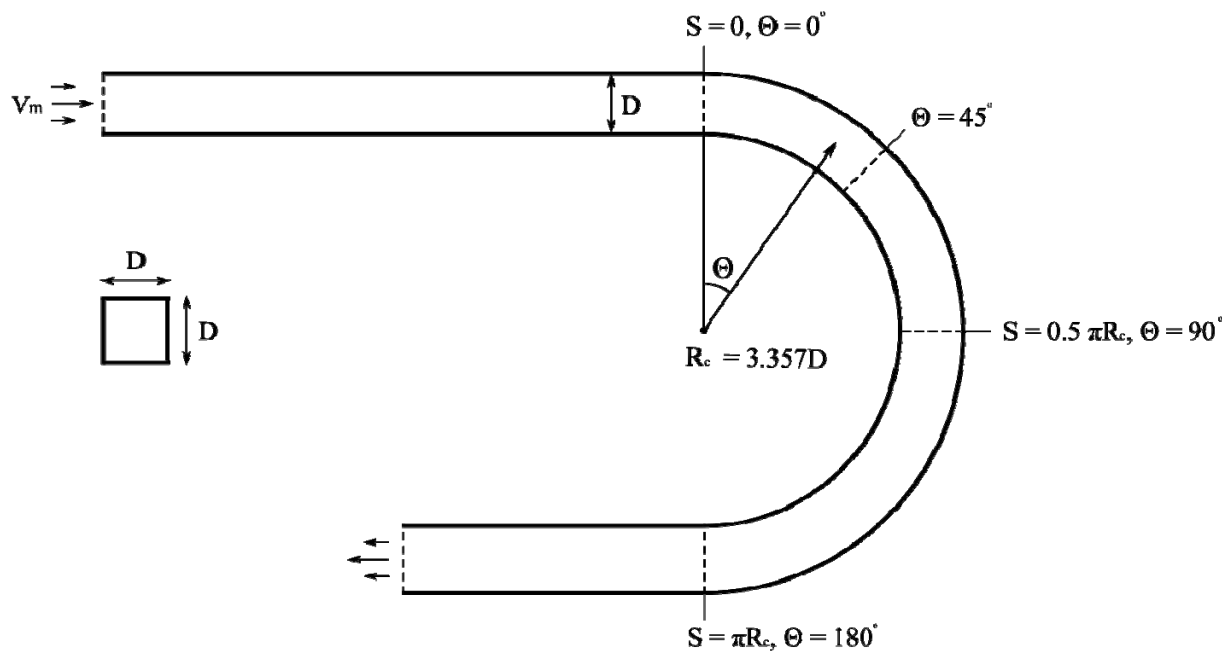


Рисунок 8 – Расчётная область течения в канале квадратного сечения с поворотом на 180 градусов

Формулировка задачи:

Несжимаемая жидкость течёт со среднерасходной скоростью V_m в канале с полным разворотом (рис. 8). Сечение канала представляет собой квадрат со стороной D . Радиус закругления по центру канала $R_c = 3.357D$. На входной границе течение развитое турбулентное.

В задаче единственный критерий подобия – число Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho V_m D}{\mu} \approx 57000.$$

Для моделирования течения с требуемым числом Рейнольдса были приняты значения размерных величин:

$$V_m = 11 \text{ [м/с]}, \quad \rho = 1 \text{ [кг/м}^3\text{]}, \quad \mu = 1.72 \times 10^{-5} \text{ [кг/м-с]}, \quad D = 88.9 \text{ [мм]} = 0.0889 \text{ [м]}.$$

Характеристики расчётных сеток, использовавшихся при определении достаточных для сеточной независимости решения в окрестности поворота расчётных области и сетки, приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Характеристики расчётных сеток, использовавшихся при проверке на сеточную независимость решения

сетка, №	ячеек в направлении						сечение				y ⁺
	до поворота		на повороте		после поворота		⊥ оси поворота		оси поворота		
	узлов	сгущ., к пов.	узлов	сгущ.	узлов	сгущ., к пов.	узлов	сгущ., симм.	узлов	сгущ., симм.	
	10D				5D						
1	26	1.05	46	1	16	1.05	101	1.11	101	1.11	0.6
2	26	1.05	46	1	16	1.05	51	1.26	51	1.26	0.8
3	51	1.02	91	1	31	1.04	51	1.26	51	1.26	0.8
4	26	1.05	46	1	16	1.05	101	1.11	51	1.26	0.8
5	26	1.05	46	1	16	1.05	51	1.26	101	1.11	0.8
6	26	1.05	46	1	16	1.05	51	1.26	201	1.05	0.5
	5D				10D						
7	16	1.05	46	1	26	1.05	51	1.26	101	1.11	0.8

Сеточная сходимость исследовалась по данным из сечений, показанных на рис. 9. Для удобства была определена локальная система координат, связанная с сечением канала (рис. 10). На внутренней стенке канала $y/D = 0$, на внешней – $y/D = 1$.

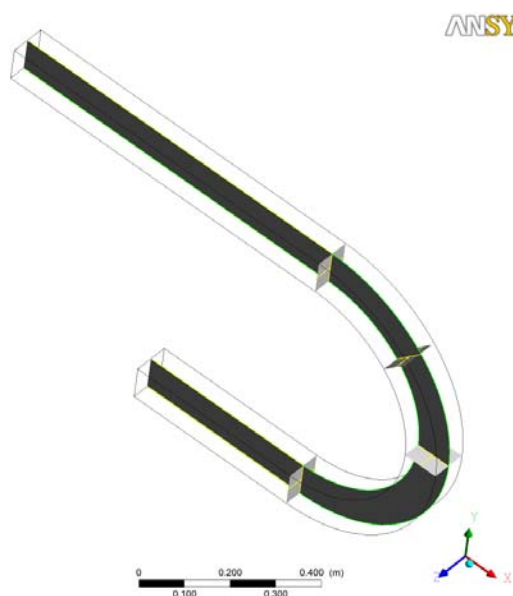


Рисунок 9 – Характерные сечения канала с поворотом

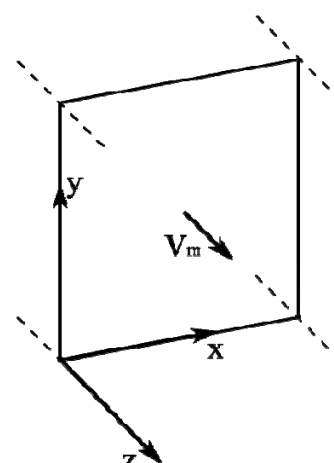


Рисунок 10 – Локальная система координат, связанная с сечением

Вдоль центра канала была введена криволинейная координата S : $S < 0$ до поворота, $S = 0$ в начале поворота и принимает значения $S > \pi R_c$ после поворота.

Коэффициент давления C_p определялся относительно среднего давления в сечении $S/D = -10$:

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2} \rho V_m^2}, \quad p_0 = p(S/D = -10).$$

Сравнивались профили расходной скорости в сечениях, показанных на рис. 9, коэффициенты трения и давления вдоль центров внешней и внутренней сторон. Отличие менее чем на 1% величины, отнесённой к максимальному значению на профиле считалось достаточным условием.

Сравнение результатов, полученных при расчётах на сетках № 2, 3 показало, что количество узлов сетки в направлении «вдоль» канала большее чем во 2 сетке не требуется.

Сравнение результатов, полученных при расчётах на сетках № 5, 7 показало, что $5D$ – участок достаточной длины как до, так и после поворота, для того чтобы не вносить возмущений в течение на повороте.

Сравнение результатов, полученных при расчётах на сетках № 1, 2, 4, 5 и 6 показало, что приемлимой сеткой будет сетка № 5.

При проведении сравнений на длины канала до и после поворота, критерию удовлетворяли профили скорости; как видно из рис. 11, влияние на коэффициент трения входная граница оказывает на расстоянии $1-2D$.

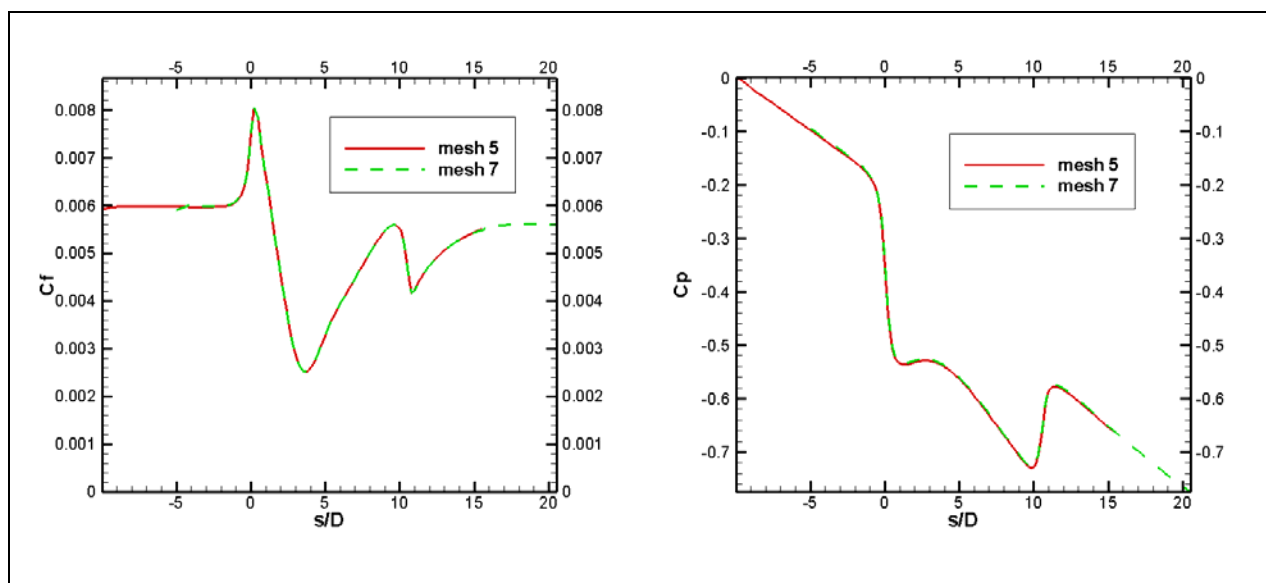


Рисунок 11 – Влияние входной и выходной границ на коэффициенты трения и давления по центру внутренней стенки

Сравнение профилей скорости по центру сечений с имеющимися экспериментальными данными [13] приведено на рис. 12.

В начале ($\Theta = 0^\circ$) и в конце ($\Theta = 180^\circ$) поворота, результаты проведённых расчётов хорошо согласуются с экспериментальными данными. Однако в середине искривлённого участка ($\Theta = 45^\circ$, $\Theta = 90^\circ$) наблюдается существенное различие между расчётными и экспериментальными данными.

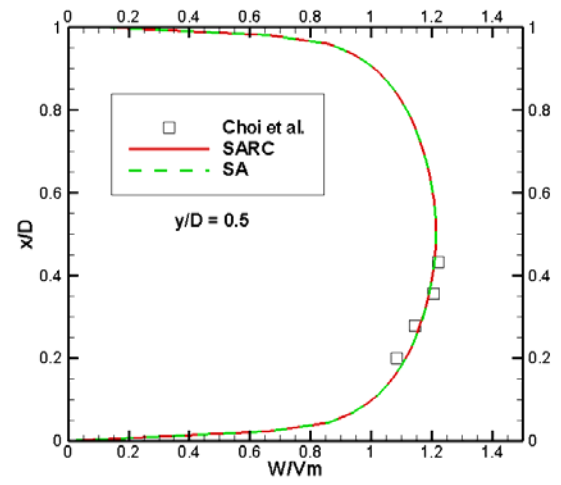
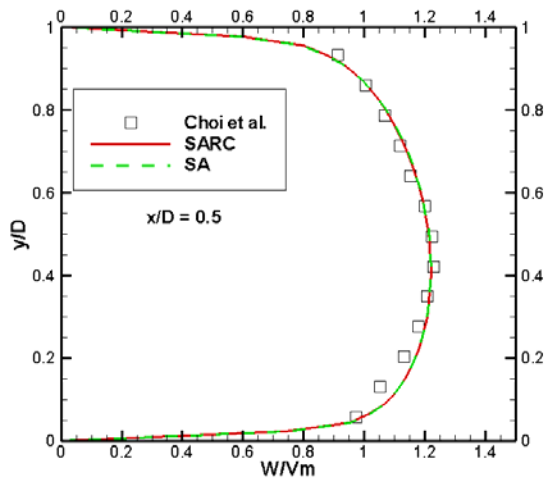
Из особенностей течения можно отметить следующие: течение происходит преимущественно вдоль внешней стенки, в сечении $y/D = 0.5$ профиль расходной скорости симметричен, к концу поворота приближается к равномерному, причём этот профиль хорошо предсказывается расчётами.

Значительных изменений в профилях скорости из-за использования поправки на кривизну линий тока не появилось. Использование поправки не смогло уменьшить расхождение с экспериментальными данными [13]. Видимо, на профиль расходной скорости оказывают сильное влияние отличные от кривизны линий тока явления.

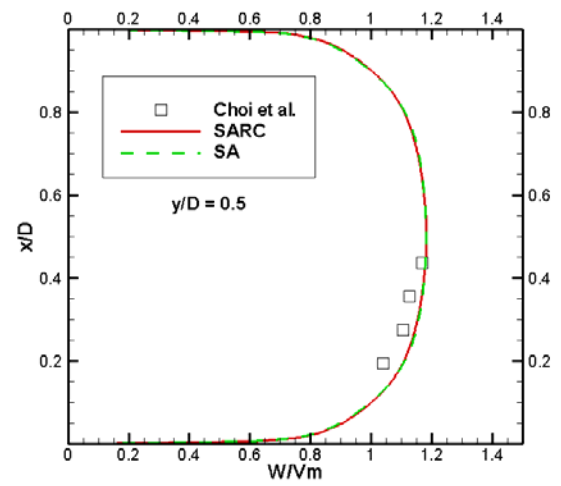
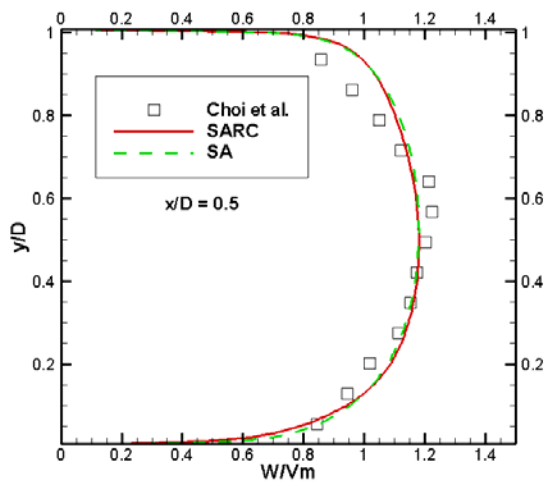
Сравнение коэффициентов трения и давления приведены на рис. 13. Отличия в получаемых коэффициентах трения с использованием поправки и без могут достигать 15% от значения в прямом канале (рис. 13), но, в связи с отсутствием экспериментальных данных, нельзя что-либо сказать про значимость влияния поправки.

Заметных отличий в коэффициенте давления использование поправки не даёт. Падение давления на повороте, изолированном от влияния участков «до» и «после», от эффектов кривизны не зависит.

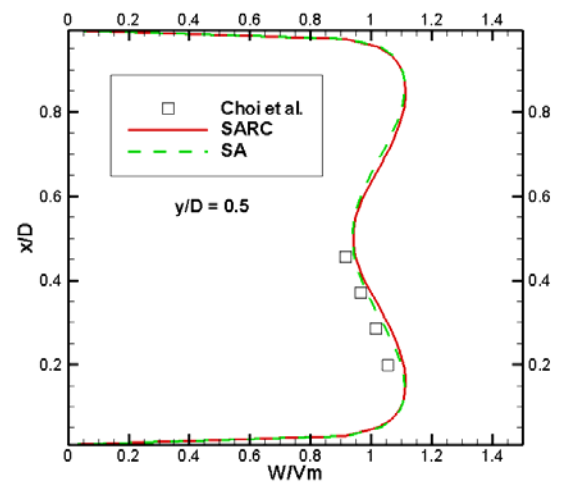
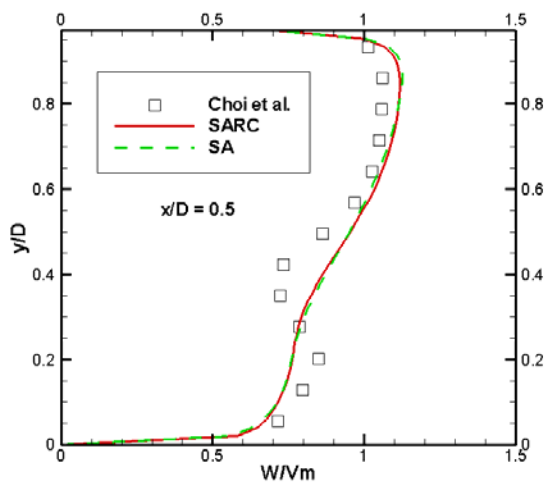
сечение $\Theta = 0^0$



сечение $\Theta = 45^0$



сечение $\Theta = 90^0$



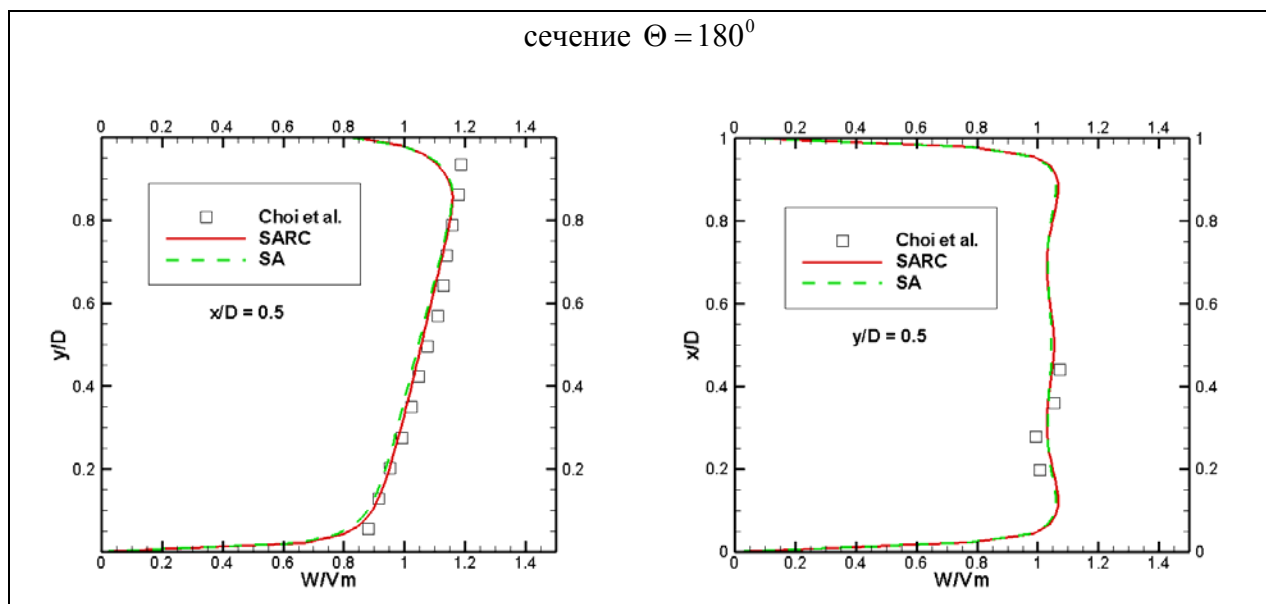


Рисунок 12 – Сравнение профилей расходной скорости в различных сечениях канала с результатами [13]

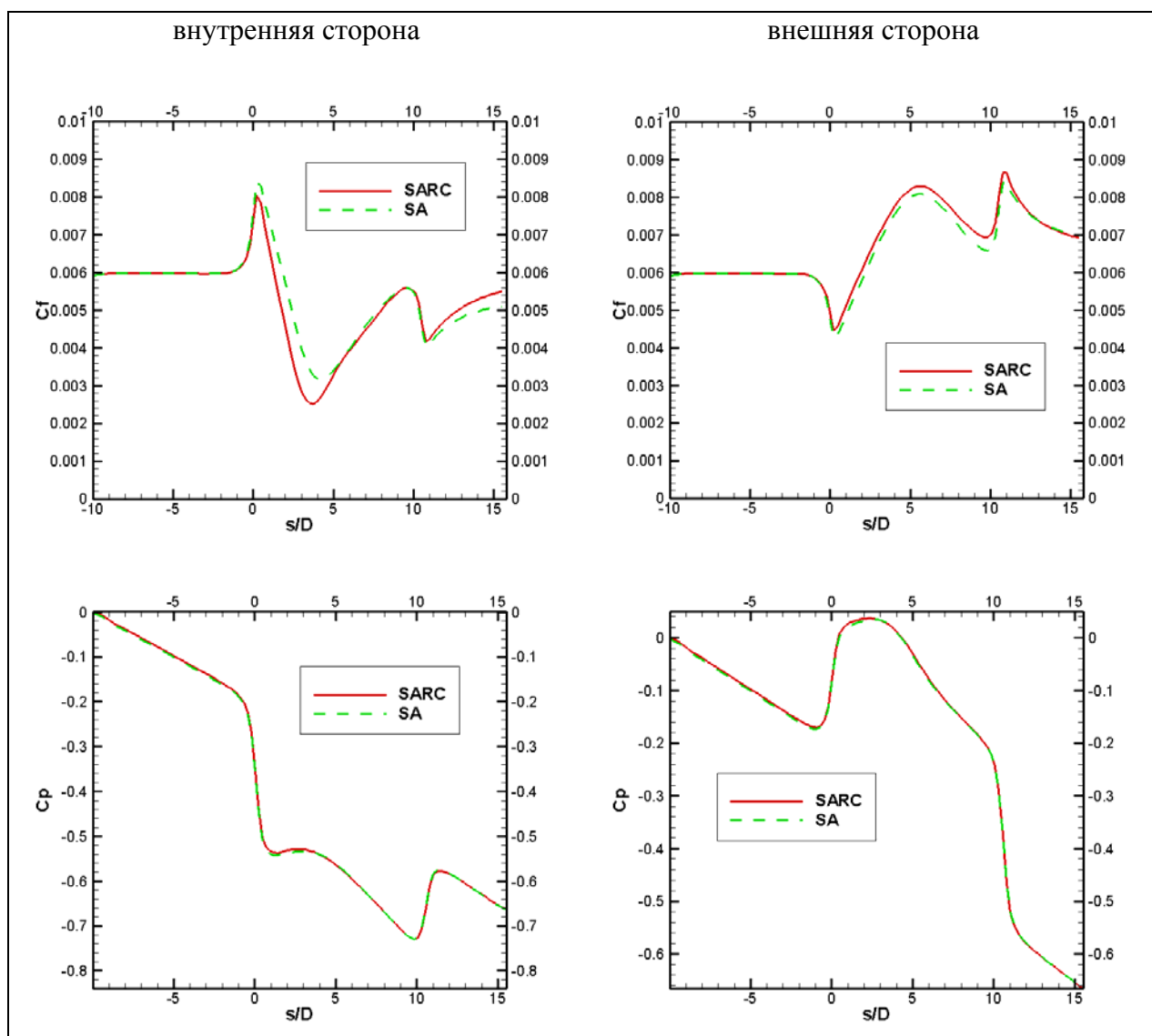


Рисунок 13 – Сравнение коэффициентов трения и давления по центрам внешней и внутренней сторон

4.2 Течение в канале круглого сечения с поворотом на 180 градусов

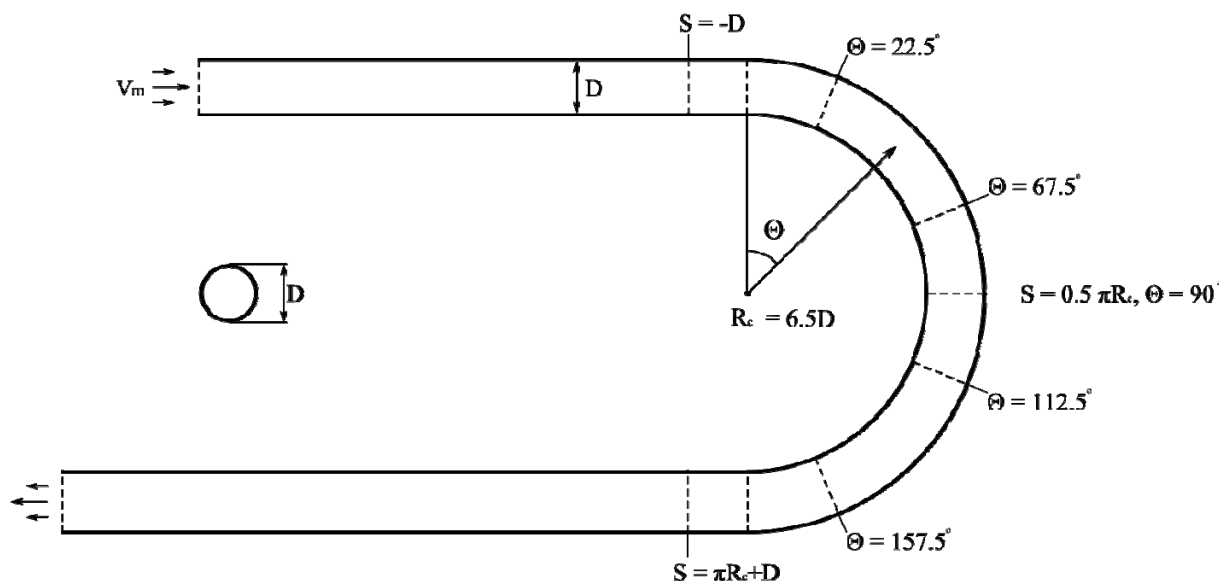


Рисунок 14 – Расчётная область течения в канале круглого сечения с поворотом на 180 градусов

Формулировка задачи:

Несжимаемая жидкость течёт со среднерасходной скоростью V_m в канале с полным разворотом (рис. 14). Сечение канала представляет собой круг диаметром D . Радиус закругления центра канала на повороте $R_c = 6.5D$. На входной границе течение развитое турбулентное.

В задаче единственный критерий подобия – число Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho V_m D}{\mu} \approx 50000.$$

При постановке задачи были приняты размерные значения величин, обеспечивающие требуемое число Рейнольдса:

$$V_m = 10.4 \text{ [м/с]}, \quad \rho = 1 \text{ [кг/м}^3\text{]}, \quad \mu = 1.58 \times 10^{-5} \text{ [кг/м-с]}, \quad D = 76.2 \text{ [мм]} = 0.0762 \text{ [м]}.$$

Пример поперечного сечения расчётной сетки в канале круглого сечения приведён на рис. 15.

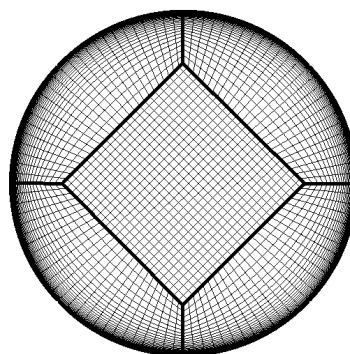


Рисунок 15 – Поперечное сечение расчётной сетки

Характеристики расчётных сеток, использовавшихся для определения расчётных области и сетки, обеспечивающих независимость решения в окрестности поворота, приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Характеристики расчётных сеток, использовавшихся при проверке на сеточную независимость решения

сетка, №	ячеек в направлении						сечение				y ⁺
	до поворота		на повороте		после поворота		сторона квадрата		радиально		
	узлов	сгущ., к пов.	узлов	сгущ.	узлов	сгущ., к пов.	узлов	сгущ.	узлов	сгущ., к стенке	
	18D				18D						
1	21	1.05	36	1	21	1.05	26	1	36	1.15	0.5
2	41	1.03	71	1	41	1.03	26	1	36	1.15	0.5
3	21	1.05	36	1	21	1.05	51	1	61	1.07	0.4
4	21	1.05	19	1	21	1.05	13	1	36	1.15	0.5
	18D				25D						
5	21	1.05	36	1	26	1.05	26	1	36	1.15	0.5

Сеточная сходимость исследовалась по данным из набора сечений (рис. 16).

Для удобства была определена локальная система координат, связанная с сечением канала (рис. 17). На касательной к каналу со стороны поворота $y/D = 0$, на касательной снаружи – $y/D = 1$.

По центру канала была введена криволинейная координата S : $S < 0$ до поворота, $S = 0$ в начале поворота и принимает значения $S > \pi R_c$ после поворота.



Рисунок 16 – Характерные сечения канала с поворотом

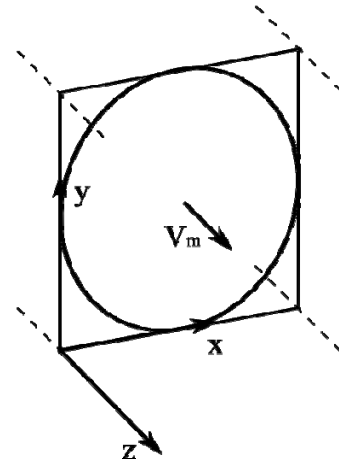


Рисунок 17 – Локальная система координат, связанная с сечением

Коэффициент давления C_p определялся относительно среднего давления в сечении $S/D = -18$:

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2} \rho V_m^2}, \quad p_0 = p(s/D = -18).$$

Сравнивались профили расходной скорости в сечениях, показанных на рис. 16, коэффициенты трения и давления на касательных к каналу. Отличие менее чем на 1% величины, отнесённой к максимальному значению на профиле считалось достаточным условием.

Сравнение результатов, полученных при расчётах на сетках № 1, 2 показало, что количество узлов сетки в направлении «вдоль» канала больше чем в 1 сетке не требуется.

Сравнение результатов, полученных при расчётах на сетках № 1, 5 показало, что $18D$ – участок достаточной длины после поворота для того, чтобы не вносить возмущений в течение на повороте.

Сравнение результатов, полученных при расчётах на сетках № 1, 2, 3 и 4 показало, что приемлимой сеткой будет сетка № 1.

Сравнение полученных при расчётах профилей скорости в характерных сечениях с экспериментальными данными [14] приведено на рис. 18.

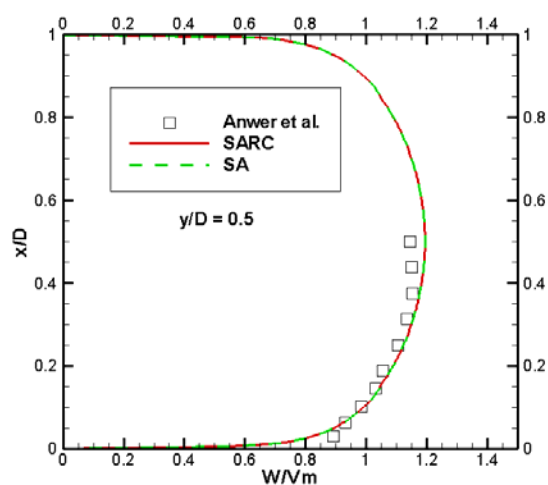
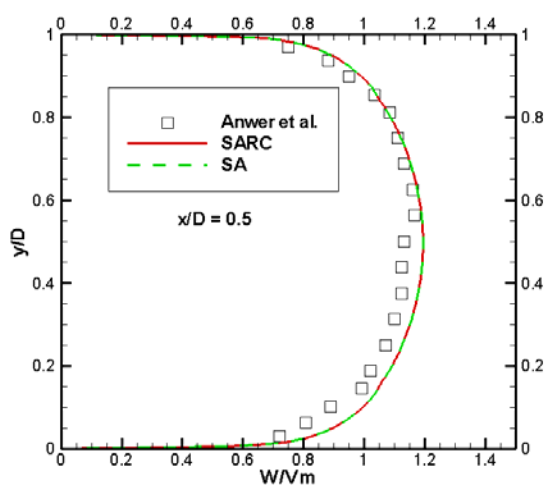
Как и в уже рассмотренном канале квадратного сечения, в начале поворота профили скорости экспериментальный и расчётные имеют соответствие. Но, с увеличением угла поворота, различные части профиля скорости перестают согласовываться с экспериментом. В сечении $\Theta = 67.5^\circ$ расчётные профили имеют хорошее совпадение с экспериментом у наружной части канала, у внутренней части – сильное расхождение. В сечении $\Theta = 112.5^\circ$ профили скорости согласуются с экспериментом только по центру канала, в сечении $\Theta = 157.5^\circ$ соответствие отсутствует полностью. Следует отметить, что на расстоянии D после поворота профиль скорости не совпадает с экспериментом; влияние поворота на течение в канале круглого сечения распространяется далеко за пределы поворота.

Форма профиля скорости в поперечном сечении при $y/D = 0.5$, близкого к равномерному, моделью предсказывается, но сами значения различаются.

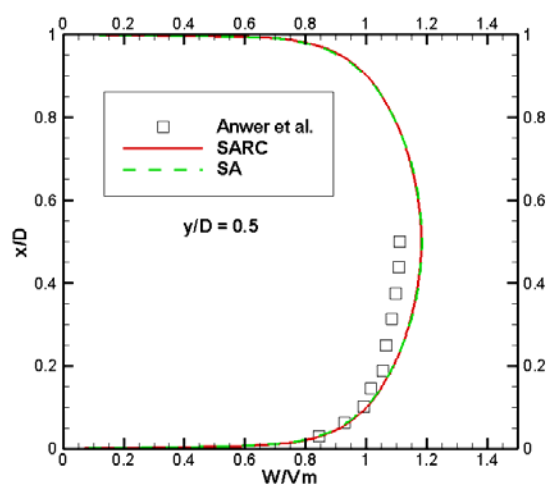
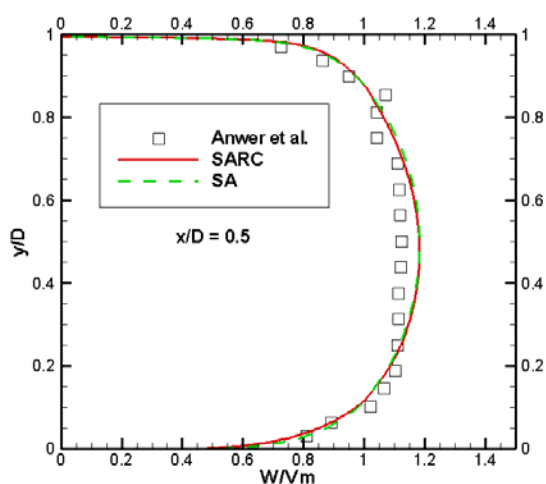
Поправка заметно изменяет профили скорости, но нельзя сказать, что эти результаты лучше сходятся с экспериментом [14]. Опять можно констатировать, что явления, образующие профиль скорости, не описываются должным образом ни с использованием, ни без использования поправки.

Различия в коэффициенте трения между оригинальной моделью и моделью с поправкой (рис. 19) так же достигают до 15% относительно значения в прямом канале, коэффициент давления от использования поправки никак не изменился.

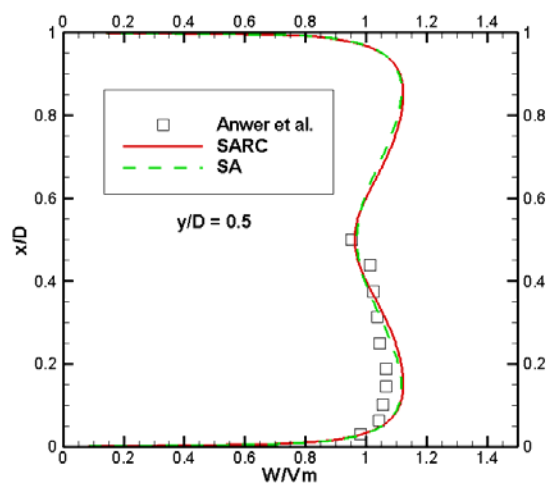
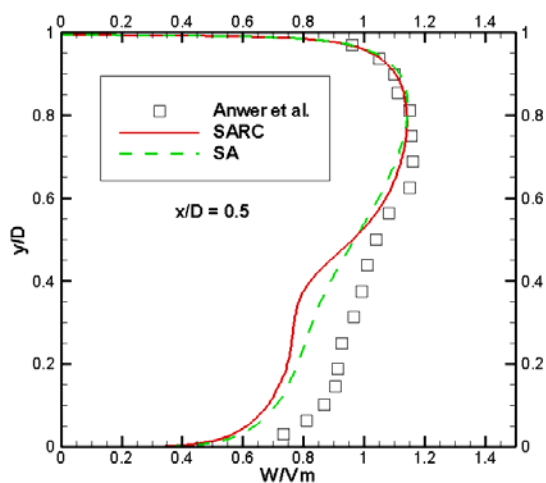
сечение $s/D = -1$



сечение $\Theta = 22.5^\circ$



сечение $\Theta = 67.5^\circ$



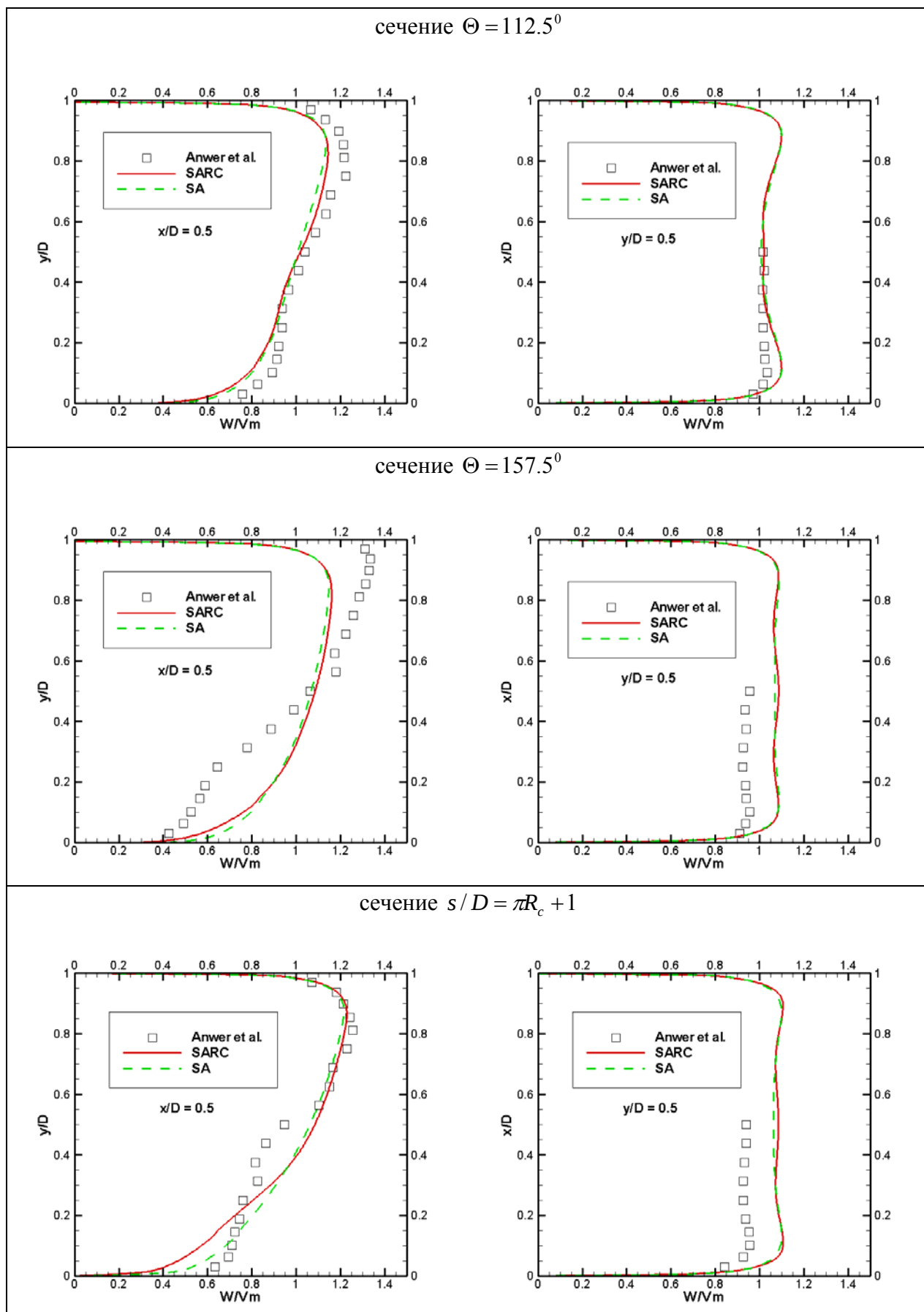


Рисунок 18 – Сравнение профилей расходной скорости в различных сечениях канала с экспериментом

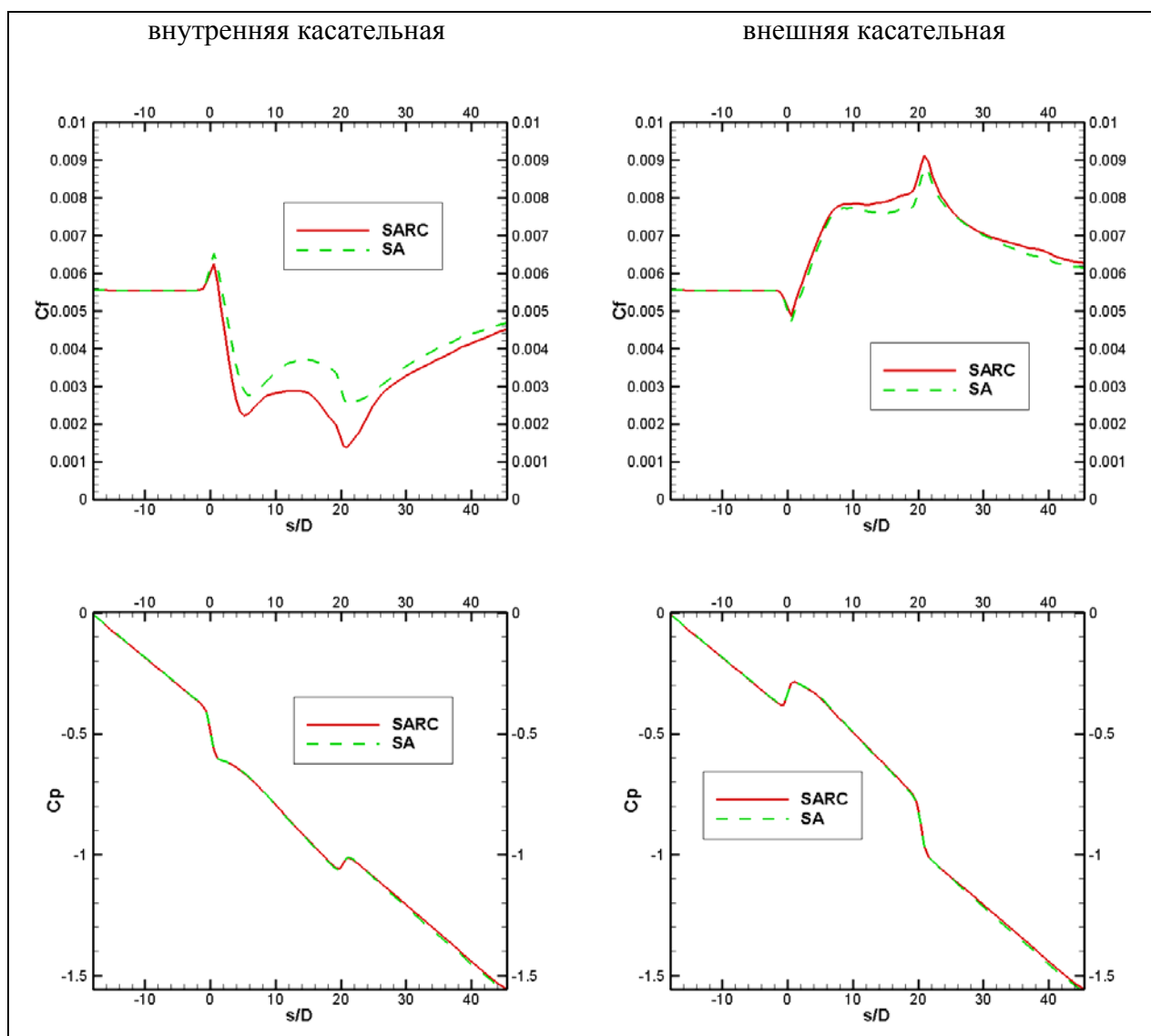


Рисунок 19 – Сравнение коэффициентов трения и давления по внешней и внутренней касательным к каналу

В заключение, можно отметить следующее.

Течения в существенно трёхмерных каналах с поворотом имеют сложную структуру, которая не описывается моделью Спаларта-Аллмараса, в том числе с использованием поправки на кривизну линий тока.

Влияние поправки наиболее заметно на коэффициент трения, отсутствует при рассмотрении коэффициента давления. Некоторое влияние есть на профили скорости. О положительности влияния поправки на основании проведённых исследований судить нельзя.

Заключение

На базе пакета Ansys FLUENT с использованием стандартного инструмента udf была реализована поправка Спаларта-Шура и протестирована на примере течения во вращающемся плоском канале и течения в плоском канале с поворотом на 180^0 . Сравнение результатов расчётов с данными оригинальной статьи [11] свидетельствует о правильности реализации поправки. Кроме того, в результате проведённых расчётов появилось предположение о возможном различии между реализацией модели Спаларта-Аллараса в пакете Ansys FLUENT и её формулировкой в [2].

Были проведены расчёты течений в трёхмерных каналах с поворотом на 180^0 умеренного относительного радиуса закругления с поперечными сечениями разной формы. Расчёты с поправкой и без дали близкие результаты, за исключением коэффициента трения – различия могут составлять до 15% от значения величины в прямом канале.

Сравнение с имеющимися экспериментальными данными показало, что из упоминавшихся особенностей течения в каналах с поворотом – вторичных течений и эффектов кривизны линий тока – определяющими последние не являются. Учёт эффектов кривизны линий тока дал сравнительно малые изменения, что косвенно свидетельствует о том, что форму профиля скорости в значительной степени определяют вторичные течения. Для более детального изучения этого вопроса требуются дополнительные исследования.

Список использованных источников

- [1] Лойцянский Л. Г. «Механика жидкости и газа»: Учеб. для вузов. — 7-е изд., испр. — М.: Дрофа, 2003. — 840 с, 311 ил., 22 табл. — (Классики отечественной науки).
- [2] Spalart, P. R. and Allmaras, S. R., “A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows,” Recherche Aerospatiale, No. 1, 1994, pp. 5-21.
- [3] Nichols R. H., “Turbulence Models and Their Application to Complex Flows”, University of Alabama at Birmingham, Revision 4.01.
- [4] ANSYS FLUENT 12.0, Theory Guide, April 2009.
- [5] Spalart, P. R., Shur, M. L., “On the Sensitization of Turbulence Models to Rotation and Curvature”, Aerospace Science and Technology, Vol. 1, No. 5, 1997, pp. 297 – 302.
- [6] Pavel E. Smirnov, Florian R. Menter “Sensitization of the SST Turbulence Model to Rotation and Curvature by Applying the Spalart–Shur Correction Term”, Journal: Journal of Turbomachinery-transactions of The Asme - J TURBOMACH-T ASME, vol. 131, no. 4, 2009.
- [7] Dacles-Mariani, J., Zilliac, G. G., Chow, J. S., and Bradshaw, P., “Numerical/Experimental Study of a Wingtip Vortex in the Near Field”, AIAA Journal, Vol. 33, No. 9, 1995, pp. 1561-1568.
- [8] Javaherchi Teymour “Review of Spalart-Allmaras Turbulence Model and its Modications”, 2010.
- [9] Hellsten, A., 1998, “Some Improvements in Menter’s $k-\omega$ SST Turbulence Model,” AIAA Paper No. 98-2554.

- [10] ANSYS FLUENT 12.0, UDF Manual, April 2009.
- [11] Shur, M. L., Strelets, M. K., Travin, A. K., Spalart, P. R., “Turbulence Modeling in Rotating and Curved Channels: Assessing the Spalart-Shur Correction”, AIAA Journal Vol. 38, No. 5, 2000, pp. 784-792.
- [12] Kristoffersen, R., Andersson, H. I., “Direct Simulation of Low-Reynolds-Number Turbulent Flow in a Rotating Channel”, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 256, Nov. 1993, pp. 163–197.
- [13] CHOI, Y. D., MOON C. & Yang, S.H. (1990). “Measurment of turbulent flow characteristics of square duct with a 180 degree bend by hot wire anemometer”. International Symp. on Engineering Turbulenze modelling and measurement.
- [14] ANWER, M., SO, R. M. C. & LAI, Y. G. (1989). “Perturbation by and recovery from bend curvature of a fully developed turbulent pipe flow”. *Phys. Fluids A1*, 1387.